ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

алабуга
ОСОБАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЗОНА

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 67

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1103294

Задача № 2

Заметим, что если скидка составляет ~~100%~~ $x\%$, то цена ~~т.~~ товара (обозначим цену товара за единицу) будет $1-\frac{x}{100}=\frac{100-x}{100}=1\cdot\frac{100-x}{100}$, то есть можно цену товара просто умножить на $(100-x)\%$, назовем такое число (а далее говоря про $(100-x)\%$) коэффициентом скидки.

Давайте посмотрим, во сколько раз изменилась итоговая цена после скидок:

$\frac{60306}{69000}=\frac{20102}{23000}=\frac{874}{1000}=0,874$

То есть если взять цену товара за единицу, то умножив оба на коэфф. то коэффициенты скидок, мы получили 0,874. Пусть эти коэффициенты $\frac{x}{100}$ и $\frac{y}{100}$, заметим, что $x, y\in\mathbb{Z}$, ведь они получались вычитанием процента скидки из 100%, а скидка по условию — целое кол-во процентов, не большее 20, тогда можно ещё сказать, что $x, y\geq 80$, тогда запишем уравнение:

$\frac{x}{100}\cdot\frac{y}{100}=0,874 \quad |\cdot 100$

$xy=8740$ x, y — целые положительные числа, тогда это делители числа 8740, заметим, что $8740=2^2\cdot5\cdot19\cdot23$, тогда $xy=2^2\cdot5\cdot19\cdot23$, все эти множители должны быть в xy, тогда, не умаляя общности, x содержит 23, но $23<80$, тогда x содержит что-то ещё:, если x содержит ещё 5 или 19, то $x\geq5\cdot23=115>100$, а этого быть не может, тогда $x=2\cdot23$ или $x=2^2\cdot23$, но если $x=2\cdot23$, то $x=46<80$, этого быть не может, тогда $x=2^2\cdot23$, тогда $y=5\cdot19$, или наоборот., тогда один из коэффициентов это 92%, а второй 95% тогда проценты скидок — $100\%-92\%=\underline{8\%}$, и $100\%-95\%=\underline{5\%}$, как мы заметили, у ~~ур-я~~ уравнения только одно решение, удовлетворяющее условию, ~~поэ~~ поэтому ответ единственный

Ответ: 5% и 8%

20.

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	20	100

М7-67

Задача №3

Ответ: 5, давайте сделаем оценку на n: пусть мы каждое натуральное число и вправду можно представить в виде суммы n или менее красивых чисел. Посмотрим на число 9. Чтобы его представить, нужно использовать только однозначные красивые числа, наибольшее из них — 2, так $9 > 2 \cdot 4$, тогда здесь четырех недостаточно.

Докажем, что можно так представить любое нат. число в виде суммы 5 нат. ~~чисел~~ красивых, для начала докажем это для цифр:

$1 = \cancel{0+0+0+0+1}$ 1

$2 = \cancel{0+0+0+0+}$ 2

$3 = \cancel{0+0+0}+2+1$ $2+1$

$4 = \cancel{0+0+0}$ $2+2$

$5 = 2+2+1$

$6 = 2+2+2$

$7 = 2+2+2+1$

$8 = 2+2+2+2$

$9 = 2+2+2+2+1$

~~0=0~~ ~~0~~

Теперь докажем для многозначных чисел. Они состоят из цифр, которые мы уже умеем представлять, причём без переноса через разряд, то есть, например число ~~1023406489~~ 1079425638 мы заменяем поочередно по цифре, начиная с разряда единиц $8 = 2+2+2+2+0$; ~~6=2+2+2~~, $3 = 2+1+0+0+0$, $6 = 2+2+2+0+0$; $5 = 2+2+1+0+0$; $2 = 2+0+0+0+0$; $4 = 2+2+0+0+0$; $9 = 2+2+2+2+1$; $7 = 2+2+2+1+0$; $0 = 0+0+0+0+0$; $1 = 1+0+0+0+0$, потом (в столбик и оказались записи одной цифры в виде суммы красивых чисел), а в строчку тоже получаются красивые числа, если убрать нули в начале этих чисел:

~~1079425638=~~

$$\begin{array}{r} 1022222222 \\ +\,0022202212 \\ 0022001202 \\ 0012000002 \\ 0001000020 \\ \hline 1079425638 \end{array}$$

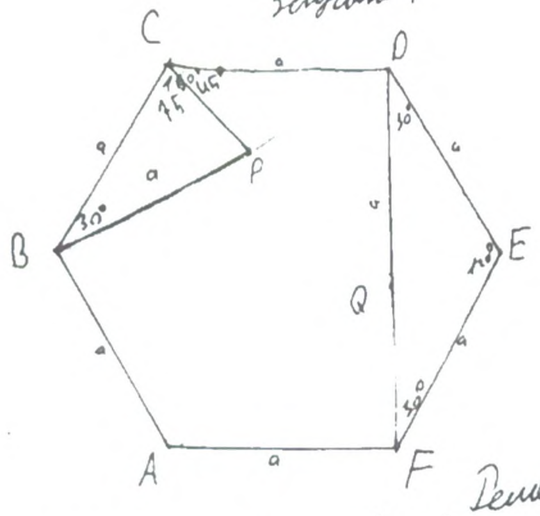
$1079425638 = 1022222222 + \cancel{00}22202212 + \cancel{00}22001202 + \cancel{00}12000002 + \cancel{000}1000020$

По такому же алгоритму таким же образом можно представить любое число, т.к. я умею представление каждой цифры.

Ответ: 5

20

Задача 4



Дано: правильный шестиуг. $ABCDEF$, $P \in BD$; $Q \in DF$; $BP = DQ = AB = a$

Доказать: точки C, P и Q лежат на 1 прямой

Решение:

Заметим, что $\triangle CBD$ - равнобедренный ($BC = CD$), где $\angle BCD = 120°$, тогда $\angle CBD = \angle CDB = \frac{180° - 120°}{2} = 30°$. Заметим, что $\triangle CBP$ - равнобедренный ($BC = BP$), где $\angle CBP = 30°$, тогда $\angle BCP = \angle CPB = \frac{180° - 30°}{2} = 75°$, тогда $\angle DCP = \angle DCB - \angle PCB = 120° - 75° = 45°$

Заметим, что $\triangle DEF$ равноб. ($DE = EF$), $\angle DEF = 120°$, тогда $\angle EDF = \angle EFD = \frac{180° - 120°}{2} = 30°$ тогда $\angle CDQ = \angle CDE - \angle QDE = 120° - 30° = 90°$. Заметим, что $\triangle CDQ$ - равнобедренный ($CD = DQ$), где $\angle CDQ = 90°$, тогда $\angle DCQ = \angle DQC = \frac{180° - 90°}{2} = 45°$, тогда $\angle DCP = \angle DCQ = 45°$, а ~~от P~~ P и Q лежат по одну сторону от DC, а в эту сторону отложить луч CL, чтобы $\angle DCL = 45°$, можно только единым способом, тогда $P \in CL$, $Q \in CL$, то есть P и Q лежат на луче, опред. $\angle DCL = 45°$, то есть на луче с началом в точке C, тогда точки C, P и Q лежат на одной прямой, что и требовалось доказать.

М 7-67

Задача 1

Ответ: да.

пример:

3	3	3	3	3	3	4
1	1	5	5	5	3	4
1	6	6	6	5	4	4
1	7	8	6	10	10	10
1	7	8	8	8	9	10
1	7	7	9	9	9	2
1	2	2	2	2	2	2

Можно увидеть линии разреза, чтобы можно понять контур фигур по цифрам (одинаковыми цифрами помечены клетки одного и того же „уголка"

20

M7-67

Задача 5

Ответ: 120

Решение: Оценка на 120: доску 8×8 можно разделить на 16 непересекающихся прямоуг. 1×4 (сначала нужно разделить доску на вертикали 1×8, а дальше каждый прямоуг 1×8 пополам на 1×4); тогда в каждом из 16 таких должно быть разное кол-во точек внутри (иначе если у 2-х разных ~~одинаковая~~ 1×4 одинаковая сумма, то если корабль приземлится на какой-то из них, то мы не сможем определить на какой ~~именно~~ именно); тогда ни в прямоуг. ~~1×4 = 0~~, ни в 2 этих 16 прямоуг., которые составляют полную доску, точек минимум 0+1+2...+15 (16 наим. целых неотр. чисел) $= \frac{15 \cdot 16}{2} = 120$.

Пример:

0	0	0	3	0	0	0	7
0	0	2	0	0	0	6	0
0	1	0	0	0	5	0	0
0	0	0	0	4	0	0	0
0	0	0	11	0	0	0	15
0	0	10	0	0	0	~~1?~~ 14	0
0	9	0	0	0	13	0	0
8	0	0	0	12	0	0	0

~~числами обозначены~~ числами обозначены кол-ва точек в клетках. Каждый прямоугольник 1×4 займёт ровно одну из подчёркнутых клеток, тогда корабль займёт одну из них, по кол-ву точек мы определим однозначно, пусть r (заметим, что $1 \le r \le 15$), тогда он обязательно займёт подчёркнутую клетку с числом r, то есть мы определим хотя бы одну клетку корабля.

Ответ: 120

20

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 86

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

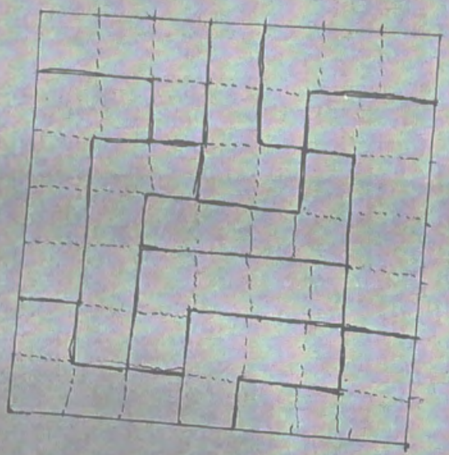
Данные участника

ID номер участника 1098885

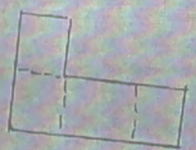
~~Задача~~ №1

Задача №1

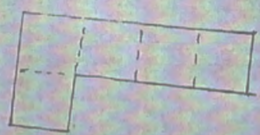
Да, барон прав, вот пример:



2 вида уголков:



→ 4 клетки



→ 5 клеток

Ответ: да может

20.

М7-86

1	2	3	4	5	Σ
20	0	20	20	0	60

МУ-86

Задача №3

Каждую из 10 цифр мы можем представить как сумму 0, 1 и 2

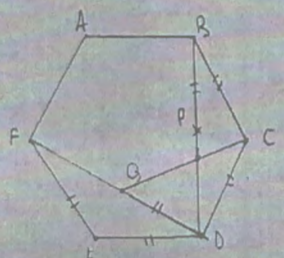
0=0 6=2+2+2
1=1 7=2+2+2+1
2=2 8=2+2+2+2
3=2+1
4=2+2 9=2+2+2+2+1
5=2+2+1

Наибольшее количество слагаемых у нас у числа 9 их 5
Предположим что у нас есть произвольное число
$\overline{xyz\ldots a}$ каждую из цифр этого числа мы можем представить как сумму и так как наибольшее количество слагаемых у такой суммы 5 то ответ 5

20

Ответ: 5

Задача №4



Дано:
BP = DQ = a
∠E, ∠D, ∠C, ∠B, ∠A, ∠F = 120°

Док-ать:
QC

Т.к. QD = DC то △QDC равнобедренный
∠E = 120° а △FDE = 180° т.к. FE = ED, то он равнобедренный тогда (180° − 120°) : 2 = 30° = ∠FDE
т.к. ∠D = 120° тогда 120° − 30° = 90° ∠QDC
т.к. углы при основании у равнобедренного треугольника равны, то
(180° − 90°) : 2 = 45° = ∠CQD = ∠QCD
∠BCQ = ∠C − ∠QCD = 120° − 45° = 75°
т.к. ~~уг~~ △BCD равнобедренный то ∠BDC = ∠CBD тогда (180° − 120°) : 2 = 30° ∠DBC
т.к. △PBC равнобедренный т.к. BP = BC то ∠BCP = (180° − 30°) : 2 = 75°
Т.к. ∠BCP = ∠BCQ = 75° тогда Q, P, C лежат на одной прямой

Ч.т.д.

