

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ
по предмету «Астрономия»
заключительный этап
2018-2019 учебный год
10 класс

1. Какой путь проходит конец солнечной тени от вертикально стоящего столба, высотой 1 м на Южном полюсе Земли за 24 часа в день зимнего солнцестояния? (20 баллов)
2. Найдите максимальную продолжительность прохождения геостационарного искусственного спутника Земли (ГИСЗ) по диску Луны. (20 баллов)
3. В момент максимального сближения с Землёй астероид N был виден недалеко от полной Луны. Оцените размер астероида, если его яркость была $m = +3.4^m$, астероид находился в перигелии своей орбиты на расстоянии 400 тыс. км от Земли. Альbedo Луны $A = 0.12$, альbedo астероида $A = 0.06$. (20 баллов)
4. Солнце примерно в 1050 раз массивнее Юпитера. Оба тела под действием взаимного притяжения обращаются вокруг общего центра масс. Какое тело обладает большей кинетической энергией орбитального движения и во сколько раз? Ответ обоснуйте. Влияние других планет на движение Солнца и Юпитера не учитывать. (20 баллов)
5. Шаровое звёздное скопление выглядит как «туманная» звезда с $m = 15^m$. Полагая, что большинство звёзд в ШЗС светят как Солнце, оцените количество звёзд в скоплении. (20 баллов)

Справочные данные:

Скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ км/с ; Масса Земли $6 \cdot 10^{24}$ кг ; Радиус Земли 6400 км ; Видимая звёздная величина Луны (в полнолуние) $m = -12.6^m$; Видимая звёздная величина Солнца $m = -26.8^m$; Абсолютная звёздная величина Солнца $M_{\odot} = +4.8^m$; Большая полуось орбиты Луны $a = 384400$ км ;

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ
по предмету «Астрономия»
заключительный этап (ответы)
2018-2019 учебный год
10 класс

1. Какой путь проходит конец солнечной тени от вертикально стоящего столба, высотой 1 м на Южном полюсе Земли за 24 часа в день зимнего солнцестояния?

(См. решение для 9 класса.)

2. Найдите максимальную продолжительность прохождения геостационарного искусственного спутника Земли (ГИСЗ) по диску Луны.

Решение: Угловая скорость ГИСЗ $\omega = 360^\circ$ в сутки, а у Луны $\omega = 360^\circ / 27.32^d = 13.177^\circ$ в сутки. (5 баллов) Геостационарный спутник как и Земля вращается в ту же сторону, что и Луна (5 баллов), поэтому угловая скорость движения спутника относительно Луны

$$\omega^* = \omega_{\text{Луны}} - \omega_{\text{ГИСЗ}} = 346.823^\circ \text{ в сутки. (5 баллов)}$$
$$346.823^\circ / 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ с} = 0.5^\circ / t; t = 125 \text{ с (5 баллов)}$$

* в задаче пренебрегаем тем, что ГИСЗ вращается вокруг центра Земли, а Луна вокруг центра масс системы Земля-Луна.

3. В момент максимального сближения с Землей астероид N был виден недалеко от полной Луны. Оцените размер астероида, если его яркость была $m = +3.4^m$, астероид находился в перигелии своей орбиты на расстоянии 400 тыс. км от Земли. Альbedo Луны $A = 0.12$, альbedo астероида $A = 0.06$.

