

**Межрегиональная предметная олимпиада КФУ
по предмету «Информатика»
Очный тур
2017-2018 учебный год
9 класс**

№1. Проверка двудольности графа. (20 баллов)

Неориентированный граф без весов с N вершинами задан списком M ребер. Написать программу, которая определит, является ли граф двудольным, т.е. можно ли разбить множество всех его вершин на две непересекающиеся группы так, что любое ребро будет соединять вершины только из разных групп. Все вершины пронумерованы числами от 1 до N .

Входные данные. В первой строке через пробел заданы два положительных целых числа N и M ($1 \leq N, M \leq 10000$).

В каждой из последующих M строках через пробел перечислены пары целых чисел – номера вершин, соединенных ребром.

Результат. Выдайте «YES» (без кавычек), если граф является двудольным и «NO»(без кавычек) в противном случае.

Пример.

Входные данные.	Результат	Пояснение
3 2 1 2 1 3	YES	Первая группа включает вершину 1, вторая – 2 и 3

№2. Квадратный корень из «длинного» числа. (20 баллов)

Дано «длинное» целое положительное число A , состоящее из N ($N \leq 1000$) цифр. Написать программу, которая вычислит и напечатает наибольшее целое положительное число, которое не превосходит корень квадратный из числа A .

Входные данные.

В единственной строке задано натуральное число A в десятичной системе.

Результат. Напечатать целую часть корень квадратный из числа A .

Пример.

Входные данные	Результат	Пояснение
1522760	1234	$1234 * 1234 = 1522756$

№3. Монеты Фибоначчи. (20 баллов)

В стране Фибоначчи пользуются деньгами, полученными из чисел фибоначчи. Деньги состоят из двух частей: монет и банкнот. Монеты имеют номинал двух младших разрядов, а старшие разряды определяют размер банкнот.

Числа Фибоначчи задаются по следующей формуле:

$$\Phi_1=1, \Phi_2=2, \Phi_i = \Phi_{i-1} + \Phi_{i-2} \text{ для } i > 2.$$

Пример выдачи банкнот и монет.

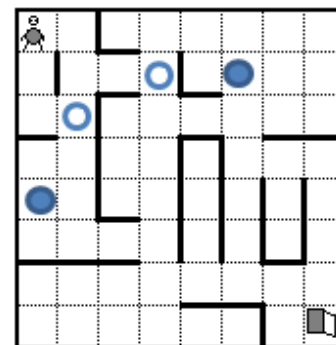
$$\Phi_{15}=987 = 900+87 = \text{банкнота достоинством } 9 + \text{монета достоинством } 87.$$

Надо написать программу, которая определяет, какое минимальное число различных монет должно чеканить казначейство для обеспечения этой денежной системы

№4. Колобок в лабиринте. (20 баллов)

В лабиринте Колобок с левого верхнего угла идет в правый нижний угол. Он выбирает из имеющихся направлений движения, только приближающие к выходу (вправо либо вниз). В окружностях (белый круг) Колобок может телепортироваться в один из кругов (серая окружность).

Определите число различных возможных проходов лабиринта. (Ответом на задачу должно быть число и объяснение решения)



№5. Пароль на телефоне. (20 баллов)

Жанна очень ревнивая девушка. И так получилось, что её парень Миша забыл телефон у Жанны дома. Жанна не хотела трогать телефон молодого человека, но эмоции взяли своё. К сожалению, или же к счастью, на телефоне был пароль. Но естественно, этот факт не смог остановить девушку.

Миша студент математического вуза, уж очень он любит цифры. И как-то раз парень обмолвился, что паролем его телефона является набор цифр, наиболее часто встречающихся на ленте натуральных подряд идущих чисел от a до b включительно.

Паролем телефона может быть последовательность цифр. Количество цифр варьируется от 1 до 10. Если пароль состоит из нескольких цифр, они расположены в порядке возрастания.

Помогите Жанне узнать пароль, если числа a и b заданы.

Входные данные. Даны натуральные числа a и b ($0 \leq a \leq b \leq 10^5$).

Выходные данные. Выведите цифру, которая наиболее часто встречается. Если цифр несколько выведите все через пробел в порядке возрастания.

Пример.

Входные данные	Результат
1 10	1
10 30	1 2
10 40	1 2 3

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ
по предмету «Информатика»
Очный тур (решения)
2017-2018 учебный год
9 класс

№1. Проверка двудольности графа

Неориентированный граф без весов с N вершинами задан списком M ребер. Написать программу, которая определит, является ли граф двудольным, т.е. можно ли разбить множество всех его вершин на две непересекающиеся группы так, что любое ребро будет соединять вершины только из разных групп. Все вершины пронумерованы числами от 1 до N .