20

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

алабуга
особая экономическая зона

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 82

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1173728

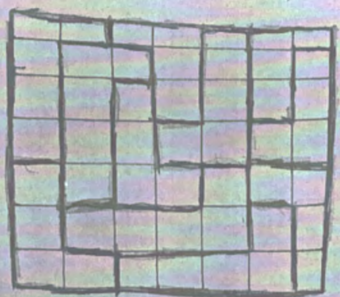
Фамилия Имя Отчество

М7-82

1	2	3	4	5	Σ
20	0	20	0	20	60

№1

МЕТОДОМ ПЕРЕБОРА, ВЗЯВ ЗА 2 УГОЛКА УГОЛОК $n=3$ И $n=4$, НАШЁЛ ВАРИАНТ РАЗРЕЗАТЬ КВАДРАТ, ПОЭТОМУ БАРОН ПРАВ.



ОТВЕТ: БАРОН МЮНХГАУЗЕН ПРАВ.

20

№3

~~ДЛЯ~~ В ЛЮБОМ НАТУРАЛЬНОМ ЧИСЛЕ МОЖЕТ БЫТЬ ТОЛЬКО 10 РАЗЛИЧНЫХ ЦИФР. РАЗОБЪЁМ КАЖДУЮ НА СУММУ ЦИФР $\boxed{0,1,2}$:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
+	0	1	2	2	2	2	2	2	2	2
+	0	0	0	1	2	2	2	2	2	2
+	0	0	0	0	0	1	2	2	2	2
+	0	0	0	0	0	0	0	1	2	2
+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

ДЛЯ 9 ТРЕБУЕТСЯ СЛОЖИТЬ 5 КРАСИВЫХ ЧИСЕЛ. ОТ ЧЕГО $k=5$

РАЗБЕРЕМ ПРИМЕРЫ

```
 98=        123456789=
 22+        122222222+
 22+        001222222+
 22+        000012222+
 22+        000000122+
 10+                1
```

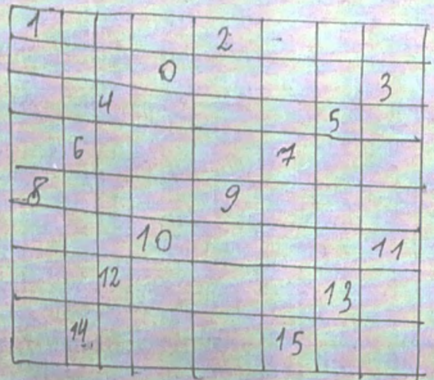
ОТВЕТ: $k=5$

20

1

M7-82

№5



В КЛЕТКУ "1" 1 ЧАШКА
В КЛЕТКЕ "2" 2 ЧАШКИ
В КЛЕТКЕ "0" 0 ЧАШЕК
И Т.Д.
СУМА ВСЕХ ЧАШЕК = 120

ЕСЛИ РАЗБИТО 0 ЧАШЕК ТО КОРАБЛЬ В КЛЕТКЕ 0
ЕСЛИ РАЗБИТА 1 ЧАШКА ТО КОРАБЛЬ В КЛЕТКЕ ~~0~~1
ИТД.

КОРАБЛЬ НЕ МОЖЕТ РАЗБИТЬ СРАЗУ 2 КЛЕТКИ С ЧАШКАМИ И НЕТ МЕСТ ГДЕ ОН ИХ НЕ РАЗОБЬЁТ КРОМЕ КЛЕТКИ 0. (РАСЧЁТ ШЁН НА ТО ЧТО КОРАБЛЬ МОЖЕТ ПОВЕРНУТЬСЯ ТОЛЬКО НА 90°)

ОТВЕТ: 120 ЧАШЕК НУЖНО ПОСТАВИТЬ НА ДОСКУ. 20

№4.

ЕСЛИ НАЧЕРТИТЬ ~~ФИГ~~ ДАННУЮ ФИГУРУ ИСПОЛЬЗУЯ ЛЮБОЕ a ТО МОЖНО БУДЕТ ЗАМЕТИТЬ ЧТО E, P, Q ЛЕЖАТ НА ОДНОЙ ПРЯМОЙ, ПРИ ИЗМЕНЕНИИ a ФИГУРА БУДЕТ МАШТАБИРОВАТЬСЯ НЕ ИЗМЕНЯ ДАННУЮ ПРЯМУЮ И УГЛЫ. 8

2

0

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	M7 - 76

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

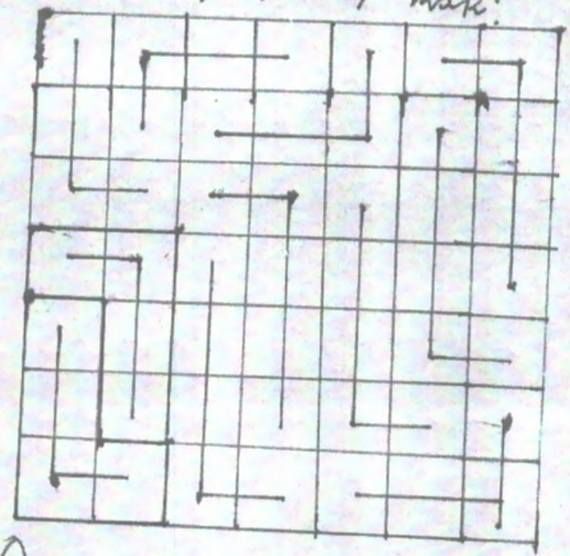
Данные участника

ID номер участника 1094265

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	0	20	80

M7-76

№1) Да, может, например так:



В данном случае использованы 4-х и 5-ти клеточные уголки.

20

Ответ: Да, Барон прав

№3) Разложим каждую цифру на сумму красивых чисел:

0=0, 1=1, 2=2, 3=1+2, 4=2+2, 5=1+2+2, 6=2+2+2, 7=1+2+2+2, 8=2+2+2+2, 9=1+2+2+2+2.

Заметим, что максимум понадобилось 5 красивых чисел. Докажем, что с 5 можно сделать любое число.

Пусть наше число $\overline{a_1 a_2 a_3 \ldots a_n}$. Разложим его как $a_1\cdot10^{n-1}+a_2\cdot10^{n-2}\ldots+a_{n-1}\cdot10+a_n$ Теперь разложим каждое a так, как мы раскладывали цифры: $(x_1\cdot1+y_1\cdot2)\cdot10^{n-1}+(x_2\cdot1+y_2\cdot2)\cdot10^{n-2}\ldots(x_n\cdot1+y_n\cdot2)$ (каждое a_i раскладывается как x_i единиц и y_i двоек). Теперь, чтобы получить сумму красивых чисел, возьмем из каждой скобки первое слагаемое и запишем в первое число в соответствующую степень 10, затем второе слагаемое и т.д. (если слагаемые бы кончились, напишем 0)

Например: распишем число 289. $289=2\cdot100+8\cdot10+9=(2+0+0+0+0)\cdot100+(2+2+2+2+0)\cdot10+(2+2+2+2+1)=(2\cdot100+2\cdot10+2)+(0\cdot100+2\cdot10+2)\ldots=222+22+22+22+1.$

Значит, 5 красивых чисел достаточно

Ответ: 5.

20

М7-76

№2) Пусть первая скидка $a(\%)$ вторая скидка $b(\%)$. Тогда скидка будет действовать как $(100\%-a)$ и $(100\%-b)$

Тогда составим уравнение:

$69\,000(100\%-a)(100\%-b)=60306$

$(100\%-a)(100\%-b)=\frac{60306}{69000}$

$(1-a)(1-b)=0,874$

$(1-a)(1-b)=87,4\%$

~~Заметим, что т.к. число процентов целое, то выражения в скобках это целое число процентов~~

$(100-a)\%(100-b)\%=87,4\%$

$(100-a)(100-b)=8740$

$(100-a)(100-b)=2^2\cdot5\cdot19\cdot23$

Заметим, что т.к $a,b\leq20$, то $100-a$, $100-b\geq80$, но меньше 100 (a,b натуральные)

Чтобы все множители присутствовали в произведении, нало умножить что-то на 23 и что-то на 19 $(19<80$ и $23<80)$.

Тогда есть следующие варианты: $2\cdot23=46<80$, $2^2\cdot23=92$, $5\cdot23=115>100$, $19\cdot23>100$. Из всех вариантов подходит только $2^2\cdot23$. Тогда 2-ая скидка будет $5\cdot19=95$, что тоже подходит. Тогда скидки были $100-92=8\%$ и $100-95=5\%$

Ответ: 8% и 5%.

20.

Н7-76

№5) Заметим что на доске выделенные зоны должны иметь разное число ~~каждых~~ чашек, иначе определить клетку будет невозможно (рис.1)

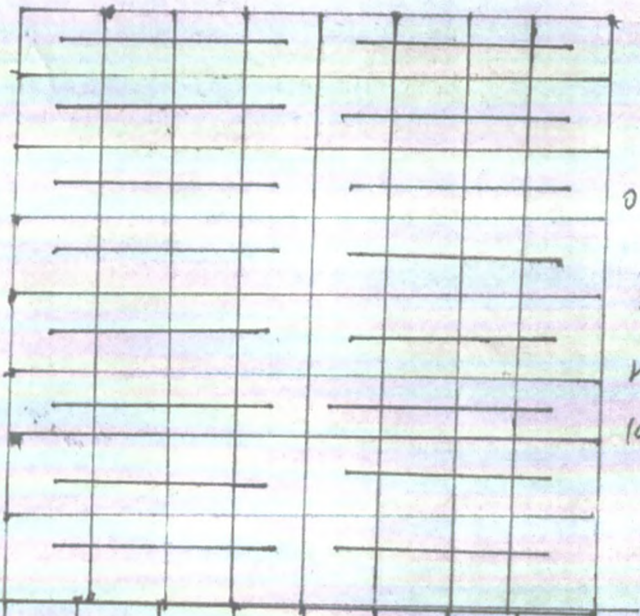


рис.1

Т.к. всего зон 16, то минимальное возможное число чашек — это $0+1+2+3\ldots+15=\frac{15\cdot16}{2}=15\cdot8=120$ чашек

Пример из 120 чашек приведен ниже, число в каждой клетке — кол-во чашек в ней (рис.2)

0	0	0	0	1	0	0	0
0	2	0	0	0	3	0	0
0	0	4	0	0	0	5	0
0	0	0	6	0	0	0	7
8	0	0	0	9	0	0	0
0	10	0	0	0	11	0	0
0	0	12	0	0	0	13	0
0	0	0	14	0	0	0	15

рис.2

Ответ: 120

20

М7-69

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

алабуга
особая экономическая зона

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 -

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1105158

М7-69

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	20	100

№1

Да, барон мог сказать правду

Пример разбиения используя a = 4, b = 5

Ответ: прав

20

М7-69

Задание № 2

Пусть первая скидка $k\%$, вторая скидка $n\%$

Тогда $69000 \cdot \left(1-\frac{k}{100}\right)\left(1-\frac{n}{100}\right) = 60306$

$$\left(1-\frac{k}{100}\right)\left(1-\frac{n}{100}\right) = \frac{60306}{69000} = \frac{30153}{34600} = \frac{30153:3,45}{34500:3,45} =$$

$$= \frac{8740}{10000}$$

$$\Rightarrow \left(1-\frac{k}{100}\right)\left(1-\frac{n}{100}\right) = \frac{8740}{10000}$$

Пусть $\left(1-\frac{k}{100}\right) = \frac{x}{100}$, а $\left(1-\frac{n}{100}\right) = \frac{y}{100}$

тогда $\frac{x}{100} \cdot \frac{y}{100} = \frac{xy}{10000} = \frac{8740}{10000}$

$\Rightarrow xy = 8740$, где x и y такие, что $80 \leq x \leq 100$; $80 \leq y \leq 100$,

есть только 1 вариант разбить 8740 на нужные множители

$x = 95$; $y = 92$

$\Rightarrow 1 - \frac{k}{100} = \frac{95}{100} \Rightarrow k = 5\%$

$1 - \frac{n}{100} = \frac{92}{100} \Rightarrow n = 8\%$

$\Rightarrow$ скидки: 5% и 8%

Ответ: 5% и 8%.

