Межрегиональная предметная олимпиада КФУ
по предмету «Физика»
заключительный этап (решения)
2019-2020 учебный год
10 класс

Задача 10.1

Космический корабль вращается по круговой орбите вокруг Солнца на том же расстоянии $R_З = 1.5\cdot10^8$ км, что и Земля. Он переходит на другую круговую орбиту вокруг Солнца, радиус которой соответствует радиусу орбиты Марса $R_M = 2.3\cdot10^8$ км (в данной задаче мы для простоты пренебрегаем эксцентриситетом орбит Земли и Марса). Совершая этот маневр, он кратковременно включает двигатели дважды: в момент времени t_1 на расстоянии от Солнца $R_З$ и в момент времени t_2 на расстоянии от Солнца R_M, при этом направление тяги выбирается по касательной к соответствующей круговой орбите. В момент времени t_1 корабль находится недалеко от Земли (в масштабах Солнечной системы), а в момент времени t_2 он должен оказаться вблизи Марса. Если сопоставить Солнцу точку S, Земле точку E, а Марсу M, найдите угол ESM в момент времени t_1. При решении задачи следует пренебречь изменением массы корабля в процессе работы двигателя и гравитацией всех тел, кроме Солнца. (10 баллов)

Указание: При решении задачи могут быть полезны законы Кеплера:

Каждая планета Солнечной системы обращается по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.
Каждая планета движется в плоскости, проходящей через центр Солнца, причём за равные промежутки времени радиус-вектор, соединяющий Солнце и планету, заметает собой равные площади.
Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся, как кубы больших полуосей орбит планет.

Возможное решение:

Космический корабль в промежутке между моментами t_1 и t_2 движется в поле тяготения Солнца и на него не действуют никакие другие силы. Согласно первому закону Кеплера, тело в поле тяготения описывает эллипс, фокусом которого является Солнце, следовательно, космический корабль в отрезке времени $[t_1, t_2]$ движется по эллипсу. Так как импульс силы тяги двигателей в моменты включения совпадают с касательными орбит Земли и Марса, то эти моменты соответствуют ближайшей (перигелий) и самой удаленной (афелий) точкам орбиты корабля соответственно. Отсюда большая полуось получается равной:

$$a_K = \frac{R_З + R_M}{2} \qquad (1)$$

Время, прошедшее между двумя моментами включения двигателей, – это половина периода обращения тела по данной эллиптической орбите вокруг Солнца. Найдем отношение этого времени к периоду обращения Марса, используя третий закон Кеплера и выражение (1):

$$\frac{t_2 - t_1}{T_M} = \frac{T_K}{2T_M} = \frac{1}{2}\left(\frac{R_З + R_M}{2R_M}\right)^{3/2} \qquad (2)$$

В момент времени t_1, можно считать, что радиус-вектора Земли и корабля совпадают. В момент времени t_2 совпадают радиус-вектора корабля и Марса. Корабль за данный отрезок времени повернулся вокруг Солнца на угол π. Марс за это время повернулся на некоторый угол α. Значит, угол ESM в момент времени t_1 был равен π–α. Согласно второму закону Кеплера, площади заметаемые радиус-вектором планеты в некоторые промежутки времени пропорциональны этим промежуткам времени. Так как орбиту Марса считаем круговой, то площади секторов, заметаемые радиус-вектором пропорциональны углам в вершинах этих секторов. Следовательно, отношение угла α к полному обороту Марса 2π будет равно:

$$\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{S_\alpha}{S_{2\pi}} = \frac{t_2 - t_1}{T_M} = \frac{1}{2}\left(\frac{R_З + R_M}{2R_M}\right)^{3/2} \qquad (3)$$

Отсюда,

$$\angle ESM = \pi - \alpha = \pi\left(1 - \left(\frac{R_З + R_M}{2R_M}\right)^{3/2}\right) \approx \frac{\pi}{4}$$

Данный ответ верен независимо от совпадения направления обращения корабля вокруг Солнца с направлением обращения планет вокруг Солнца, так как корабль преодолевает ровно половину своей эллиптической орбиты.