Входные данные. В первой строке через пробел заданы два положительных целых числа N и M ($1 \leq N$, $M \leq 10000$).

В каждой из последующих M строках через пробел перечислены пары целых чисел – номера вершин, соединенных ребром.

Результат. Выдайте «YES» (без кавычек), если граф является двудольным и «NO»(без кавычек) в противном случае.

Пример.

Входные данные.	Результат	Пояснение
3 2 1 2 1 3	YES	Первая группа включает вершину 1, вторая – 2 и 3

Идея решения.

Мы должны перебрать все вершины и отнести каждую из них в одну из групп – 1-ю или 2-ю. Если в какой-то момент обнаруживается, что какая-то вершина должна быть отнесена и в 1-ю и во 2-ю группы, значит, этот граф не является двудольным. Например, если вершина 1 соединена с вершинами 2 и 3 и вершины 2 и 3 соединены между собой. В отдельном массиве будем хранить номера групп для каждой вершины. Изначально все вершины отнесены в группу 0, т.е. они пока еще не рассматривались.

Перебор начинаем с любой вершины – присваиваем ей 1-ю группу и помещаем ее в очередь. Далее, пока не опустеет очередь, выполняем такое действие: из очереди вытаскиваем первую вершину и помещаем в конец очереди все вершины, которые связаны с ней ребром и еще не были раньше рассмотрены и не приписаны ни к какой группе. Для каждой такой вершины запоминаем номер ее группы – он должен отличаться от номера первой вершины. Если в какой-то момент выясняется, что какая-то вершина уже приписана в группу, но сейчас она должна получить другой номер группы, то это означает невозможность поделить вершины на 2 группы.

Если граф не является связным, то очередь опустеет, но останутся еще не рассмотренные вершины. Можно продолжить работу этого алгоритма с любой оставшейся вершины, отнеся ее к любой группе.

Принципы оценивания задания

- 1 – 9 баллы за наличие некоторых идей решения;
- 10 – 17 баллов за неполную реализацию идеи
- 20 баллов за хорошее решение.

№2. Квадратный корень из «длинного» числа

Дано «длинное» целое положительное число A , состоящее из N ($N \leq 1000$) цифр. Написать программу, которая вычислит и напечатает наибольшее целое положительное число, которое не превосходит корень квадратный из числа A .

Входные данные.

В единственной строке задано натуральное число A в десятичной системе.

Результат. Напечатать корень квадратный из числа A .

Пример.

Входные данные	Результат	Пояснение
1522760	1234	$1234 * 1234 = 1522756$

Идея решения.

В этой задаче нужно аккуратно реализовать известный алгоритм извлечения корня квадратного из многозначного целого числа, разбивая его цифры на группы из двух соседних цифр, начиная с конца. Для вычислений придется использовать операции «длинной» арифметики для сложения, умножения и вычитания «длинных» чисел.

Принципы оценивания задания

1 – 9 баллы за наличие некоторых идей решения;

10 – 17 баллов за неполную реализацию идеи

20 баллов за хорошее решение.

№3. Монеты Фибоначчи

В стране Фибоначчи пользуются деньгами, полученными из чисел фибоначчи. Деньги состоят из двух частей: монет и банкнот. Монеты имеют номинал двух младших разрядов, а старшие разряды определяют размер банкнот.

Числа Фибоначчи задаются по следующей формуле:

$$\Phi_1=1, \Phi_2=2, \Phi_i = \Phi_{i-1} + \Phi_{i-2} \text{ для } i > 2.$$

Пример выдачи банкнот и монет.

$$\Phi_{15}=987 = 900+87 = \text{банкнота достоинством } 9 + \text{монета достоинством } 87.$$

Надо написать программу, которая определяет, какое минимальное число различных монет должно чеканить казначейство для обеспечения этой денежной системы

Решение

```
const m=100; // 9 класс // m=1000; - 10 класс // m=125; - 11 класс
```

```
var
```

```
  f:array[0..m-1,0..m-1] of integer;
```

```
  b:array[0..m-1] of integer;
```

```
  k,i,j,fi,fi1,fi2:integer;
```

```
begin
```

```
  for i:=0 to 99 do b[i]:=0;
```

```
  for i:=0 to 99 do
```

```
    for j:=0 to 99 do
```

```
      f[i,j]:=0; // подряд идущая цепочка чисел Фибоначчи i,j отсутствует
```

```
      fi1:=1;fi2:=0;
```

```

b[fi2]:=1;b[fi1]:=1;
while f[fi1,fi2]=0 do // подряд идущая цепочка чисел Фибоначчи fi1,fi2
                        // не появлялась
Begin
  f[fi1,fi2]:=1; // подряд идущая цепочка чисел Фибоначчи fi1,fi2 появилась
  fi:=(fi1+fi2) mod m; // получение новой монеты
  b[fi]:=1; // монета fi востребована
  fi2:=fi1; fi1:=fi
end;
// подсчет числа востребованных монет
k:=0;
for i:=1 to m-1do k+=b[i];
write(k)
end.