N7-69

Задача №3

Заметим, что $\min k \geq 5$, т.к число 9 нельзя представить в виде суммы 4 или 3 или 2 или 1 красивого числа. Потому что в противном случае сумма 4 или 3 или 2 или 1 однозначного красивого числа $=9$, но max однозначное красивое число – 2 $\Rightarrow$ сумма не более $4 \cdot 2 = 8$. Противоречие, нам надо 9.

Заметим, что за $5 = k$ возможно.

Стратегия:

Пусть наше число имеет длину n.

Мы разбиваем число на n разрядов (пример 123 разбивается на 1, 2, 3)

Каждый разряд – цифра, и любую цифру можно представить в виде суммы 5 красивых чисел:

$1 = 1+0+0+0+0$

$2 = 2+0+0+0+0$

$3 = 2+1+0+0+0$

$4 = 2+2+0+0+0$

$5 = 2+2+1+0+0$

$6 = 2+2+2+0+0$

$7 = 2+2+2+1+0$

$8 = 2+2+2+2+0$

$9 = 2+2+2+2+1$.

Тогда каждое число длины n можно разбить на 5 чисел длины n.

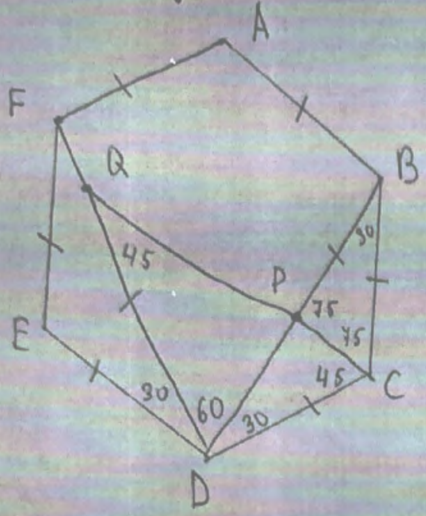
Пример число $9876789 =$

$$\begin{array}{r} +\,2222222 \\ +\,2222222 \\ +\,2222222 \\ +\,2210122 \\ 1000001 \\ \hline 9876789 \end{array}$$

Ответ: 5

М7-69

Задание № 4



Дано:

Шестиугольник ABCDEF - правильный

$QD = BP = AB$

Q на FD и P на BD

Доказать:

Q, P, C - на одной прямой

Док-во:

Заметим, что $\triangle BCD$ - равноб (основание BD), притом

$\angle BCD = 120 \Rightarrow \angle DBC = \angle CDB = \frac{180-120}{2} = 30$

Заметим, что $\triangle PBC$ - равноб (основание PC), притом

$\angle PBC = 30 \Rightarrow \angle BPC = \angle BCP = \frac{180-30}{2} = 75$

$\Rightarrow \angle PCD = \angle BCD - \angle BCP = 120 - 75 = 45$

Заметим, что $\triangle FED$ - равноб (основание BD), притом

$\angle FED = 120 \Rightarrow \angle QDE = \frac{180-120}{2} = 30$

$\Rightarrow \angle QDP = \angle EDC - \angle EDQ - \angle \cancel{RQ}PDC = 120-30-30 = 60$

$\Rightarrow \angle QDC = 90$ $(60+30)$, тогда рассмотрим $\triangle QDC$ ÷ он равноб. (QC - основ)

$\Rightarrow \angle DQC = \angle DCQ = \frac{180-90}{2} = 45$

Тогда $\angle PCD = 45 = \angle DCQ \Rightarrow$ P на CQ

$\Rightarrow$ P, C, Q на одной прямой.

Ответ: ч.т.д.

М7-69

Задание №5

Чтобы можно было разбить однозначно определить хоть 1 клетку, у нас в каждом 1×4 должно стоять разное количество чашек.

Заметим, что в 8×4 можно выделить 16 непересекающихся 1×4, как показано на рисунке:

В каждом разное количество чашек, и нам надо min

Минимально это: $0+1+2+\ldots+15=\frac{15\cdot 16}{2}=120$ чашек.

Если можно хоть на 1 меньше, то будет хотя бы 2 половины с одинаковой суммой:

Пример на 120:

0	0	6	3	0	0	0	11
0	0	2	6	0	0	10	0
0	1	0	0	0	9	0	0
0	0	0	0	8	0	0	0
0	0	0	7	0	0	0	12
0	0	6	0	0	0	13	0
0	5	0	0	0	14	0	0
4	0	0	0	15	0	0	0

В каждой клетке стоит цифра обозначающая сколько там чашек.

это верно, т.к. нет 2 прямоугольников с одинаковой суммой клеток и без пересечения

Ответ: 120

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

алабуга
особая экономическая зона

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 61

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

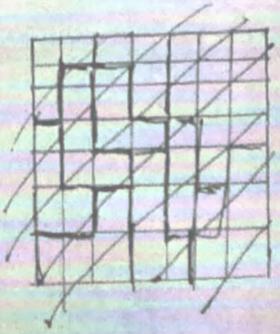
ID номер участника 1103363

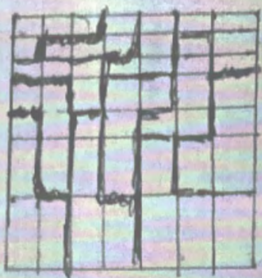
1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	20	100

H 7-61

№1

Да, прав. Пример:





a=4   11 штук

b=5   1 штука

20.

№2

По условию известно, что $\left(69000\cdot\frac{(100-x)}{100}\right)\cdot\frac{100-y}{100}=60306$, где

x, y - скидки

$(100-x)\cdot(100-y)=8740=19\cdot23\cdot2^2\cdot5$

~~Скидки будут~~ $80\le \cancel{x,y} \le 100$, где над ~~x, y~~ написано $100-x,\ 100-y$

Так, как целочисленные значения, значит скидки состоят из некоторых множителей 8740. Рассмотрим $100-x$ или $100-y$ где находится множитель 23. Если они будут некоторые множители: $23\cdot2<80\le23\cdot4\le100<23\cdot5<23\cdot5\cdot2\cdot19$. Единственный вариант это $23\cdot4$, тогда $100-x=23\cdot4=92$ $x=8$

$100-y=19\cdot5=95$ $y=5$

Ответ: 8 и 5%.

20

№3

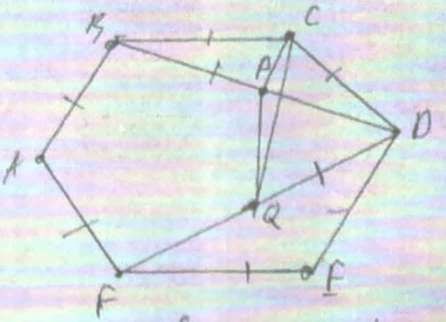
Если: Число K может иметь любую длину цифр, то будем смотреть на разряд чисел. Посмотрим на самую наибольшую цифру 9. $9=\underbrace{2+2+2+2+1}_{5}$. Значит чтобы получить цифру 9 в разряде или больше для каждого разряда надо как минимум 5 K.

Ответ: 5.

20

01

№4



Сумма углов Δ равна 180° по теореме о сумме углов Δ.

$\angle BCD = \angle FED = 120°$

ΔBCD и ΔFED равны по двум сторонам и углу между ними, и равнобедренные по определению. $\angle CDB = \angle CBD = \angle FDE = \angle EFD = (180° - 120°) : 2 = 30°$ по свойству $120° - 30° = \angle EDP = 90°$ ~~по свойству~~ ~~$\angle CDP = 90°$~~. ΔBCP равнобедренный по определению. $\angle BPC = \angle BCP = (180° - 30°) : 2 = 75°$. $\angle PCD = 120° - 75° = 45°$. ΔQCD - равнобедренный по определению. Значит $\angle QCD = \angle CQD = (180° - 90°) : 2 = 45°$. $45° = \angle QCD = \angle PCD$ при этом они лежат на одной полуплоскости относительно их ~~все~~ общей стороны CD. Значит точка P лежит на стороне EQ. Следовательно точки C, P, Q лежат на одной ~~и~~ прямой. 20

№6

$8 \cdot 8 : 4 = 16$ расстановок кораблей, которые не пересекаются друг с другом и в которых разное количество камней, ~~чтобы точно узнать~~ а то было 2 расположено корабля, которые не пересекаются, а значит ~~мы~~ мы не сможем гарантированно определить 1 клетку, занятую кораблем. Камней минимум $0 + 1 + 2 + \ldots + 15 = 120$. Пример, где число означает количество камней в клетке:

			11				8
		10				7	
	9				6		
0				5			
			4				15
		3				14	
	2				13		
1				12			

20.

Ответ: 120 камней.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	M7 - 60

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1090247

1	2	3	4	5	Σ
20	16	20	0	20	76

Лист №1

Н7-60

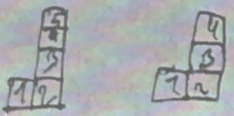
Стр. 1

№1

ТАК КАК У НАС 7×7=49 КВАДРАТИКОВ, МЫ НЕ МОЖЕМ ИСПОЛЬЗОВАТЬ ДВА УГОЛКА С ЧЁТНЫМ КОЛ-ВОМ КВАДРАТИКОВ.

ТАКЖЕ ПРИ ПОДБОРЕ ПРИМЕРА НАДО СЧИТАТЬ КОЛ-ВО ТЕХ ИЛИ ИНЫХ УГОЛКОВ ЕСЛИ ХОТИТЕ УПРОСТИТЬ ЗАДАЧУ.

49 − 5 − 4 − 4 − 4 − 4 − 4 − 4 − 4 − 4 − 4 − 4 − 4 = 0



ИЛИ

49 − 5 − 5 − 5 − 5 − 5 − 5 − 5 − 5 − 5 − 4 = 0

ИЗ УСЛОВИЯ ЗАДАЧИ НИЧТО НЕ МЕШАЕТ БАРОНУ РАЗРЕЗАТЬ КВАДРАТ, НО ЭТО НАДО ПОДТВЕРДИТЬ ПРИМЕРОМ.

Ответ: ДА, ПРАВ

№2

Сразу сделаем небольшую табличку:

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%	16%	17%	18%	19%	20%
1 скидка	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓ *	✓ ✗	✓ ✗	✓ ✗	✓ ✗	✓ ✗	✓ ✗	✓ ✗	✓ ✗	✓ ✗
2 скидка	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓ ✗	✓ ✗	✓ ✗	✓ ✗	✓ ✗	✓ ✗	✓ ✗	✓ ✗	✓ ✗

Теперь, мы вычёркиваем все проценты, где результат будет <60306:

~~20% от~~ 69000 − 20% от 69000 = 55200

69000 − 19% от 69000 = 55890

...

