1. ~~A~~ a - Том в - Тик с - Там-Там

$$\begin{cases} a+b+c=d \\ 3a+b+c=2d \\ a+3b+c=2d \end{cases}$$

$\cancel{a+b}$ - $a\neq0$

$b\neq0$

$c\neq0$

$3a+b+\cancel{c}=a+3b+\cancel{c}$

$2a=2b$

$a=b$

$$\begin{cases} 2b+c=d \\ 4b+c=2d \\ 4b+c=2d \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b+2c=2d \\ 4b+c=2d \end{cases}$$

$\cancel{4b}+2c=\cancel{4b}+c$

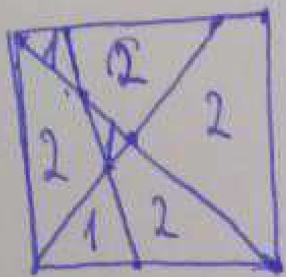
$c=0$

Противоречие найдено.

Ответ: Там-Там прав

2. Да, барон прав:

Пример:



① - треугольники ② - четырёхугольники

Ч. Т. Д.

3. По условию задачи ясно, что необходимо доказать, что ~~каждый~~ как минимум каждый третий ребёнок в синей шапки.

Допустим, что это ~~нета~~ не так, тогда должна появится комбинация: к-к-к. (к- красная шапка; с- синяя шапка)

Если таковой не будет, то каждый третий ребёнок окажется в синий шапки.

Доказательство: ~~Скогласн~~ ~~Как~~ В первой красной шапке определённо находится мальчик, т.к. девочки в красных шапках говоря правду, а значит их соседями могут быть только дети в синих шапках. Идентично и с другими: к(мальчик) - к(мальчик) - к(мальчик)

Мальчики в красном всегда лгут, а значит их соседями не могут быть только дети в красных шапках, а второй мальчик этому противоречия, следовательно комбинации к-к-к не может быть.

Из этого исходит что как минимум каждый третий ребёнок в синей шапки, а значит из 30 детей как минимум 10 - в синих шапках.

Ч. Т. Д.

5. $\begin{cases} a^2 < b+c & a \geq 0 \\ b^2 < c+a & b \geq 0 \\ c^2 < a+b & c \geq 0 \end{cases}$

Замети, что числа взаимо заменяемые

1) $\begin{cases} b < \sqrt{a+c} \\ a+c \geq \sqrt{a+c} \end{cases}$ (если $a \geq 1$; $c \geq 1$)

$b < a+c$

Из-за взамо заменяемости: $a < b+c$; $c < a+b$

2) $\left.\begin{cases} b < a+c \\ c < a+b \\ a < b+c \end{cases}\right\} \Rightarrow a=b=c$ (если $a \geq 1$; $b \geq 1$; $c \geq 1$)

$\cancel{\begin{cases} b-c<a \\ a-b<c \\ a+c<a \end{cases}}$

$\cancel{b-a < b+c}$

$\cancel{-2c < 0}$

$\cancel{c > 0}$

$\begin{cases} a^2 < 2a \\ b^2 < 2b \\ c^2 < 2c \end{cases}$

$\begin{cases} a(a-2) < 0 \\ b(b-2) < 0 \\ c(c-2) < 0 \end{cases}$

$a \geq 0 \quad b \geq 0 \quad c \geq 0$

$a-2<0 \quad b-2<0 \quad c-2<0$

$a<2 \quad b<2 \quad c<2$

$\begin{cases} a<2 \\ b<2 \\ c<2 \end{cases}$

(В этом случае когда не $a \geq 1$; $b \geq 1$; $c \geq 1$, условие так же соблюдается.)