```

Принципы оценивания задания

1 – 9 баллы за наличие некоторых идей решения;

10 – 17 баллы за неполную реализацию идеи

20 баллов за хорошее решение.

№4. Колобок в лабиринте

В лабиринте Колобок с левого верхнего угла идет в правый нижний угол. Он выбирает из имеющихся направлений движения, только приближающие к выходу (вправо либо вниз). В окружностях (белый круг) Колобок может телепортироваться в один из кругов (серая окружность).

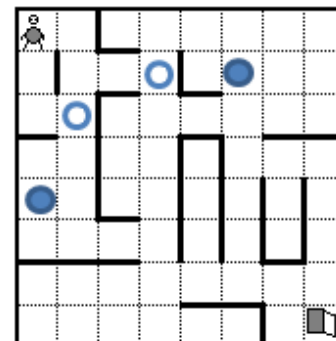
Определите число различных возможных проходов лабиринта. (Ответом на задачу должно быть число и объяснение решения)

Ответы:

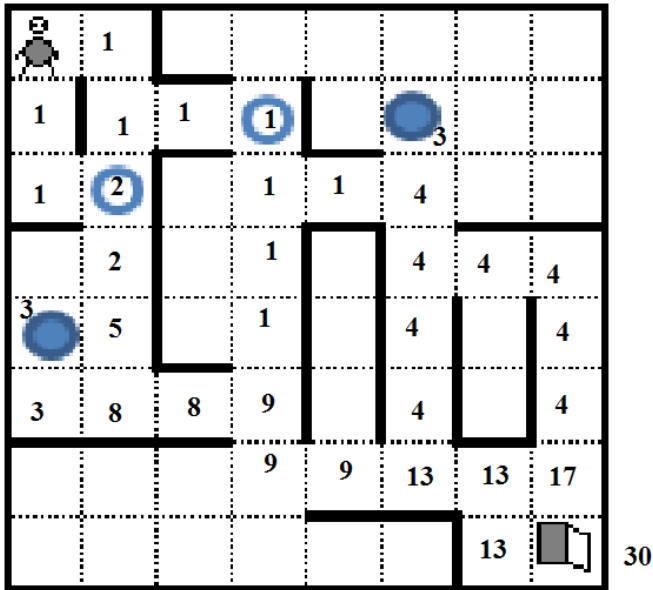
9 класс – 30

10 класс – 56

11 класс – 84



Решение.



Ответ: 30

Принципы оценивания задания

- 1 – 9 баллы за наличие некоторых идей решения;
- 10 – 17 баллов за неполную реализацию идеи.
- 20 баллов за точный ответ с решением.

№5. Пароль на телефоне.

Жанна очень ревнивая девушка. И так получилось, что её парень Миша забыл телефон у Жанны дома. Жанна не хотела трогать телефон молодого человека, но эмоции взяли своё. К сожалению, или же к счастью, на телефоне был пароль. Но естественно, этот факт не смог остановить девушку.

Миша студент математического вуза, уж очень он любит цифры. И как-то раз парень обмолвился, что паролем его телефона является набор цифр, наиболее часто встречающихся на ленте натуральных подряд идущих чисел от a до b включительно.

Паролем телефона может быть последовательность цифр. Количество цифр варьируется от 1 до 10. Если пароль состоит из нескольких цифр, они расположены в порядке возрастания.

Помогите Жанне узнать пароль, если числа a и b заданы.

Входные данные. Даны натуральные числа a и b ($0 \leq a \leq b \leq 10^5$).

Выходные данные. Выведите цифру, которая наиболее часто встречается. Если цифр несколько выведите все через пробел в порядке возрастания.

Пример.

Входные данные	Результат
1 10	1
10 30	1 2
10 40	1 2 3

Решение

```
#include <iostream>
```

```
#include <math.h>
```

```

using namespace std;
int main()
{
    int a,b, k[10]={0};
    cin>>a>>b;
    k[0]+= a==0;
    for(int i=a;i<=b;i++) {
        int c=i;
        while(c) k[c%10]++, c/=10;
    }
    int Max=0;
    for(int i=0;i<10;i++)    k[i]=max(Max,k[i]);
    for(int i=0;i<10;i++)    if (k[i]==Max) cout<<i<<' ';
    return 0;
}

```

Принципы оценивания задания

1 – 9 баллы за наличие некоторых идей решения;

10 – 17 баллы за неполную реализацию идеи

20 баллов за хорошее решение.