

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по астрономии,  
заключительный этап, 2021/22 учебный год

**8-9 класс**

*Решение всех задач должно быть максимально подробным, с рисунками и пояснениями!*

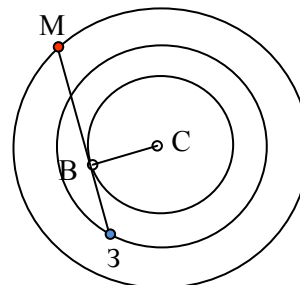
**9.1.** Считая чувствительность глаза и ПЗС-матрицы одинаковыми, вычислите, какую предельную звездную величину получит любитель астрономии на двухминутном снимке при использовании 10-см телескопа с матрицей, если в 60-см телескоп он видит глазом  $15^m$ . Примите, что время накопления сигнала на сетчатке глаза равно (не более) 0.05 секунды. **(15 баллов)**

*Решение.* При равных чувствительностях глаза и матрицы на одном и том же телескопе выигрыш в освещенности будет обусловлен только временем накопления сигнала **(5 баллов)**:  $120/0.05 = 2400$  раз, а в звездных величинах  $\Delta m = 2.5 \cdot \log 2400 \approx 8.45^m$ . С другой стороны использование меньшего телескопа приведет к проигрышу в  $(60/10)^2 = 36$  раз или в звездных величинах  $2.5 \cdot \lg 36 \approx 3.89^m$  (использование соотношения Погсона **5 баллов**). Т.о., предельная звездная величина на снимке составит  $15^m + 8.45^m - 3.89^m = 19.56^m$ . (вычисления – **5 баллов**)

*Примечание:* поскольку для 8-9 класса знание логарифмов не является обязательным, в части перевода отношения освещенностей в звездные величины решение может быть проведено с использованием соотношения Погсона методом подбора, с незначительной потерей точности (оценивается в полный балл).

**9.2.** В один и тот же момент времени планета Венера оказалась в наибольшей восточной элонгации для наблюдателей на Земле и в наибольшей западной элонгации для наблюдателей на Марсе. Найти расстояние между Землей и Марсом в этот момент. Орбиты всех трех планет считать круговыми и лежащими в одной плоскости. Рисунок выполните, соблюдая примерный масштаб и указав направление орбитального обращения планет. **(15 баллов)**

*Решение.* Восточная элонгация – планета видна к востоку от Солнца, т.е. на западе. Западная элонгация – планета видна на востоке. **(5 баллов, правильный рисунок с указанием направления обращения – 3 балла)**. Максимальная элонгация – углы  $СВМ$  и  $СВЗ$  равны  $90^\circ$  **(4 балла)**. Решая соответствующие треугольники, получим  $ВЗ = 0.69$ , а  $МВ = 1.34$  а.е. Т.о., расстояние между Марсом и Землей при таком расположении планет равно  $2.03$  а.е. **(3 балла)**. Если мы смотрим с северного полюса эклиптики, то орбитальное обращение происходит против часовой стрелки.



**9.3. Штурман – двоечник определил широту корабля, полагая ее равной измеренной высоте Полярной звезды над горизонтом. Сколько километров составила максимальная ошибка в определении положения корабля по широте? (20 баллов)**

*Решение: Астрономическая широта наблюдателя равна высоте Полюса Мира, а не Полярной звезды (5 баллов), причем исправленной за рефракцию. Максимальная ошибка по широте соответствует моментам наблюдений, когда Полярная в кульминации (5 баллов). В этом случае ошибка составит полярное расстояние Полярной, переведенное в километры:  $[(6371 \cdot 2 \cdot 3.14) / 360 \cdot 60] \cdot 44.15' = 81.8$  км (10 баллов).*

*Рефракция в зависимости от широты может усугублять ошибку еще на величину от 0 (приполярные области) до 65 км (вблизи экватора), а может и уменьшать ее на это же значение.*

**9.4. 10 июня 2017 года комета 47P прошла ближе всего к Солнцу. Когда эта комета последний раз в XX веке проходила перигелий, если большая полуось её орбиты составляет 4.11 а.е.? (20 баллов)**