69000 − 12% от 69000 = 60720

Но "12%" нам тоже надо вычеркнуть, т. к. следующая минимальная скидка это 1% а значит: 60720 − 607,2 < 60306

Теперь мы возьмём 1-ую минимальную скидку в 1%, и также начнём вычёркивать всё что <60306

Н7-00

Стр. 3

Лист №2

№2 продолжение

69000 − 1% от 69000 = 68310

68310 − 20% от 68310 = 54648
68310 − 19% от 68310 = ~~55332~~ 55331,1

68310 − 12% от 68310 = ~~55~~ 60112,8

Теперь наша таблица выглядит так:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1 скидка	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓ ×	✓ ×
2 скидка	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Если взять первую скидку 11, то вторая должна быть именно 1, ведь иначе число будет < 6030

69000 − 11% от 69000 = 61410

61410 − 1% от 61410 = 60795,9 — не подходит.

То же самое с 10!

69000 − 10% от 69000 = 62100

62100 − 1% от 62100 = 61479

62100 − 2% от 62100 = 60858

62100 − 3% от 62100 = 60237 — не подходит.

Теперь осталось только подобрать нужные скидки:

69000 − 8% от 69000 = 63480
63480 − 5% от 63480 = 60306
69000 − 5% от 69000 = 65550
65550 − 8% от 65550 = 60306

Ответ: 5%; 8% либо 8%; 5%

16

М7-60

№3 Стр. 4

ПРЕДСТАВИМ ~~любое~~ КАЖДУ ЦИФОРУ В ВИДЕ СУММЫ 0, 1 И 2:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	2	1+2	2+2	1+2+2	2+2+2	1+2+2+2	2+2+2+2	1+2+2+2+2	0

МАКСИМАЛЬНОЕ КОЛ-ВО 1 И 2 ЭТО 5, ЗНАЧИТ НАИМЕНЬШЕЕ $K=5$, ВОТ НЕСКОЛЬКО ПРИМЕРОВ

9735421568721
2222221222221
+
2212200222200
+
2201000122200
+
2100000002100
+
1000000000000
=
9735421568721

9091929798
=
2021222222
+
2020202222
+
2020202222
+
2020202122
+
1010101010
=
9091929798

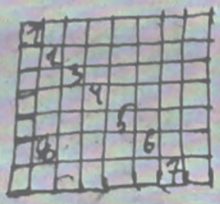
Ответ: 5

20

М7-60

Лист №3
№ 5

Если мы хотим задействовать как можно меньше чашек то нам надо ставить чашки в расстояния 3□ друг от друга по | и —, но наискосок можно ставить как хочешь:



~~Осталос~~ Осталось только нарисовать пример и посчитать все чашки:

Также оставляем 1□ незаполненым ведь мы уже узнаем куда он приземлится.

1+2+3... +14+15 = 120

Ответ: 120 чашек

20

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

участника Олимпиады

алабуга

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 59

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1185148

М7-89

№2

Пусть были скидки a и b процентов $a, b \leq 20$
Тогда: $a, b \in \mathbb{Z}$

$69000 \cdot \frac{(100-a)}{100} \cdot \frac{(100-b)}{100} = 60306$

Σ	1	2	3	4	5
60	0	20	20	0	20

$\frac{69000(100-a)(100-b)}{10000} = 60306$

$69(100-a)(100-b) = 603060$

$(100-a)(100-b) = 8740 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 19 \cdot 23$

Пусть $100-a = x$; $100-b = y$

$xy = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 19 \cdot 23$ $x, y \in \mathbb{Z} \geq 80$

$100 \geq x, y \geq 80$

Если либо x, либо y $\vdots$ и на 19, и на 23, то тогда это число $\geq 19 \cdot 2$

$\Downarrow$

>100

Значит НУО $x \vdots 19$ $y \vdots 23$

Пусть $x = 19t$ $y = 23v$

$19 \cdot t \cdot 23 \cdot v = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 19 \cdot 23$

$tv = 2 \cdot 2 \cdot 5$

Заметим, что если $v < 4$, то $y < 80$, а если $v > 4$, то $y > 100$

$\Downarrow$

$v = 4 \Rightarrow t = 5$

Тогда $x = 95$; $y = 92$

Тогда $a = 5$; $b = 8$

Значит скидки были 5% и 8%

Ответ: 5% и 8%

20

№3

Заметим, что если $k \leq 4$, то мы не сможем сделать число 9, т.к. если одно из слагаемых ≥ 10, то сумма ≥ 10, а если все однозначны, то так сумма = 8

Значит $k \geq 5$, докажем, что для $k=5$ условие работает.

Заметим, что мы можем сделать любой разряд единиц

$0 = 0+0+0+0+0$
$1 = 0+0+0+0+1$
$2 = 0+0+0+1+1$
$3 = 0+0+1+1+1$
$4 = 0+1+1+1+1$
$5 = 1+1+1+1+1$
$6 = 1+1+1+1+2$
$7 = 1+1+1+2+2$
$8 = 1+1+2+2+2$
$9 = 1+2+2+2+2$

Аналогично можем сделать любой разряд десятков.

Аналогично можем сделать любой разряд любым

$\Downarrow$

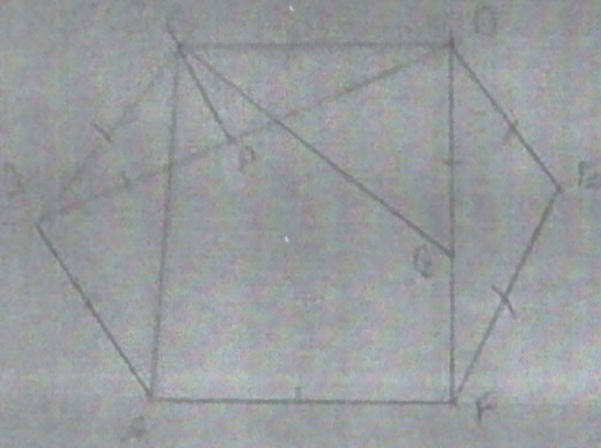
Любое число

Ответ: $k=5$

M7-59

20

Дано



ABCDEF - правильный

$P \in [BD]$; $Q \in [DF]$

$BP = DQ = AB$

Д-ть: C, P, Q на одной прямой

Док-во

$\angle DEF = 120^\circ$

$\triangle DEF$ - равнобедр.

⇓

$\angle EDF = 30^\circ$

$\angle CDQ = \angle CDE - \angle EDF = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$

$\triangle CDQ$ - равнобедр.

$\angle DCQ = 45^\circ$

Аналогичными действиями

$\angle ACD = 90^\circ$

⇓

$\angle ACQ = \angle ACD - \angle DCQ = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

$\angle CBD = 30^\circ$ (аналогично $\angle EDF$)

$\angle ABC = 30^\circ$

$\angle CBP = 30^\circ$; $\triangle CBP$ - равнобедр.

⇓

$\angle BCP = 75^\circ$

$\angle PCA = \angle PCB - \angle ACB = 45^\circ$

$\angle ACQ = \angle ACP$

⇓

$\angle QCP = 0^\circ$

⇓

на одной прямой

ч. т. д.

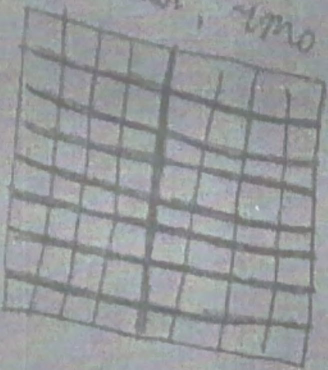
M7-59

0

M7-59

№5

Заметим, что если мы как-либо поставим чашки и при приземлении корабля в любую из ~~выдел~~ пару из выделенных поз, кол-во чашек будет равно, то мы не сможем однозначно определить.



То есть если в любых двух выделенных прямоугольниках кол-во чашек совпадает, то условие не выполняется

Тогда кол-во чашек во всех выделенных прямоугольниках разное => сумма всего чашек минимум

$0+1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15 = \frac{15 \cdot 16}{2} = 120$

А на 120 чашек есть пример:

Док-во работоспособности:
заметим что корабль приземлится ровно в одну из клеток, помеченную цифрой (число в клетке – кол-во чашек на ней)
Тогда по звуку мы сможем определить в какую точно клетку он приземлится

⇓

Определили одну клетку

Ответ: 120

20

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 94

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1275962

1	2	3	4	5	Σ
0	20	20	20	0	60

М7-94

№2

1) Пусть скидки (в %) составляют соответственно x% и y%.

⇒ конечная цена будет вида:

$$\frac{100-x}{100}\cdot 69000\cdot\frac{100-y}{100}=60306.$$ (нашли конечное число через проценты от числа.)

2) преобразуем уравнение:

$$\frac{(100-x)\cdot 690\cdot(100-y)}{100}=60306 \Rightarrow \text{(пропорц.)}$$

$$(100-x)\cdot 690\cdot(100-y)=6030600 \quad |:690$$

$$(100-x)\cdot(100-y)=8740.$$

Т.к. x и y целые, то и $100-x$ и $100-y$ тоже целые.

3) Разложим 8740 на множ: $8740=2\cdot 2\cdot 5\cdot 19\cdot 23$.

⇒ нужно собрать в 2 множ. каждый из которых <100. 23 и 19 вместе стоять не могут т.к. $23\cdot 19>100$. и 23 и 5 вместе тоже стоять не могут т.к. $23\cdot 5>100$. ⇒ 1-ый: $23\cdot 2\cdot 2$ а второй $19\cdot 5$. ⇒ $100-x=23\cdot 2\cdot 2 \Rightarrow x=8\%$ и $100-y=19\cdot 5 \Rightarrow y=5\%$; x и $y<20\%$ ⇒ условие выполняется, мы нашли ответ и доказали что он единственный возможный.

Ответ: 8% и 5%

20

М7-94

N3

5. Рассмотрим все красивые числа, они идут подряд тройками:

0; 1; 2 10; 11; 12; 20; 21; 22 100; 101; 102 и т.д.

максимальный переход нужно закрыть 5 цифрами от 12 до 20. (19) набираем так: max красивое < 19 + ост. ⇒

12 + 2 + 2 + 2 + 1. (5) Т.к. с 99. = 22 + 22 + 22 + 22 + 11.

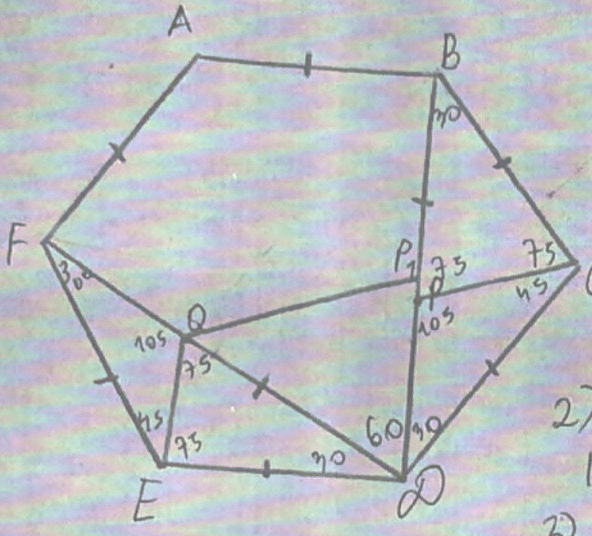
(по книге max + ост.) Т.к. 9: 9 = 2 + 2 + 2 + 2 + 1

Ответ: 5.

20.

М7-94

№4



1) $\angle DBC = \angle BDC =$ $\angle EFD = \angle EDC$ $= 30^\circ$ (по Т о сумме $\angle\Delta$) и $BC = CD = ED = FE = a$ (по усл.) $\Rightarrow \angle BPC = \angle BCP$ $= 75^\circ$ (равноб по усл.)

2) $\angle QED = \angle EQD = 75^\circ$ (равноб. по усл.)

3) $\angle QDP = 60^\circ$ (по акс изм $\angle$)

4) Т. $\Delta ABP \Rightarrow \angle ABP = 90^\circ$, а $\angle BAP = \angle BPA = 45^\circ$.