Критерии оценивания:

Описана орбита космического корабля и определена ее большая полуось.	2
Найдено отношение времени полета к периоду обращения Марса.	2
Найден угол прошедший Марсом за время полета корабля.	3
Найден угол ESM.	2
Указано, что ответ не зависит от направления движения корабля по орбите.	1

Задача 10.2

Полярники решили приготовить суп на 5 человек в расчете 1 л на человека. Для этого им нужно собрать снег, смешать его с запасами воды, довести образовавшуюся воду до кипения и готовить 20 мин. При этом при кипении происходят потери воды в виде пара U = 30 г/мин. Для готовки супа используется газовая плита с КПД 90%, расположенная в комнате. Температура в комнате 20ºС, а снаружи -20ºС. У полярников есть 3 л чистой воды при температуре 20ºС. Если смешать в котле принесенный снег со всем запасом чистой воды и не включать газовую плиту, то как изменится масса воды? Какова будет ее температура? Каковы будут приблизительная температура и абсолютная влажность воздуха после готовности супа, если изначально относительная влажность была 40%, а комната имеет размеры 5х5х2.5 м? Плотность сухого воздуха 1.2 кг/м^3, его теплоемкость 1 $\frac{кДж}{кг\cdot K}$, плотность насыщенного пара при 20ºС равна 17.3 г/м^3, теплоемкость пара - 1.97 $\frac{кДж}{кг\cdot K}$, теплоемкость воды $c_в = 4200\,\frac{Дж}{кг\cdot K}$, теплоемкость льда

$c_л = 2100\,\frac{Дж}{кг \cdot K}$, теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг, теплота парообразования воды $L = 2.26$ МДж/кг. Выделением пара изо рта полярников и теплообменом комнаты с окружающей средой пренебречь. (10 баллов)

Дано:

$n = 5$

$V = 1\ л = 1 \cdot 10^{-3} м^3$

$t = 20\ мин = 1200 с$

$U = 30\,\frac{г}{мин} = 5 \cdot 10^{-4}\,\frac{кг}{с}$

$V_в = 3\ л = 3 \cdot 10^{-3} м^3$

$\rho_в = 1000\,\frac{кг}{м^3}$

$\eta = 90\ \%$

$t°_0 = -20°C$

$t°_2 = 20°C$

$t°_1 = 0°C$

$t°_3 = 100°C$

$c_в = 4200\,\frac{Дж}{кг \cdot °C}$

$c_л = 2100\,\frac{Дж}{кг \cdot °C}$

$\lambda = 330\,\frac{кДж}{кг} = 330 \cdot 10^3\,\frac{Дж}{кг}$

$L = 2{,}26\,\frac{МДж}{кг} = 2{,}26 \cdot 10^6\,\frac{Дж}{кг}$

$\varphi = 40\%$

$V_{воз} = 5х5х2{,}5\ м$

$\rho_{воз} = 1{,}2\,\frac{кг}{м^3}$

$c_{воз} = 1000\,\frac{Дж}{кг \cdot °C}$

$\rho_н = 17{,}3\,\frac{г}{м^3} = 0{,}0173\,\frac{кг}{м^3}$

$c_п = 1970\,\frac{Дж}{кг \cdot °C}$

---

1) $m = ?$

$t° = ?$

2) $t°_у = ?$

3) $\rho_{п2} = ?$

1)

Масса воды необходимая для приготовления супа:

$$m_с = Vn\rho_в \quad (1)$$

Масса пара, выделившаяся при кипении:

$$m_п = Ut \quad (2)$$

Масса запаса воды:

$$m_в = V_в\rho_в \quad (3)$$

Масса снега, которую необходимо взять полярникам:

$$m_л = m_с + m_п - m_в \quad (4)$$

Подставим (1), (2), (3) в (4):

$$m_л = Vn\rho_в + Ut - V_в\rho_в \quad (5)$$

Составим уравнение теплового баланса при выключенной газовой плите:

$$Q_в + Q_л = 0 \quad (6)$$

Количество теплоты, требуемое для нагрева снега до температуры $t°_1$:

$$Q_{л1} = c_л m_л(t°_1 - t°_0) \quad (7)$$

Количество теплоты, требуемое для плавления снега:

$$Q_{л2} = \lambda m_{л2} \quad (8)$$

Общее количество теплоты, отданное снегу:

$$Q_л = Q_{л1} + Q_{л2} \quad (9)$$

Количество теплоты, которое отдает вода снегу:

$$Q_в = c_в m_в(t°_1 - t°_2) \quad (10)$$

Подставим (7) и (8) в (9):

$$Q_л = c_л m_л(t°_1 - t°_0) + \lambda m_{л2} \quad (11)$$

Подставим (10) и (11) в (6):

$$c_в m_в(t°_1 - t°_2) + c_л m_л(t°_1 - t°_0) + \lambda m_{л2} = 0 \quad (12)$$

Выразим из (12) $m_{л2}$:

$$m_{л2} = \frac{c_в m_в(t°_2 - t°_1) + c_л m_л(t°_0 - t°_1)}{\lambda} \quad (13)$$