*Решение: Период обращения кометы  $T = \sqrt{a^3}$  (5 балла), численно  $T = 4.11^{1.5} = 8.33$  года (5 б.). Это означает, что до этого перигелий был в 2009 году, а 2 оборота назад или  $8.33 \cdot 2 = 16.66$  года назад в дату  $2016.47 - 16.66 = 1999.81$ , примерно 21 октября 2000 года (5 баллов при любом верном счете дат, перевод в десятичные доли года не обязателен). Это и есть ответ, поскольку 2000 год – это еще XX век, XXI наступил 1 января 2001 года (5 баллов)*

*Примечание. Если перигелий 2000 года считается относящимся к XXI веку, а в ответе фигурирует 1992 год, задача оценивается не выше, чем в 10 балла. Если верный ответ получен иными верными рассуждениями, задача оценивается в 20 баллов. Ошибка  $\pm 10$  дней в финальном ответе не влияет на оценку.*

**9.5 Вам предложен негатив снимка планетария КФУ, выполненного на матрицу формата 24\*36мм, при использовании объектива с фокусным расстоянием  $f=14$ мм. Определите длительность экспозиции и широту планетария. Плоскость горизонта для фотокамеры проходит через сиденья скамеек и основание здания планетария. (30 баллов).**

*Решение:*

*Для нахождения длительности экспозиции нужно измерить угол поворота небесной сферы (т.е. центральный угол, который стягивают треки). Измерение следует провести по нескольким звездам для повышения точности результата. Треки желательно брать в разных частях кадра. Нужно помнить, что столь широкоугольный объектив имеет заметные искажения (дисторсию) и по одному треку результат будет не достаточно точный.*

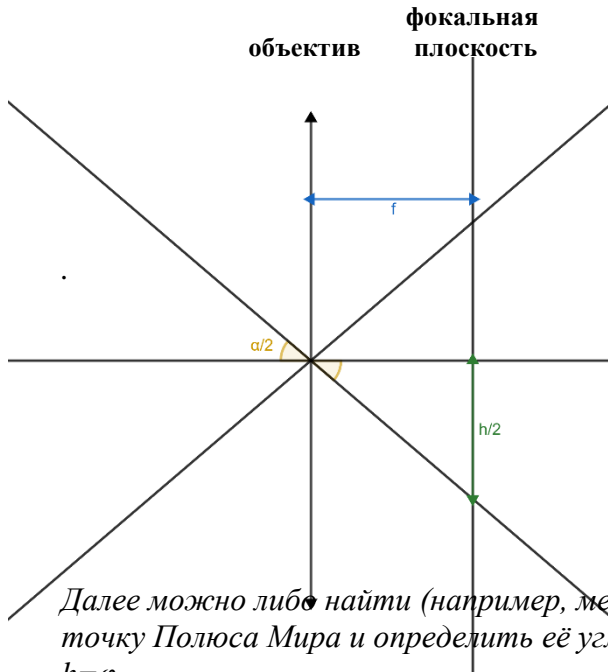
*Средний угол смещения звезд (измерено по 4-м звездам) составит*

*$\gamma = 62.56^\circ$ . Так как за  $23^h 56^m 04^s$  (не за  $24^h$ !) звезды смещаются на  $360^\circ$ , то искомое время*

$$t = \frac{\gamma}{360^\circ} \cdot 23^h 56^m 04^s \approx 4^h 10^m$$

*(10 баллов логика действий + измерения). Важно! Если вместо продолжительности звёздных суток была использована длительность солнечных (24 часа), то этот этап оценивается не выше, чем в 8 баллов, хотя численный ответ получается практически идентичный.*

Для определения широты места съёмки следует найти угловой масштаб (10 баллов)  
 Масштаб находится из рисунка ( $\alpha$  – угол зрения по вертикали,  $h$  – высота кадра на матрице)