5) Т. ΔQCD (допустим P не лежит на QC) ΔQCD — равноб $\Rightarrow \angle QDC = 90^\circ$, а $\angle DQC = \angle DCQ = 45^\circ$.

6) Т. QDP_1 (P_1 — точка пересечения QC с BD) $\Rightarrow \angle DQP_1 = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$ (по Т о сум. $\angle\Delta$)

7) $\angle CPD = 105^\circ$ (по Т о сум. $\angle\Delta$) в ΔPDC.

8) т. к. $\angle QP_1D = 75^\circ$ и $\angle DPC = 105$, и $\angle QP_1D + \angle DPC = 180^\circ$ и P_1 и P имеет длину. то P_1 и P совпадают т. к. DQP_1 не может быть $180^\circ - \angle DPC$ т. к. он может быть < или >, а т. к. равен, то Q, P, C — лежат на одной прямой

ч. т. д.

20

М7-94

№5

8 кл

8 кл

1	2	3	4	1	2	3	4
2	3	4	1	2	3	4	1
3	4	1	2	3	4	1	2
4	1	2	3	4	1	2	3
1	2	3	4	1	2	3	4
2	3	4	1	2	3	4	1
3	4	1	2	3	4	1	2
4	1	2	3	4	1	2	3

1) Применим полосатую рассраску в 4 цвета диагональную. любая вырезая фигура содерж. все 4 цвета и не 1 другова. ⇒ при приземлении он точно заденет: одну 1; одну 2; одну 3 и одну 4.

2) Подсчитаем кол.-во каждого цвета:

1 – 16
2 – 16
3 – 16
4 – 16

⇒ всё равно.

3) Нам достаточно поставить чашки на все клетку любого 1 цвета (н.п.р. 1) ⇒ при приземлении он точно заденет 1 чашку. меньше нельзя т.к. найдётся 4-х уголник в котором не стоит не 1 чашки. ⇒ 16 (пример на рисунке обведённые – там чашки)

Ответ: 16.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 98

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

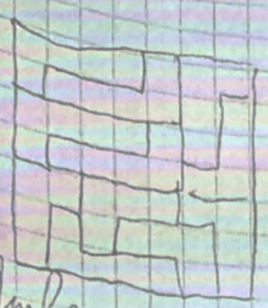
Данные участника

ID номер участника 1094807

М 7-98

1	2	3	4	5	Σ
20	0	10	20	20	70

①

  - наши фигуры

Ответ: да он прав.

20

③ ~~Оценка~~:

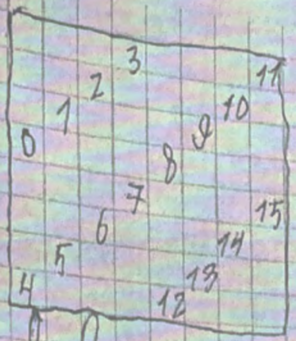
Если $k = 4$ то, есть числа ~~по~~ которые нельзя будет получить например я 8. Потому что в ~~по каждого~~ ~~едини~~ каждый разряд мы можем прибавить максимум 2 из этого следует что мы максимум можем получить 7, а я 9 не можем. А когда $k = 5$ мы можем уже получить любые ~~числ~~ цифры в разряде. И из-за того что переходов через десяток не может быть до $k = 5$ (не включительно) значит и 1, 2 и 3 не может равнятся k.

Ответ: $k = 5$.

10

⑤ Заметим что если мы не будем ставить много плиток в одну клетку, то это не возможно. По этому нам надо ~~мы~~ будет ставить в одну клетку какое-то колич-тво плиток всего 1 раз что бы не было такого что ~~мы~~ мы услышали 2 сломаных плитки, но где может стоять корабль 2 варианта. Нам надо поставить плитки так что бы ~~мы не~~ корабль не ~~могли~~ ни куда не мог сесть без шумно. Для этого минимум потребуется 16 клеток куда мы поставим плитки.

М7-98

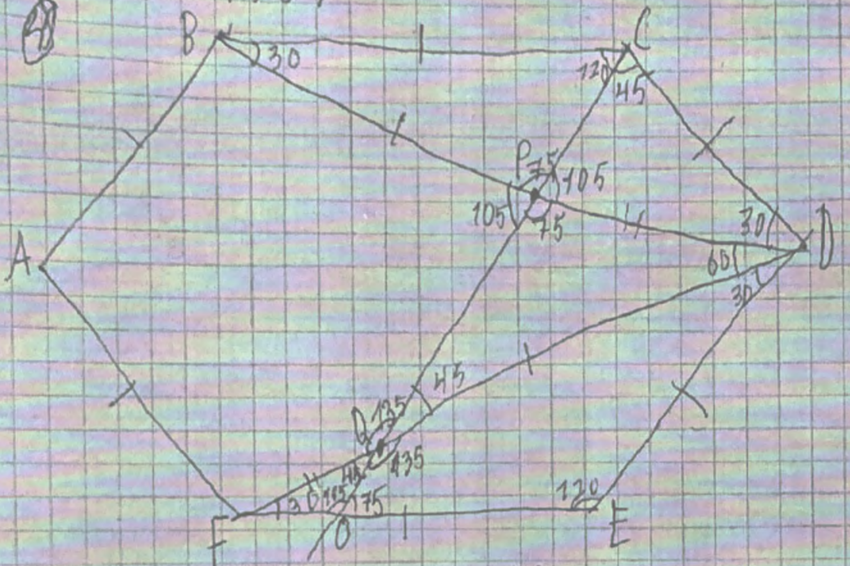


И берём мы наименьшее кол-во плиток что бы получить наименьший ответ всего мы поставили 120 плиток.

Ответ: 120.

20

4



~~$\triangle BDC$~~ $BC=CD \Rightarrow \triangle BCD$ – равнобедреный $\Rightarrow \angle C=120$ (дано) $\angle CBD = \frac{180-120}{2} = 30° = \angle CDB$

~~$\angle DBC=30°$~~ $\angle C=\angle E=120$ $BC=CD=FE=DE \Rightarrow \triangle BCD=\triangle FED$

Проверём прямую CP.

~~$\triangle BPC$~~ $BC=BP \Rightarrow \triangle BPC$ – равнобедреный $\Rightarrow \angle BCP = \frac{180-30}{2} = 75 = \angle BPC$

$\angle QPD=75°=\angle BPC$ (верт. угл.) $\angle BPQ=\angle CPD=180-75=105$ (верт. угл., смежн. угл.) $\angle D=120$ (дано) $\angle CDB=\angle FDE=30 \Rightarrow \angle BDF=120-30-30=60°=60 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle PQD=180-75-60=45°$ (сумма тр.) $\angle FQO=45°=\angle PQD$ (верт. угл.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CQF=\angle OQD=180°-45°=135°$ (верт. угл., смежн. угл.)

~~Проверём~~ $QD=DE=BC=BP$ $\angle B=\angle D=30 \Rightarrow \triangle QED=\triangle BCP$ $\triangle BCD=\triangle FDE \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle FQE=\triangle CPD \Rightarrow$ C, P, Q лежат на одной прямой

20

Страница 2.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 104

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1176957

ЗАДАНИЕ №4.

$BC = CD \Rightarrow \triangle BCD$ р/б.

$\Rightarrow \angle CBD = \angle CDB = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$

$BP = BC \Rightarrow \triangle BCP$ р/б. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BPC = \angle BCP = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$

BD – прямая $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CPD = 180^\circ - \angle BPC = 180 - 75 = 105^\circ$

$FE = ED \Rightarrow \triangle FED$ р/б. $\Rightarrow \angle EFD = \angle EDF = \frac{180 - 120}{2} = 30^\circ$

$\angle QDC = \angle EDC - \angle EDF = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$

$DQ = DC \Rightarrow \triangle QDC$ р/б. $\Rightarrow \angle DCQ = \angle DQC = \frac{180 - 90}{2} = 45^\circ$

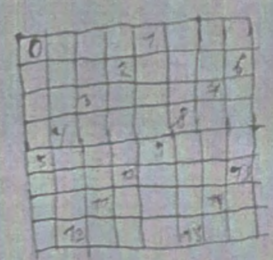
$\angle PCQ = \angle BCD - \angle BCP - \angle DCQ = 120^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 0^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~Q, D и C лежат~~ CQ и CP совп. $\Rightarrow$ C, Q и P леж. на одной прямой. ч.т.д.

20

ЗАДАНИЕ №5.

Ответ: 120. Пример: Раскрасим доску в диагональную раск. в 4 цвета.



Как на рис. во все цвета пол. чашки. Раз корабль в 4кл, он заденет ровно одну кл. первого цвета. Сколько разб. этих чашек, такую клетк задевает корабль.

20

1	2	3	4	5	Σ
0	0	20	20	20	60

МЧ-104

ЗАДАНИЕ №2.

$\frac{69000}{100} = 690$

$60306 : 690 = 87{,}4$

60306 — 87,4 % от 69000

Первая скидка ≤ 12, иначе она > 12, ≥ 13. Тогда после первой скидки цена будет ≤ 87 %, но даже после 2 скидки она должна быть 87,4 %.

Рассмотрим вар.:

1 ск.	2 ск.
0	$(100-0-87{,}4):(\frac{100-0}{100})$ = не цел.
1	$(100-1-87{,}4):(\frac{100-1}{100})$ = нец.
2	$(100-2-87{,}4):(\frac{100-2}{100})$ = нец.
3	$(100-3-87{,}4):(\frac{100-3}{100})$ = нец.
4	нец.
5	нец.
6	нец.
7	нец.
8	нец.
9	нец.
10	$(100-10-87{,}4):(\frac{100-10}{100}) = 4$
11	нец.
12	нец.

Подходит только при 10 %.

Ответ: были скидки 10 % и 4 %.

0

ЗАДАНИЕ № 3.

Ответ: $K = 5$.

Док-во: Возьмём число $\overline{a_1 a_2 a_3 \ldots a_n}$.

Теперь первое крас. чис. составим так, чтобы каждый разряд числа был ~~раз~~ = 0, если соот. раз. начального числа равен 0, = 1, если соот. раз. = 1, = 2, если соот. раз. ≥ 2. Следующее число сост. также, но для числа равному начальн. ~~минус~~ ~~первое~~ прошлое сост. числа, при каждом выч. разряды уменьшаются, пока не станут нулями. Нужно $K = 5$, иначе, $K \leq 4$, а значит, если ~~в разряде будет 9, вычтется максимум~~ будет число 9, максимум вычтется 8, 4 раза по 2.

20

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 108

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

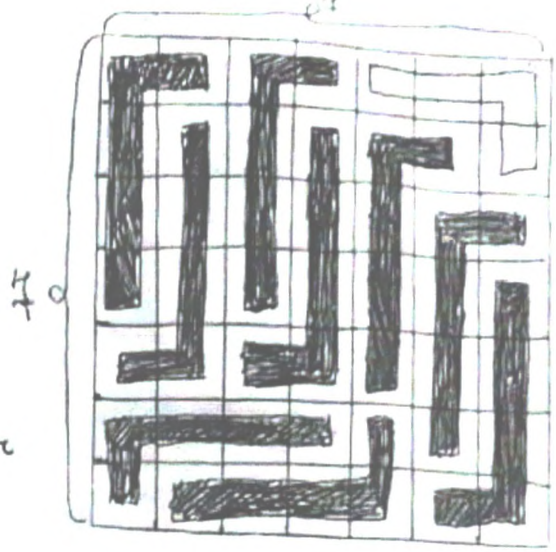
ID номер участника 1188619

№1

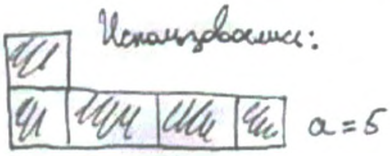
25б · 24ч – 49 клеток

Приведём пример доказывающий, что Барон прав.