Масса воды после теплообмена:

$$m = m_в + m_{л2} \quad (14)$$

Подставим (13) в (14):

$$m = m_в + \frac{c_в m_в(t°_2 - t°_1) + c_л m_л(t°_0 - t°_1)}{\lambda} \quad (15)$$

Подставим (3) и (5) в (15):

$$m = V_в \rho_в + \frac{c_в V_в \rho_в(t°_2 - t°_1) + c_л (V n \rho_в + U t - V_в \rho_в)(t°_0 - t°_1)}{\lambda}$$

Найдем массу воды после теплообмена:

$$m = 3{,}43 \text{ кг}$$

Установившаяся температура:

$$t° = 0℃$$

2)

КПД газовой плиты:

$$\eta = \frac{Q_п}{Q_з} \cdot 100\% \quad (16)$$

Полезное количество теплоты:

$$Q_п = Q_л + Q_в + Q_{пар} \quad (17)$$

Количество теплоты, затраченное на снег:

$$Q_{л} = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad (18)$$

Масса снега, которую необходимо взять полярникам:

$$m_{л} = Vn\rho_{в} + Ut - V_{в}\rho_{в} \quad (19)$$

Количество теплоты, необходимое для нагрева снега до температуры плавления:

$$Q_1 = c_{л} m_{л}(t°_1 - t°_0) \quad (20)$$

Количество теплоты, необходимое для плавления снега:

$$Q_2 = m_{л}\,\lambda \quad (21)$$

Количество теплоты, необходимое для нагрева воды, получившуюся из снега, до температуры кипения:

$$Q_3 = c_{в} m_{л}(t°_3 - t°_1) \quad (22)$$

Подставим (20), (21), (22) в (18):

$$Q_{л} = c_{л} m_{л}(t°_1 - t°_0) + m_{л}\,\lambda + c_{в} m_{л}(t°_3 - t°_1) \quad (23)$$

$$Q_{л} = m_{л}(c_{л}(t°_1 - t°_0) + \lambda + c_{в}(t°_3 - t°_1)) \quad (24)$$

Подставим (19) в (24):

$$Q_{л} = (Vn\rho_{в} + Ut - V_{в}\rho_{в}) \cdot (c_{л}(t°_1 - t°_0) + \lambda + c_{в}(t°_3 - t°_1)) \quad (25)$$

Количество теплоты, необходимое для нагрева запаса воды до температуры плавления:

$$Q_{в} = c_{в} m_{в}(t°_1 - t°_0) \quad (26)$$

Масса запаса воды:

$$m_{в} = V_{в}\rho_{в} \quad (27)$$

Подставим (27) в (26):

$$Q_{в} = c_{в} V_{в}\rho_{в}(t°_1 - t°_0) \quad (28)$$

Количество теплоты, необходимое для превращения воды в пар:

$$Q_{пар} = m_{п} L \quad (29)$$

Масса пара, выделившаяся при кипении:

$$m_{п} = Ut \quad (30)$$

Подставим (30) в (29):

$$Q_{пар} = UtL \quad (31)$$

Подставим (25), (28), (31) в (17):

$$Q_{п} = (Vn\rho_{в} + Ut - V_{в}\rho_{в}) \cdot \left(c_{л}(t°_1 - t°_0) + \lambda + c_{в}(t°_3 - t°_1)\right) + c_{в}V_{в}\rho_{в}(t°_1 - t°_0) + \ UtL \quad (32)$$

Подставим (32) в (16):

$$\eta = \frac{(Vn\rho_{в}+Ut-V_{в}\rho_{в})\cdot\left(c_{л}(t°_1-t°_0)+\lambda+c_{в}(t°_3-t°_1)\right)+c_{в}V_{в}\rho_{в}(t°_1-t°_0)+\ UtL}{Q_{з}} \cdot 100\% \quad (33)$$