Тогда  

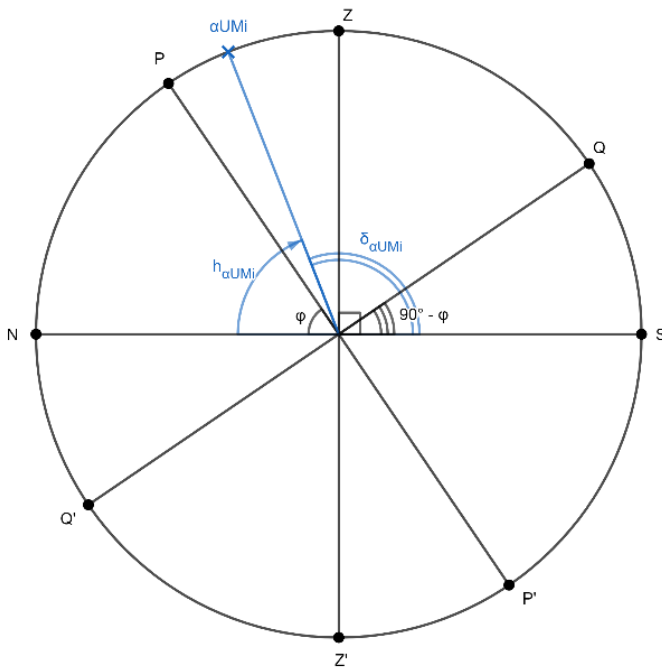
$$\alpha = 2 \arctg \frac{h}{2f}$$

Далее можно либо найти (например, методом средних перпендикуляров к трекам звёзд) точку Полюса Мира и определить её угловую высоту над линией горизонта. Очевидно, что  $h = \varphi$ .

Либо, найдя точку верхней (или нижней) кульминации Полярной, можно определить широту  $\varphi$ , зная формулу высоты светила в соответствующей кульминации и склонение Полярной. (10 баллов любой из способов при верных измерениях).

Точность определения широты при этом составит несколько градусов.

Ход решения можно проиллюстрировать рисунком:



Тогда  $h_{\alpha UM_i} + \delta_{\alpha UM_i} + 90^\circ - \varphi = 180^\circ \Rightarrow \varphi = h_{\alpha UM_i} + \delta_{\alpha UM_i} - 90^\circ$ , где  $h_{\alpha UM_i}$  – высота верхней кульминации Полярной звезды в градусах.

Пропорция для перевода измеренных по распечатке и полученных на приёмнике (матрице) величин друг в друга:

$\left. \begin{matrix} h''_{\alpha UM_i} \sim h'_{\alpha UM_i} \\ h \sim h' \end{matrix} \right\} \Rightarrow h''_{\alpha UM_i} = \frac{h \cdot h'_{\alpha UM_i}}{h'}$ , где  $h''_{\alpha UM_i}$  – высота верхней кульминации Полярной звезды на матрице.

Пропорция для вычисления высоты Полярной:  $\left. \begin{matrix} h''_{\alpha UM_i} \sim h_{\alpha UM_i} \\ h \sim \alpha \end{matrix} \right\} \Rightarrow h_{\alpha UM_i} = \frac{\alpha \cdot h''_{\alpha UM_i}}{h} = \frac{2h'_{\alpha UM_i} \arctg \frac{h}{2f}}{h'}$

Для распечатки формата А4 измерения дадут следующие величины:

Ширина фото	$w' = 289 \text{ мм}$
Высота фото	$h' = 194 \text{ мм}$
Высота верхней кульминации Полярной звезды на фото (достроено)	$h'_{\alpha UM_i} = 135 \text{ мм}$

Тогда

$$\varphi = \frac{2h'_{\alpha UM_i} \arctg \frac{h}{2f}}{h'} + \delta_{\alpha UM_i} - 90^\circ \approx 55^\circ 46'$$

### Справочные данные:

Продолжительность тропического года  $T=365.2422$  суток; длительность синодического периода обращения Луны 29.5 дня, сидерического – 27.3 дня; 1 а.е. =  $1.496 \cdot 10^8$  км; 1пк=206265 а.е, наклонение экватора Земли к плоскости эклиптики  $\varepsilon=23^\circ 26'$ ; Склонение Полярной звезды  $89^\circ 15.85'$ ; Масса Солнца  $2 \cdot 10^{30}$  кг ; Масса Земли  $6 \cdot 10^{27}$  г, радиус Земли 6371 км, Луны 1737 км, Солнца –  $6.96 \cdot 10^5$  км; большая полуось орбиты Венеры и Марса 0.72 а.е. и 1.52 а.е., соответственно; Видимая зв. величина Солнца при наблюдении с Земли  $-26.7^m$ ; Температура Солнца 5800 К; абсолютная зв. величина Солнца  $M_0=+4.8^m$ ; скорость света в вакууме  $c=299792$  км/с; гравитационная постоянная  $G=6.67 \cdot 10^{-11}$  м<sup>3</sup>/кг·с<sup>2</sup>, температура абсолютного нуля  $0^\circ\text{K}=-273.15^\circ\text{C}$ .