Пример:



Использовались:



Ответ: Да, Барон прав

20

№2

Пусть первая скидка $p_1\%$, вторая $p_2\%$, где p_1 и p_2 целые числа ≤ 20

$$\left(1-\frac{p_1}{100}\right)\left(1-\frac{p_2}{100}\right)=\frac{60306}{69000}=\frac{10051}{11500}\ \Big|\cdot 10000$$

$10051 = 23 \cdot 437$

$$\ldots (100-p_1)(100-p_2)=\frac{10051\cdot 20}{23}$$

$$(100-p_1)(100-p_2)=437\cdot 20=8740$$

$8740 = 2^2\cdot 5\cdot 19\cdot 23$; Теперь найдём все делители от 80 до 99

$2^2\cdot 23=92$ | $92\cdot 95=8740$

$5\cdot 19=95$ | оба числа в нужном интервале

Других делителей в этом диапазоне нет (например $2\cdot 5\cdot 9=190>99$; $19\cdot 23=437>99$)

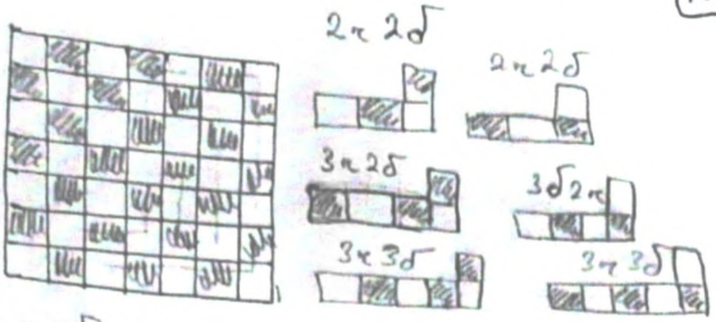
$\Downarrow$

$\begin{cases}100-p_1=92\\100-p_2=95\end{cases}$ или $\begin{cases}100-p_1=95\\100-p_2=92\end{cases}$

$p_1=8;\ p_2=5$ $\qquad$ $p_1=5;\ p_2=8$

Продолжение на стр. 2

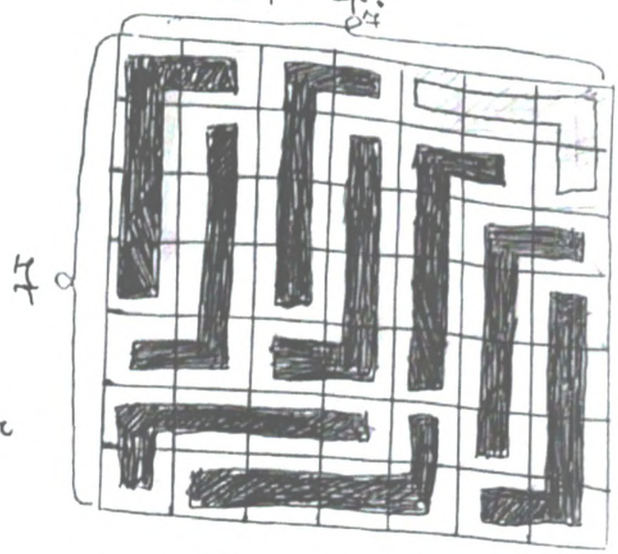
№1



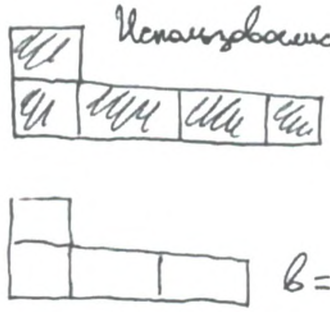
25б · 24ч = 49 клеток

Приведём пример доказывающий, что Барон прав.

Пример:



Использовались:



$a=5$

$b=4$

Ответ: Да, Барон прав

№2

Пусть первая скидка $p_1\%$, вторая $p_2\%$, где p_1 и p_2 целые числа ≤ 20

$$\left(1-\frac{p_1}{100}\right)\left(1-\frac{p_2}{100}\right)=\frac{60306}{69000}=\frac{10051}{11500} \quad /\cdot 10000$$

$10051=23\cdot 437$

$$\therefore (100-p_1)(100-p_2)=\frac{10051\cdot 20}{23}$$

$(100-p_1)(100-p_2)=437\cdot 20=8740$

$8740=2^2\cdot 5\cdot 19\cdot 23$; Теперь найдём все делители от 80 до 99

$2^2\cdot 23=92$ | $92\cdot 95=8740$

$5\cdot 19=95$ | оба числа в нужном интервале

Других делителей в этом диапазоне нет (например $2\cdot 5\cdot 19=190>99$; $19\cdot 23=437>99$)

$\Downarrow$

$\begin{cases}100-p_1=92\\100-p_2=95\end{cases}$ или $\begin{cases}100-p_1=95\\100-p_2=92\end{cases}$

$p_1=8; p_2=5$ $\qquad$ $p_1=5; p_2=8$

Продолжение на стр. 2

Проверим:

№2

$69000 \cdot 0{,}92 = 63480$

$63480 \cdot 0{,}95 = 60306$ => подходит

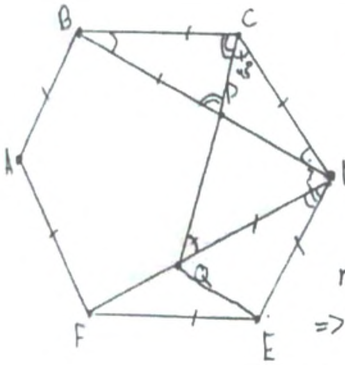
$69000 \cdot 0{,}95 = 65550$

$65550 \cdot 0{,}92 = 60306$ => подходит

Ответ: единственная пара целых процентов, не превышающих 20, - это 8% и 5%. Других ~~пар~~ ответов нет, т.к. разложение числа 8740 на множители в указанном диапазоне единственно.

20

№4



$AB = BC = CD = DE = EF = AF = a$

$BP = DQ = a$

Д-ть: C; P; Q ∩ одной прямой

Доказательство: $\triangle BCD$ - равноб., $\angle$ при вершине $C = 120°$, поэтому ~~[illegible]~~ углы CBD и $CDB = 30°$ => => в равноб. $\triangle CPB$ угол при вершине $CBP = CBD = 30°$, он углы ~~[illegible]~~ BCP и BPC при основании $= 75°$

Тогда $\angle DCP = 120° - 75° = 45°$. Рассмотрим $\triangle CDQ$ - равноб. с равными сторонами $CD = DQ$. В нём $\angle$ при вершине CDQ = разности $\angle CDE = \angle BCD = 120°$ и $QDE = CBD = 30°$ => $\angle CDQ = 90°$ - прямой

$\angle DCP = \angle DCQ = 45°$

⇓

Точки C; P; Q лежат на одной прямой.

Ч.Т.Д.

20

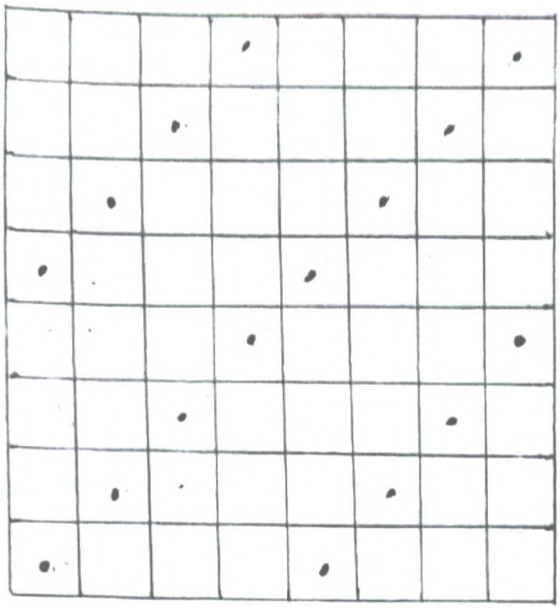
Стр. 2

Н7-108

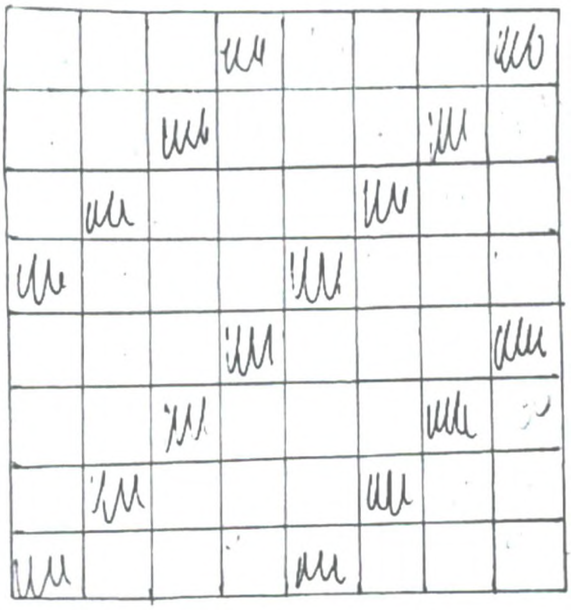
[redacted]

N5

Пример:



16 чашек



48 б 16ч

Оценка:

8 строк · 5 мест для длинных = 40 - по горизонтали

8 · 5 = 40 - по вертикали

⇓

Всего 80 мест для корабля

Чтобы определить куда приземлится корабль с минимальными потерями чашек нужно, чтобы корабль не должен избегать клеток с чашками. Нужно чтобы выбранные клетки S пересекали все 80 прямоугольников 1×4.

1×4 всегда занимает чёт. кол-во чёрных клеток.

16 это минимальное кол-во чашек ведь если убрать хоть одну то обязательно найдётся прямоугольник 1×4 полностью из белых клеток. Такого быть не должно => 16 минимальное число чашек

Ответ: 16 чашек

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 32

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1173507

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" января 2026 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» ОГРН 1021602841391 МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008 4

Шифр М7-32
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы
(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	0	20	20	20	20											80
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

математика
(профиль олимпиады)

7
(класс участия)

№2

Так как $69000 > 50000$ и покупатель воспользовался скидками последовательно, то пусть первая скидка которой он воспользовался будет $-x\%$, а вторая $-y\%$. $\rightarrow (69000 - 69000 \cdot 0{,}01x) - (69000 - 69000 \cdot 0{,}01x) \cdot 0{,}01y =$

~~69000~~ $= 60306 \rightarrow (69000 - 690 \cdot x) - (69000 - 690 \cdot x) \cdot 0{,}01y = 60306 \rightarrow$

$\rightarrow 690(100 - x) - 690(100 - x) \cdot 0{,}01y = 60306 \rightarrow$

$\rightarrow 690((100 - x) - (100 - x) \cdot 0{,}01y) = 60306 \rightarrow$

$\rightarrow 690((100 - x)(1 - 0{,}01y)) = 60306 \rightarrow$

$\rightarrow 690(100 - x)(1 - 0{,}01y) = 60306 \; |:69$

$\rightarrow 10(100 - x)(1 - 0{,}01y) = 874 \; |\cdot 10$

$100 \cdot (100 - x)(1 - 0{,}01y) = 8740$

$(100 - x) \cdot ((1 - 0{,}01y) \cdot 100) = 8740$

$(100 - x)(100 - y) = 8740$

~~Заметим~~ Разложим 8740 на простые множители $\rightarrow 8740 = 2^2 \cdot 5^1 \cdot 19^1 \cdot 23^1 \rightarrow$

$\rightarrow$ т.к. $8740 = (100 - x)(100 - y) \rightarrow$ нам нужно разложить число 8740 на два множителя, причём т.к. $8740 \,\vdots\, 23 \rightarrow$ один из множителей $\vdots\, 23 \rightarrow$