Количество теплоты, отданное газовой плитой:

$$Q_{з} = \frac{(Vn\rho_{в}+Ut-V_{в}\rho_{в})\cdot\left(c_{л}(t°_1-t°_0)+\lambda+c_{в}(t°_3-t°_1)\right)+c_{в}V_{в}\rho_{в}(t°_1-t°_0)+\ UtL}{\eta} \cdot 100\% \quad (34)$$

Уравнение теплообмена между воздухом в комнате, газовой плитой и паром:

$$Q_{г} + Q_{п1} + Q_{в1} = 0 \quad (35)$$

Количество теплоты, отданное газовой плитой воздуху:

$$Q_{г} = -\left(1 - \frac{\eta}{100\%}\right) Q_{з} \quad (36)$$

Количество теплоты, отданное паром воздуху:

$$Q_{п1} = c_{п}m_{п}\left(t°_{у} - t°_3\right) \ (37)$$

Количество теплоты, принятое воздухом:

$$Q_{в1} = c_{воз}m_{воз}\left(t°_{у} - t°_2\right) \quad (38)$$

Масса воздуха в комнате:

$$m_{воз} = V_{воз}\rho_{воз} \quad (39)$$

Подставим (38), (37) и (36) в (35):

$$-\left(1 - \frac{\eta}{100\%}\right) Q_{з} + c_{п}m_{п}\left(t°_{у} - t°_3\right) + c_{воз}m_{воз}\left(t°_{у} - t°_2\right) = 0 \quad (40)$$

Выразим из (40) установившуюся температуру:

$$t°_{у} = \frac{c_{п} m_{п} t°_{3} + c_{воз} m_{воз} t°_{2} + \left(1 - \frac{\eta}{100\%}\right) Q_{3}}{c_{п} m_{п} + c_{воз} m_{воз}} \quad (41)$$

Подставим (30), (34) и (39) в (41):

$$t°_{у} = \frac{\eta c_{п} U t t°_{3} + \eta c_{воз} V_{воз} \rho_{воз}\ t°_{2} + (100\% - \eta)((V n \rho_{в} + U t - V_{в} \rho_{в}) \cdot \left(c_{л}(t°_{1} - t°_{0}) + \lambda + c_{в}(t°_{3} - t°_{1})\right) + c_{в} V_{в} \rho_{в} (t°_{1} - t°_{0}) + U t L)}{\eta (c_{п} U t + c_{воз} V_{воз} \rho_{воз})} \quad (42)$$

Установившая температура:

$$t°_{у} \approx 28\ ℃$$

3)

Масса пара в комнате до приготовления супа:

$$m_{п1} = \rho_{п1} V_{воз} \quad (43)$$

Плотность пара до приготовления супа:

$$\rho_{п1} = \frac{\varphi}{100\%} \cdot \rho_{н} \quad (44)$$

Подставим (44) в (43):

$$m_{п1} = \frac{\varphi}{100\%} \cdot \rho_{н} \cdot V_{воз} \quad (45)$$

Масса пара после приготовления супа:

$$m_{п2} = m_{п1} + m_{п} \quad (46)$$

Подставим (45) и (30) в (46):

$$m_{п2} = \frac{\varphi}{100\%} \cdot \rho_{н} \cdot V_{воз} + U t \quad (47)$$

Абсолютная влажность воздуха после приготовления супа:

$$\rho_{п2} = \frac{m_{п2}}{V_{воз}} \quad (48)$$

Подставим (47) в (48):

$$\rho_{п2} = \frac{\varphi \rho_{н} V_{воз} + 100\% U t}{100\% \cdot V_{воз}} \quad (48)$$

Абсолютная влажность воздуха после приготовления супа:

$$\rho_{п2} = 16{,}52\ \frac{г}{м^{3}}$$

Ответ: 3,43 кг; 0°C; 28 ℃; $16{,}52\ \frac{г}{м^{3}}$;

Критерии оценивания:

