Межрегиональная предметная олимпиада КФУ
по предмету «Физика»
заключительный этап (решения)
2019-2020 учебный год
9 класс

Задача 9.1

Тело имеет массу m и движется поступательно со скоростью v_0 и испытывает соударение со вторым телом массой αm, которое изначально покоится. $\alpha < 1$ - известная постоянная. Скорость первого тела после удара равна v_1. В каких пределах может варьироваться соотношение v_1/v_0. Рассмотреть только одномерное движение, первое тело не может пройти сквозь второе. (11 баллов)

Возможное решение:

Рассмотрим столкновение в системе центра масс двух тел. Импульс в системе центра масс равен 0, а кинетическая энергия равна разности исходной кинетической энергии E_0 первого груза и тепловых потерь при соударении $E_{\text{дис}}$. Обозначим импульсы грузов в системе центра масс как p и $-p$. Тогда суммарная кинетическая энергия системы грузов будет иметь вид $\frac{p^2}{2m}\left(1+\frac{1}{\alpha}\right) = E_0 - E_{\text{дис}}$. Следовательно, максимальный импульс будет достигаться при $E_{\text{дис}} = 0$ (абсолютно упругий удар), а минимальный при $E_0 - E_{\text{дис}} = 0$ (абсолютно неупругий удар).

Рассмотрим эти два случая отдельно

Абсолютно неупругий удар. Закон сохранения энергии в лабораторной система отсчета

$$mv_0 = v_1 m(1+\alpha)$$
$$v_1 = \frac{v_0}{1+\alpha}$$

Абсолютно упругий удар

$$\begin{cases} \dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{mv_1^2}{2} + \dfrac{\alpha m v_2^2}{2} \\ mv_0 = mv_1 + \alpha m v_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0^2 - v_1^2 = \alpha v_2^2 \\ v_0 - v_1 = \alpha v_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 + v_1 = v_2 \\ v_0 - v_1 = \alpha v_2 \end{cases}$$

$$u_1 = \frac{(1-\alpha)v_0}{1+\alpha}$$

Окончательно

$$\frac{(1-\alpha)}{1+\alpha} \le \frac{v_1}{v_0} \le \frac{1}{1+\alpha}$$

Критерии оценивания:

Анализ различных неупругих ударов. Вывод о минимальной скорости.	2
Анализ различных неупругих ударов. Вывод о максимальной скорости.	2

Найдена скорость для абсолютно неупругого удара.	2
Найдена скорость для абсолютно упругого удара.	4
Записан верный ответ в виде неравенства.	1

Задача 9.2

В лаборатории экспериментально синтезировали жидкое вещество, которое оседает на дно так, что его плотность меняется от глубины как $\rho = \rho_0 + \alpha h$, где ρ_0 = 200 $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ это плотность у самой поверхности, и коэффициент $\alpha = 0.05\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$. В такую жидкость опустили цилиндр высотой H, в результате чего он погрузился на половину своего объема. Затем на цилиндр положили груз массой $M = 100$ г. и тот погрузился полностью. Найдите высоту цилиндра, если площадь основания цилиндра $S = \ 20$ см^2. (10 баллов)

Возможное решение:

Можно считать, что на тело, погруженное в данную жидкость, действует некая средняя сила Архимеда. Эта средняя величина может быть взята на середине глубины погружения так как значение плотности жидкости меняется линейно. В таком случае равенство сил в первом и во втором случае будет выглядеть как:

$$mg = (\rho_0 + \frac{\alpha h}{2}) gSh$$

$$mg + Mg = (\rho_0 + \alpha h) gS \cdot 2h$$

В этом решении мы полагаем, что искомая $H = 2h$, а $h -$ изначальная глубина погружения. В итоге получаем квадратное уравнение на h:

$$\frac{3}{2}\alpha h^2 + \rho h - \frac{M}{S} = 0$$

Решая его, получаем: $h = 0.25$ м.

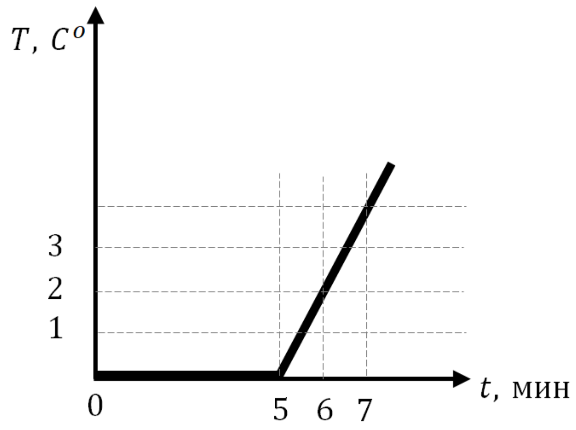
Значит цилиндр имеет высоту: $H = 0.5$ м.