продолжение задачи 2

~~он равен 23·a~~ Заметим что x и y — это скидка в % → $x;y \geq 0$; по условию: $x;y \leq 20$ → Т.к. $x;y \geq 0$ → $100-x$; $100-y \leq 100$ →

→ Т.к. $x;y \leq 20$ → $100-x$; $100-y \geq 80$ →

→ Нам нужно разложить число 8740 на два множителя, которые ≥ 80 и ≤ 100 и один из них $\vdots 23$ → посмотрим на тот который $\vdots 23$ → оно равен $23 \cdot a$; где a — целое

→ Т.к. этот множитель ≥ 80 и ≤ 100 → $80 \leq 23a \leq 100 \mid :23$ → $\frac{80}{23} \leq a \leq \frac{100}{23}$ →

→ $3\frac{11}{23} \leq a \leq 4\frac{8}{23}$ → $3 < a < 5$; a — целое → $a = 4$ (т.к. между числами 3 и 5 стоит только одно целое число 4) → $a=4$ → $23a = 23 \cdot 4 = 92$ → один из множителей

равен 92 → другой множитель равен $8740 : 92 = 95$ →

→ множители $\{100-x$ и $100-y$ равны числам 92 и 95 →

→ либо $100-x=92$; $100-y=95$; либо $100-x=95$; $100-y=92$ → либо $x=8$; $y=5$; либо $x=5$; $y=8$ → т.к. x и y — это скидки в %; то в каком-то порядке эти скидки равны 8% и 5%

Ответ: 8% и 5%

20

№3

Заметим что если число 9, можно представить только ≥ 05 красивыми числами, потому что если мы используем ≥ 1 ~~более~~ красивое число в котором будет ≥ 1 цифра → это число будет ≥ 10 → сумма будет ≥ 10 → → сумма будет > 9 → Противоречие → все числа в сумме однозначные → это только числа 0; 1; 2 (т.к. по условию красивые числа состоят только из цифр 0; 1; 2) → → в сумме каждое число будет ≤ 2 → если мы хотим получить 9; то: если мы будем использовать ≤ 4 числа → вся сумма будет $\leq 4 \cdot 2 = 8$ → ≤ 8 →

Итоговый балл ________ ________________ (подпись председателя жюри)

Шифр М7-32 (заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «________________________», ______ класс,

вариант ________

продолжение задачи 3

→ сумма будет < 9 → Противоречие → нам нужно ≥ 5 красивых чисел.

Заметим что каждую цифру можно записать как сумма пяти красивых цифр:

$9 = 2+2+2+2+1$
$8 = 2+2+2+2+0$
$7 = 2+2+2+1+0$
$6 = 2+2+2+0+0$
$5 = 2+2+1+0+0$
$4 = 2+2+0+0+0$
$3 = 2+1+0+0+0$
$2 = 2+0+0+0+0$
$1 = 1+0+0+0+0$
$0 = 0+0+0+0+0$

Значит если нам дано число $b = \overline{a_n a_{n-1} a_{n-2} \ldots a_1}$ →

→ мы возьмем такие пять красивых чисел: ~~чтобы~~ что на n месте с конца будут стоять такие цифры чтобы в сумме получилась цифра a_n; на $n-1$ месте с конца будут стоять такие цифры чтобы в сумме получилась цифра a_{n-1}; . . . ; на 1 месте с конца будут стоять такие цифры чтобы в сумме получилась цифра a_1 → если в каком-то из красивых чисел ~~в~~ в самом переди числа должно стоять какое-то кол-во нулей, то мы их ~~просто~~ убираем (например: если должно быть число :0001201 → мы поставим число 1201) →

→ тогда сумма всех пяти красивых чисел (если должно стоять число: 000...000 → мы поставим число 0) будет равна числу b; так как при суммировании получится число с ~~таким~~ набором цифр: $\overline{a_n a_{n-1} a_{n-2} \ldots a_1}$; а этим числом является число b.

Ответ: $k = 5$

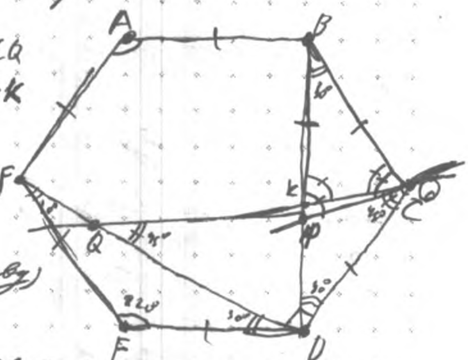
20

Лист № 2

№ 4

Дано: $ABCDEF$ - правильный шестиугольник; $AB=BC=CD=DE=EF=AF=a$;
$P \in [BD]$; $Q \in [DF]$; $BP=DQ=a$

Доказать: точки C, P и Q – лежат на одной прямой



Доказательство: 1. проведём прямые CP и CQ

2. Пусть ~~т. K~~ BD точка пересечения BD и CQ - K

3. $\cancel{BP} = \cancel{BQ}$ ($BP=a$; $BC=a$) $\Rightarrow BP=BC \to \triangle PBC$ - р/б (по определению) $\to \angle BPC = \angle BCP$ (по свойству)

4. $BC=CD \to \triangle BCD$ - р/б $\to \angle CBD = \angle CDB$ (по свойству)
(т.к. $ABCDEF$-правильный шестиугольник)

5. ($\angle BCD = 120°$; $\angle BCD + \angle CBD + \angle CDB = 180°$ (по теореме о сумме углов в $\triangle$)) $\to$
($\angle CBD + \angle CDB = 180° - 120° = 60°$; $\angle CBD = \angle CDB$) $\to 2 \cdot \angle CBD = 2 \cdot \angle CDB = 60° \to \angle CBD = \angle CDB = 30°$
$\angle CBD = 30°$

6. ($\angle BPC = \angle BCP$; $\angle BPC + \angle BCP + \angle CBD = 180°$ (по теореме ~~4 углов~~ о сумме углов в $\triangle$)) $\to$
$\to \angle BPC = \angle BCP \Rightarrow 2 \cdot \angle BPC = 2 \cdot \angle BCP = 180° - 30° = 150° \Rightarrow \angle BCP = \angle BPC = 75° \Rightarrow \angle BCP = 75°$

7. $EF = DE \to \triangle DEF$ - р/б (по определению) $\to \angle EFD = \angle EDF$ (по свойству)

8. ($\angle DEF = 120°$ (т.к. $ABCDEF$- правильный шестиугольник); $\angle DEF + \angle EFD + \angle EDF =$
$= 180°$ (по теореме о сумме углов в $\triangle$) $\to \angle EFD + \angle EDF = 180° - 120° = 60°$

9. ($\angle EFD = \angle EDF$; $\angle EFD + \angle EDF = 60°$) $\to 2 \cdot \angle EFD = 2 \cdot \angle EDF = 60° \to \angle EFD = \angle EDF = 30°$

10. ($\angle CDE = 120°$ (т.к. $ABCDEF$ - правильный шестиугольник);
~~$\angle EDC = \angle ED$~~ $\angle CDE = \angle EDF + \angle CDQ$; $\angle EDF = 30°$) $\to \angle CDQ = 120° - 30° = 90°$

11. ($DQ = a = CD$) $\to CD = DQ \to \triangle CDQ$ - р/б (по определению) $\to$ ~~$\angle CDF = \angle FD$~~ $\to \angle DCQ = \angle DQC$

12. ($\angle CDQ = 90°$; $\angle CDQ + \angle DCQ + \angle DQC = 180°$ (по теореме о сумме углов в $\triangle$)) $\to \angle DCQ + \angle DQC = 180° - 90° = 90°$

13. ($\angle DCQ + \angle DQC = 90°$; $\angle DCQ = \angle DQC$) $\to 2 \cdot \angle DCQ = 2 \cdot \angle DQC = 90° \to$
$\to \angle DCQ = \angle DQC = 45°$

14. ($\angle BCD = 120°$ (по т.к. $ABCDEF$- правильный шестиугольник);
$\angle BCD = \angle BCQ + \angle DCQ$; $\angle DCQ = 45°$) $\to \angle BCQ = 120° - 45° = 75°$

15. ($\angle BCQ = 75° = \angle BCP$) $\to \angle BCQ = \angle BCP \to CQ \parallel CP$ (по соответственным углам при прямых CQ и CP и секущей BC).

16. прямые CQ и CP - параллельные и у прямых CQ и CP - есть общая точка C $\to$ прямые CQ и CP - совпадают $\to$
$\to$ точка P - лежит на прямой CQ $\to$ ~~точки C, P и Q лежат~~ $\to$ точки C, P и Q - лежат на одной прямой ч.т.д.

20

Итоговый балл ________ ____________
(подпись председателя жюри)

Шифр М7-32
(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

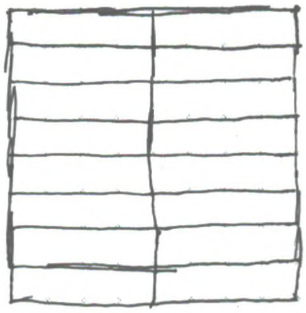
по «______________________», ______ класс,

вариант ________

№5

~~Заметим что на рис.1~~

рис. 1:



Заметим что доску 8×8 можно разбить на 16 непересекающихся областей размером 1×4 клетки (рис. 1) → Так как космический корабль может приземлиться на любую из областей и в любых двух областях нет общей клетки → чтобы определить хотя бы одну занятую кораблём клетку надо чтобы во всех областях было разное количество чашек → всего чашек должно быть ≥ $0+1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15 = \frac{16\cdot(0+15)}{2} = 8\cdot 15 = 120$ → должно быть ≥ 120 чашек использовано.

рис 2:

0	0	0	0	12	0	0	0
0	1	0	0	0	13	0	0
0	0	2	0	0	0	14	0
0	0	0	3	0	0	0	15
8	6	0	0	4	0	0	0
0	9	0	0	0	5	0	0
0	0	10	0	0	0	6	0
0	0	0	11	0	0	0	7

Если расставить чашки, как на рис. 2 → мы истратим $0+1+2+\ldots+15 = \frac{16\cdot(0+15)}{2} = 8\cdot 15 = 120$ → мы истратим 120 чашек и так как ~~из того~~ если раскрасить доску в четырёхцветную раскраску; ~~так что~~ то корабль когда приземлится он заденет ровно 1 клетку 1 цвета →

четырёхцветная раскраска:

1	2	3	4	1	2	3	4
4	1	2	3	4	1	2	3
3	4	1	2	3	4	1	2
2	3	4	1	2	3	4	1
1	2	3	4	1	2	3	4
4	1	2	3	4	1	2	3
3	4	1	2	3	4	1	4
2	3	4	1	2	3	4	1

→ Т. к. на 1 цвету у нас от 0 до 15 чашек, а на остальных клетках нет → сколько разбитых чашек мы услышим столько ~~разб~~ чашек лежит на клетке 1 цвета, которую займёт корабль → мы определим одну клетку ~~кот~~, которую займёт космический корабль

Ответ: 120

20

Лист № 8

№1

Ombein:Hem

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 39

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 999636

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» ОГРН 1021602841391
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА
Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008
Тел./факс: 8(843) 292-53-63

Дата "16" января 2026 г.

Шифр М7-39
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

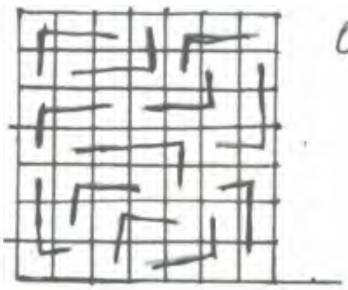
(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	20	—											80
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика
(профиль олимпиады)

седьмой (7)
(класс участия)

№1



Ответ: Да

20.