(1)		
1.	Найдена масса снега, необходимая для приготовления супа.	0,5
2.	Составлено уравнение теплового баланса для снега и воды.	0,5
3.	Найдена масса воды после смешивания воды и снега.	0,5
4.	Найдена температура воды после смешивания воды и снега.	0,5
(2)		
5.	Найдено количество теплоты, отданное газовой горелкой воздуху.	1
6.	Найдено количество теплоты, отданное паром воздуху.	1
7.	Составлено уравнение теплового баланса между воздухом, горелкой и паром.	2
8.	Найдена установившаяся температура.	2
(3)		
9.	Найдена абсолютная влажность воздуха до приготовления супа.	0,5
10.	Найдена масса пара в комнате до приготовления супа.	0,5
11.	Найдена масса пара в комнате после приготовления супа.	0,5
12.	Найдена абсолютная влажность воздуха после приготовления супа.	0,5

Задача 10.3

Имеется медный проводник длиной L, и поперечным сечением S. По нему течет ток силой I. Найдите среднее время движения электрона от одного конца проводника к другому, считая, что одному свободному электрону в металле соответствует один атом меди. Какой путь s при этом пройдет электрон на самом деле, если считать, что все происходит при температуре T? Плотность меди, молярную массу, а также массу и заряд электрона считать известными. (9 баллов)

Решение:

Обозначим искомое время *t*. Рассмотрим заряд, протекший через сечение проводника за время *t*. За такое время через сечение успеют пройти те электроны, которые расположены не далее чем на расстоянии vt до рассматриваемого сечения. Таким образом, протекший заряд заполняет цилиндр с длиной $L=vt$ и основаниями площадью S. Найдем число электронов N в данном объеме. По условию оно равно числу атомов меди в данном объеме. Выразим его через плотность меди и молярную массу:

$$N = \frac{\rho_{\text{Cu}} LS}{M_{\text{Cu}}} N_A,$$

где M_{Cu} – молярная масса меди, N_A – число Авогадро. Полный заряд, протекший за искомое время равен:

$$q = Ne = \frac{\rho_{\text{Cu}} LS}{M_{\text{Cu}}} N_A e,$$

e – заряд электрона. Отсюда находим искомое время:

$$t = \frac{q}{I} = \frac{\rho_{\text{Cu}} LS}{M_{\text{Cu}} I} N_A e$$

Для ответа на второй вопрос задачи, определим среднюю тепловую скорость v_T электронов. Считая, электронный газ идеальным с числом степеней свободы 3, запишем уравнение:

$$\frac{m_e v_T^2}{2} = \frac{3}{2}kT$$

Выразив отсюда среднюю тепловую скорость, найдем путь:

$$l = v_T t = \frac{\rho_{Cu} LS}{M_{Cu} I} N_A e \sqrt{\frac{3kT}{m_e}}$$

Заметим, что в действительности тепловая скорость электронов намного превосходит скорость направленного движения под действием электрического поля, поэтому найденный путь и есть путь, который в среднем электрон проходит на самом деле:

$$s = \frac{\rho_{Cu} LS}{M_{Cu} I} N_A e \sqrt{\frac{3kT}{m_e}}.$$

Критерии оценивания:

Найдено число электронов в объеме проводника.	3
Найдено число атомов меди.	1
Найдено время дрейфа электрона (через силу тока или скорость).	2
Определена тепловая скорость электронов.	1
Указано, что тепловая скорость превосходит скорость дрейфа.	1
Найден средний путь пройденный электроном.	1

Задача 10.4

Кузнечик находится на расстоянии d от основания ступеньки высотой h. Зная свои возможности, то есть начальную скорость v_0, с которой он может прыгнуть, чтобы опуститься на край ступеньки, он должен решить, под каким углом α к горизонту прыгнуть. Помогите ему решить эту задачу. Ускорение свободного падения считать известным. (11 баллов)

Возможное решение:

Направим ось X горизонтально, а ось Y вертикально так, что начало координат совпадает с начальным положением кузнечика. Считая, что сопротивление воздуха пренебрежимо мало, запишем уравнения равноускоренного движения:

$$x = v_0 t \cos\alpha \qquad (1)$$

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt \qquad (2)$$

Также, используя закон сохранения энергии, запишем связь высоты ступеньки и проекции скорости на ось Y:

$$\frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2} = gh + \frac{(v_0 \sin\alpha - gt_0)^2}{2}, \qquad (3)$$