Решение: Яркость полной Луны -12.6^m . Так как астероид и Луна полностью освещены и находятся на одинаковом расстоянии и от Земли и от Солнца, то разницу яркости объясним только разницей их отражающих площадей, и, как следствие, физических размеров (5 баллов + 5 баллов рисунок)

$$\text{без учёта альbedo } S_{\text{Л}} / S_{\text{а}} = E_{\text{Л}} / E_{\text{а}} = 2.512^{-(-12.6 - 3.4)}$$
$$(R_{\text{Л}} / R_{\text{а}})^2 = 2.5 \cdot 10^6; R_{\text{а}}^2 = 1740^2 / 2.5 \cdot 10^6; R_{\text{а}} = 1.1 \text{ км (10 баллов)}$$

С учётом альbedo единица площади на астероиде отражает в 2 раза меньше света чем на Луне, и можно записать

$$0.12S_{\text{Л}} / 0.06S_{\text{а}} = E_{\text{Л}} / E_{\text{а}} = 2.512^{-(-12.6 - 3.4)}$$
$$(R_{\text{Л}} / R_{\text{а}})^2 = 0.5 \times 2.5 \cdot 10^6; R_{\text{а}}^2 = 2 \times 1740^2 / 2.5 \cdot 10^6; R_{\text{а}} = \underline{1.6 \text{ км}} (5 + 5 \text{ баллов})$$

4. Солнце примерно в 1050 раз массивнее Юпитера. Оба тела под действием взаимного притяжения обращаются вокруг общего центра масс. Какое тело обладает большей кинетической энергией орбитального движения и во сколько раз? Ответ обоснуйте. Влияние других планет на движение Солнца и Юпитера не учитывать.

Решение: Пусть M и m – массы Солнца и Юпитера, R и r – радиусы их орбит вокруг общего центра масс, а V и v – скорости их движения по орбитам (соответственно). Центр масс находится на прямой, соединяющей центры Юпитера и Солнца, поэтому периоды обращения равны: $T = 2\pi R / V = 2\pi r / v$ (5 баллов). Отношение расстояний этих тел от центра масс $R/r = m/M$. Отсюда следует, что $V/v = m/M$. (5 баллов) Тогда для отношения кинетических энергий орбитального движения Юпитера и Солнца можно записать: $E_{\text{Ю}}/E_{\text{С}} = mv^2/MV^2 = M/m = \underline{1050}$ (5 баллов). У Юпитера больше! (5 баллов)

5. Шаровое звёздное скопление выглядит как «туманная» звезда с $m = 15^m$. Полагая, что большинство звёзд в ШЗС светят как Солнце, оцените количество звёзд в скоплении.

Решение:

Абсолютная звёздная величина Солнца $M_{\odot} = +4.8^m$, что совпадает с видимой звёздной величиной m на расстоянии 10 пк.

$$M_{\odot} = m_{\odot} + 5 - 5 \lg(r); \quad r^* = 10^{(15+5-4.8)/5} \approx 1100 \text{ (5 баллов)}$$

На расстоянии $r^* \approx 1100$ пк одна звезда как Солнце будет иметь видимую яркость $m = 15^m$, или как 100 звёзд на расстоянии в 11 кпк и т.д.

90% ШЗС находятся в сфероидном гало, окружающем диск Галактики, на расстоянии менее 30 кпк от центра Галактики. Примем 30 кпк как **верхнюю границу** расстояний до ШЗС, тогда можно вычислить N_{\max} для $r_{\max} = 30$ кпк. (за любую близкую оценку расстояния **10 баллов**)

$$N = E_{\text{ШЗС}} / E_{\odot} = 2.512^{-(m_1-m_2)} = (r / r^*)^2 = r^2 / 1100^2$$

$$\text{Из условия задачи } N_{\max} = (30000/1120)^2 \approx \underline{700 \text{ (5 баллов)}}$$

Справочные данные:

Скорость света $c = 3 \cdot 10^5$ км/с ; Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг² ; Масса Земли $6 \cdot 10^{24}$ кг ;
Радиус Земли 6400 км; Радиус Луны 1740 км; Видимая звёздная величина Луны (в полнолуние) $m = -12.6^m$;
Видимая звёздная величина Солнца $m = -26.8^m$; Абсолютная звёздная величина Солнца $M_{\odot} = +4.8^m$; Большая полуось орбиты Луны $a = 384400$ км ; Постоянная Хаббла $H_0 = 72$ км/с *Мпк.