Критерии оценивания:

Сформулировано утверждение о средней плотности.	3
Записано условие равновесия в каждом из опытов.	5
Вычислен правильный ответ.	2

Задача 9.3

В комнату внесли кусок льда в воде, общей массой 2 кг. И начали записывать температуру этой смеси. Зависимость температуры от времени получилась как на рисунке. Найдите массу куска льда, если $c_в = 4200\frac{Дж}{кг\cdot K}$, $\lambda = 330$ кДж/кг. (6 баллов)



Возможное решение:

Считая, что кубик нагревают с одинаковой мощностью, получаем:

$$\frac{\lambda m_1}{t_1} = \frac{c(m_1 + m_2)\Delta T}{t_2},$$

Где $t_1 =$ 5 мин, а $t_2 =$ 1 мин. Также $\Delta T = 2^o$.

Выражаем отсюда m_1, при том, что $m_1 + m_2 = 2$:

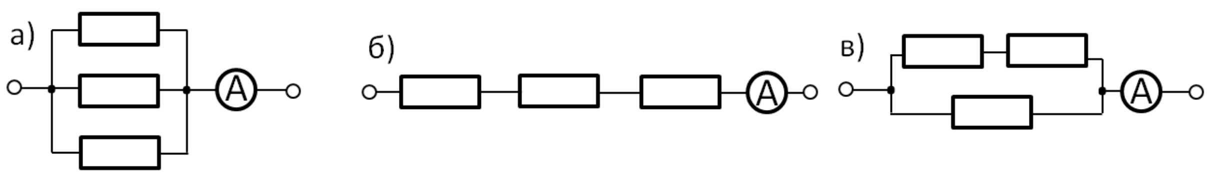
$$m_1 = \frac{c(m_1 + m_2)\Delta T}{t_2} \cdot \frac{t_1}{\lambda} = \frac{4200 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5}{1 \cdot 330 \cdot 10^3} = 0{,}2545 \text{ кг} = 254{,}5 \text{ г}$$

Критерии оценивания:

Записано уравнение равенства энергий или мощностей.	4
Правильно рассчитана масса льда.	2

Задача 9.4

При подключении трех параллельно соединенных резисторов к идеальному источнику напряжения идеальный амперметр показывает I_2 = 8 А (а). При последовательном подключении тех же резисторов в тех же условиях I_1 = 1 А (б). Какой ток будет показывать амперметр в цепи на рис. (в), если в ней содержатся те же резисторы и источник. Все токи указаны в установившемся режиме, зависимость сопротивления резисторов от температуры считать линейной, термодинамические свойства внешней среды во всех случаях идентичны. (12 баллов)



Возможное решение:

В установившемся режиме тепловая мощность тока равна мощности тепловых потерь через поверхность резистора. Обозначим за U напряжение на источнике, k – коэффициент, связывающий разность температур окружающей среды и резистора и тепловую мощность потерь энергии через его поверхность.

$$\begin{cases} k\Delta T_1 = \dfrac{UI_1}{3} \\ k\Delta T_2 = \dfrac{UI_2}{3} \end{cases}$$

С другой стороны закон Ома с учетом температурной зависимости сопротивления для случая а) и б) имеет вид

$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{U}{3R_0(1+\alpha\Delta T_1)} \\ \dfrac{I_2}{3} = \dfrac{U}{R_0(1+\alpha\Delta T_2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{U}{3R_0(1+\frac{\alpha UI_1}{3k})} \\ \dfrac{I_2}{3} = \dfrac{U}{R_0(1+\frac{\alpha UI_2}{3k})} \end{cases}$$

Введем параметры $I_0 = \frac{U}{R_0}$ и $b = \frac{\alpha U}{3k}$.

$$\begin{cases} 3I_1 = \dfrac{I_0}{(1+bI_1)} \\ \dfrac{I_2}{3} = \dfrac{I_0}{(1+bI_2)} \end{cases}$$

$$b = \frac{9I_1 - I_2}{I_2^2 - 9I_1^2} \approx 0.018\ A^{-1},\ I_0 = \frac{3I_1I_2(I_2 - I_1)}{I_2^2 - 9I_1^2} \approx 3.055\ A$$

Ток для двух последовательно соединенных резисторов можно найти из закона Ома. В данном случае он представляет собой квадратное уравнение для тока

$$I_x = \frac{I_0}{2(1+\frac{3bI_x}{2})}$$

$$I_x = \frac{-1 \pm \sqrt{3bI_0 + 1}}{3b}$$

Положительный корень этого уравнения имеет численное значение $I_x \approx 1.468$ А.