где через t_0 обозначено время приземления кузнечика на ступеньку. Это время приземления можно выразить, используя уравнение (1):

$$t_0 = \frac{d}{v_0 \cos\alpha}.$$

Подставив его в уравнение (3), выполним арифметические преобразования – раскроем квадрат, приведем подобные слагаемые и применим тригонометрическое тождество:

$$\frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2} = gh + \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2} - gd\,\mathrm{tg}\alpha + \frac{g^2 d^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha},$$

$$\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \mathrm{tg}^2\alpha$$

$$0 = h - d\,\mathrm{tg}\alpha + \frac{gd^2}{2v_0^2} + \frac{gd^2}{2v_0^2}\mathrm{tg}^2\alpha.$$

Получили квадратное уравнение, где переменной выступает тангенс искомого угла. Его решениями являются:

$$\mathrm{tg}\alpha_1 = \frac{v_0^2}{gd}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{2v_0^2 gh + g^2 d^2}{v_0^4}}\right)$$

$$\mathrm{tg}\alpha_2 = \frac{v_0^2}{gd}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2v_0^2 gh + g^2 d^2}{v_0^4}}\right)$$

Оба корня подходят условию задачи. Для того, чтобы кузнечик смог допрыгнуть, дискриминант квадратного уравнения должен быть неотрицательным:

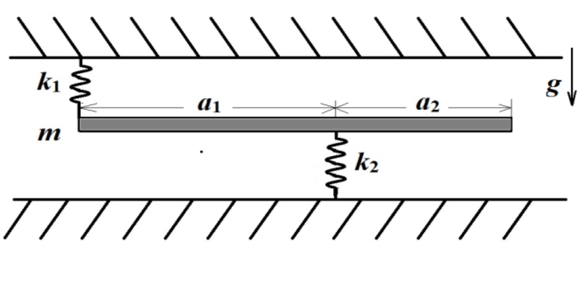
$$v_0^4 - 2v_0^2 gh - g^2 d^2 \geq 0$$

$$v_0^2 \geq gh + g\sqrt{d^2 + h^2}$$

Критерии оценивания:

Правильно записана кинематика траектории кузнечика.	1
Выражено t_0	1
Получено квадратное уравнение на тангенс (или другую функцию) угла.	3
Правильно найдены корни/углы.	1
Указано что оба корня подходят условию задачи.	2
Получено условие на v_0 (возможности кузнечика допрыгнуть).	3

Задача 10.5



Прямой однородный брусок, находящийся внутри ящика, прикрепили к пружинам жесткостью k_1 и k_2 ($k_1 < k_2$) как показано на рисунке и так, что в состоянии свободного падения ящика пружины не напряжены и брусок расположен строго параллельно стенкам ящика. Расстояние между креплениями пружин к бруску равно a_1 и длина свободного конца бруска равна a_2, как показано на рисунке. Найти соотношение длин a_1 и a_2 ($a_1 > a_2$) при заданных k_1 и k_2, чтобы при нахождении системы в покое брусок массы m оставался по прежнему строго параллельно стенкам ящика в поле силы тяжести g. (10 баллов)

Возможное решение:

Когда ящик находится в поле силы тяжести, то скомпенсированы силы и моменты сил. Запишем баланс сил:

$$mg - k_2 x - k_1 x = 0\,, \qquad (1)$$

где учтено, что растяжение одной пружины равно сжатию другой, так как в невесомости пружины не напряжены и выполнено условие параллельности бруска стенкам ящика. Запишем баланс моментов сил, для этого выберем в качестве точки опоры место крепления к бруску пружины с жесткостью k_1. Запишем:

$$-k_2 x a_1 + mg\frac{a_1 + a_2}{2} = 0\,, \qquad (2)$$

Выражая из уравнения (1) деформацию x и подставляя ее в уравнение (2) находим:

$$\frac{2k_2}{k_1 + k_2} a_1 = a_1 + a_2$$

Отсюда находим искомое соотношение длин:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{k_1 + k_2}{k_2 - k_1}\,.$$

Критерии оценивания:

Математически сформулировано условие параллельности бруска стенкам ящика	3
Правильно записано условие баланса сил	2
Правильно записано условие моментов сил с выбором точки опоры	1
Указана точка опоры	1
Выражена величина деформации пружин (растяжения и сжатия)	1
Получено правильное отношение длин a_1 и a_2	2