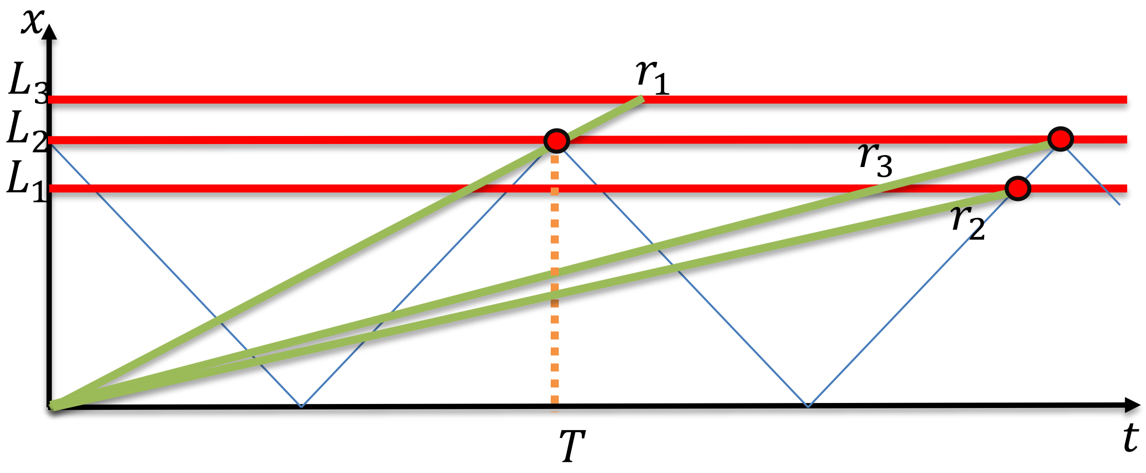
Критерии оценивания:

Верно записано равенство тепловой мощности тока и мощности тепловых потерь через поверхность.	3
Закон Ома для случая а) и б) с учетом зависимости от температуры.	2
Найден коэффициент, определяющий температурную зависимость сопротивления и параметр, определяющий ток через «холодный» резистор (либо другие параметры, подходящие для дальнейшего решения поставленной задачи).	4
Найден ток через два последовательных резистора.	3

Задача 9.5

В особо охраняемой комнате, вдоль прямой линии, по полу двигается источник лазерного излучения, направленный вверх. Под потолком синхронно с лазером двигается анализатор, который фиксирует прерывания луча. Луч равномерно сдвигается вперед на расстояние a, затем возвращается в исходную точку также с постоянной скоростью. Период его движения равен T. Из этой исходной точки, кто-то бросил мячик под углом $\boldsymbol{\alpha}$. В этот момент лазер находился на другой стороне (на расстоянии a от точки бросания). Найдите максимальную скорость, при которой анализатор зафиксирует ровно 3 прерывания луча. Отскок от стены не рассматривать. Размерами мячика пренебречь. (11 баллов)

Возможное решение:



Представим данную задачу графически. Для начала зарисуем график зависимости координаты лазера от времени (голубой цвет). Расставим линии предполагаемой дальности полета мяча (красным цветом). Зеленым цветом отметим зависимость координаты x мяча от времени, в которой произойдет два срабатывания анализатора (иначе говоря пересечения с голубой линией) при максимально возможной скорости (зеленая линия).

На рисунке изображены несколько сценариев того, как можно добиться 3 пересечений. L_1, L_2, L_3 символизируют возможные дальности полета, то есть меньше, равно или больше значения a. Из всех траекторий нас будет интересовать r_1, которая отражает возможность прерывания в момент, когда лазер вернется в исходную точку. Остальные траектории демонстрируют как иначе могли бы быть получены 3 пересечения.

Так или иначе, линии r_2 и r_3 имеют скорость меньше, чем линия r_1, то есть максимальная скорость будет возможной именно в этой ситуации. Поскольку это определяет лишь горизонтальную компоненту скорости, то получаем:

$$v_x = \frac{a}{T}$$

А значит скорость броска должна быть :

$$v < \frac{a}{T \cdot \cos\alpha}$$

Стоит отметить, что если допустить возможность отскока мяча после первого удара о пол, ответ в задаче не изменится.

Критерии оценивания:

Приведена зависимость и/или построен график горизонтального положения лазера от времени.	1
Приведена зависимость и/или построен график горизонтального положения мячика от времени.	1
Правильно указан хотя бы один сценарий 3 прерываний.	2
Приведено обоснование нескольких возможных сценариев достижения 3 прерываний.	1
Рассчитано при какой наибольшей скорости будет 3 прерывания.	5
Указано условие неравенства.	1