№3 Ответ: 5

Решение: рассмотрим цифры числа n. Заметим, что если в нем есть цифра 9, ~~то ее можно получить~~ Пусть любое число представимо суммой k≤4 красивых чисел. Тогда сумма ~~чисел~~ ~~раз~~ всех цифр в разряде не превосходит 2·4=8, то есть перехода через разряд быть не сможет.

№3 (прод.)

Но тогда и все цифры числа $\leq$ не превосходят 8 — но тогда нельзя получить 9 в разряде — тогда не все числа можно представить — 4. $\Rightarrow k>4 \Rightarrow k\geq 5$ т.к. $k\in\mathbb{N}$.

Приведем в качестве примера алгоритм получения цифр: ~~...~~

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
2	2	2	2	2	2	2	2	1	0
2	2	2	2	2	2	1	0	0	0
2	2	2	2	1	0	0	0	0	0
2	2	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$5=k$

Если каждую цифру представлять в таком виде, то все полученная и никогда не вот. пер-да через разряд.

20

№2

Заметим, что ~~скидка~~ значение числа a после скидки $b\%$ будет $a-\frac{b}{100}\cdot a=$

$=a\cdot\frac{100-b}{100}$.

так и представим условие, если скидка $a\%$ и $b\%$: $\left(69000\cdot\frac{(100-a)}{100}\right)\cdot\frac{(100-b)}{100}=$

$=60306$

$$\frac{(100-a)}{100}\cdot\frac{(100-b)}{100}=\frac{60306}{69000}$$

оговый балл ________ ______________

(подпись председателя жюри)

Шифр М7-39

(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «______________________», ______ класс,

вариант ________

№2 (пр.)

$$\frac{(100-a)(100-b)}{10000} = \frac{60306\cdot 10}{69000\cdot 10}$$

$$(100-a)(100-b)=\frac{603060}{69}$$

$$(100-a)(100-b)=8740$$

т.к. $a\le 20$ и $b\le 20$, то $100-a\ge 80$ и $100-b\ge 80$

$$(100-a)(100-b)=2\cdot 2\cdot 5\cdot 19\cdot 23$$

давайте распределим делители по скобкам:

$19\cdot 23>100 \Rightarrow$ или $\left[\begin{array}{l} a\le 0 \\ b\le 0\end{array}\right.$, но $a,b\in N$ — ч

$\Downarrow$

19 и 23 в разных группах делите-
лей ~~19~~ т.к. $23\cdot 5>100$, а $23\cdot 2<80$, то
в группе с 23 ~~все~~ или $2\cdot 2$ или ничего
во втором случае $23<80$ — ч.

$\Downarrow$

1-я группа делителей: $23\cdot 2\cdot 2$.

тогда ~~все~~ вторая это все оставш.:

$19\cdot 5$.

Не ЧО $(100-a)=19\cdot 5=95 \Rightarrow a=5$

$(100-b)=23\cdot 2\cdot 2=92\Rightarrow b=8$ $\Rightarrow$ Ответ: 5% и 8% в любом порядке

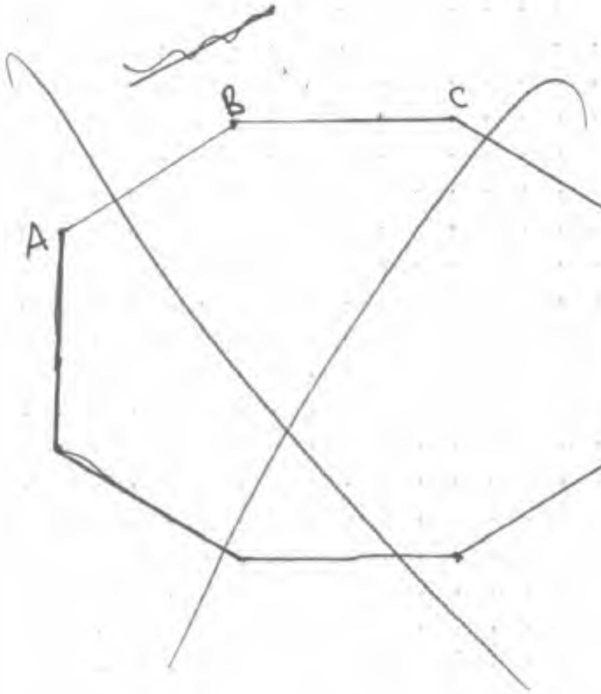
20

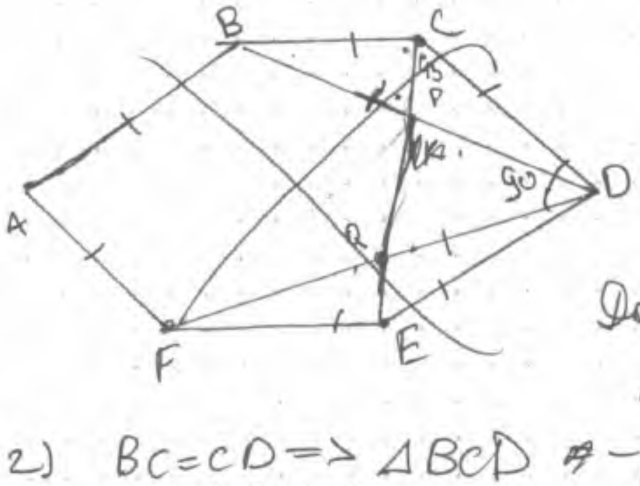
Лист № 2

№ 2 (пр. 2).

Ответ: 5% и 8% в любом порядке

№ 4





Дано: ABCDEF — прав. 6-к; $P \in BD$, $Q \in DF$, $BP = FQ =$ ~~AB~~ a

Док-ть: $\angle CPQ = 180^\circ$

Док-во: 1) $\angle BCD = 120^\circ$, т.к. ABCDEF — пр. 6-к.

2) $BC = CD \Rightarrow \triangle BCD$ — р/б $\Rightarrow \angle CBD = \angle CDB = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$

3) ~~Аналог.~~ $\angle FED = 120^\circ$, а $FE = ED \Rightarrow$ ~~∠DEF = ∠DEF~~ $\angle DFE = \angle EDF = 30^\circ$

Итоговый балл ________ ________________
(подпись председателя жюри)

Шифр М7-39
(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «________________________», ______ класс,

№4 (пр.)

4) $\angle QDE = 30^\circ$, а $QD = ED \Rightarrow \triangle QDE$ - р/б и
$\angle EQD = \angle DEQ = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$

~~5) пусть $\angle CPQ \neq 180^\circ$. пусть т.к. т. пер-я СР и 5) $\angle CPD = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ \Rightarrow \angle CPD = 45^\circ$~~
~~6) продлим СР за т. Р до пер-я с отр. FD (т.к.~~

5) $\angle CPB = 75^\circ \Rightarrow \angle CPD = 105^\circ$ (смежн.) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle PCD = 180^\circ - 105^\circ - 30^\circ = 45^\circ$

6) $\angle FQE = 180^\circ - \angle EQD = 105^\circ$ (смежн.) $\Rightarrow \angle FEQ = 45^\circ$

7) Продлим CP за т. P до пер. с отр. FD ~~(о~~ по пер. с прямой FD, пусть это т. X

8) $\angle CDX = \angle CDE - \angle EDQ = 90^\circ$

$\Downarrow$

$\triangle CXD$: $\angle CXD = 180^\circ - \angle XCD - \angle CDX = 45^\circ$

$\Downarrow$

$\angle CXD = \angle DCX \Rightarrow CD = DX = a$.

9) $DX = DQ$, а т.к. они в одной п-ти отн. CD, то Q и X совп. $\Rightarrow \angle CPQ = 180^\circ$ что

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 40

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов
заключительный этап. 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1005418

[redacted]

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" 01 20 26 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008 Тел./факс: 8(843) 292-53-03

Шифр М7-40
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

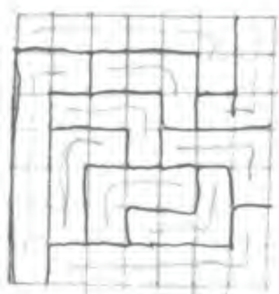
№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	0	20	20	0											60
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

математика
(профиль олимпиады)

7
(класс участия)

№1

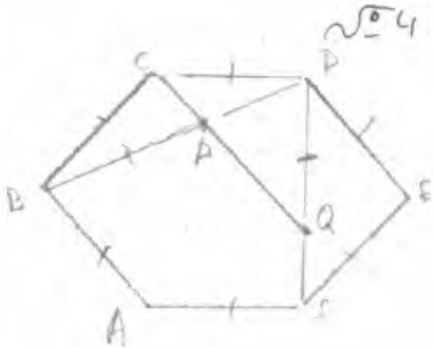
Ответ: да, он ~~должен~~ может использовать уголки из 7 и 4 клеток. Пример:



уголок из 7 клеток - 3 раза
уголок из 4 клеток - 7 раз

20

№4



Дано: шестиугольник ABCDEF - правильный
$BP = DQ = AB$
Док-ть: C; P; Q лежат на одной прямой
Док-во: 1. Предположим, что C; P и Q не лежат на одной прямой, тогда прове-

дем CQ и получаем, что $\triangle CDQ$ - р/б из условия, его углы
2. $\triangle DEF$ - р/б из условия $\Rightarrow$ углы при основании равны по $\frac{180°-120°}{2}$

$= 30° \Rightarrow \angle CPQ = 120° - 30° = 90° \Rightarrow$ т.к. $\triangle CDQ$ - р/б, $\angle DCQ$ и $\angle DQC = \frac{180°-90°}{2}$

$= 45°$

3. $\triangle BCP$ р/б из условия $\Rightarrow \angle BPC = \angle BCP = \frac{180° - \angle CBP}{2} = \frac{180° - \left(\frac{180°-120°}{2}\right)}{2} = 75°$ ($\triangle BCD$ - р/б)
4. $\angle DPC = 180° - 75°$ (смежные) $= 105° \Rightarrow \angle PCD = 180° - 30° - 105° = 45°$ (сумма углов треугольника), но $\angle DCQ = 45° \Rightarrow$ наше предположение неверно $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ C; P и Q лежат на одной прямой

20

ЧТД

№2

Ответ: такого быть не могло

Решение: Пусть скидки были x и y, тогда составим уравнение:

$69000 - x \cdot 69000 - y \cdot (69000 - x \cdot 69000) = 60306$

$69000 - x \cdot 69000 - 69000y + 69000xy = 60306$

$69000(1 - x - y + xy) = 60306$

$1 - x - y + xy = \frac{60306}{69000}$

$1 - x - y + xy = 0{,}874$

$0{,}126 = x + y - xy$, но x и y - целые $\Rightarrow x + y - xy$ - целое, но $0{,}126$ - нецелое $\Rightarrow$ Такого быть не могло

0

Итоговый балл ________ ________________

(подпись председателя жюри)

МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА

Шифр М7-40

(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «математике», 7 класс,

вариант ________

№5

Ответ: 16

Пример:

Ответ: 136

Пример:

Оценка:

№5

Ответ: 120

Пример:

Оценка: Данный случай оптимальный, т.к. в нем используются в прямоугольниках только самые минимальные 16 целых неотрицательных чисел. Если использовать меньшее кол-во чашек, то найдутся 2 прямоугольника 1х4 не имеющие общих клеток с одинаковым кол-вом чашек в них

№2 (3)

Ответ: при $k=5$

Док-во, что за меньшее k нельзя: При $k \le 4$ нельзя получить 9; 9 можно получить только при $k \ge 5$.

Док-во, что за 5 точно можно: разберем каждую возможную цифру и докажем, что все работает.

....0... → просто всегда в ~~сум~~ каждом слагаемом цифра этого разряда будет равна 0

....1... → один раз цифра разряда = 1, а все остальные 4 раза равна 0

....2... → один раз цифра разряда = 2, а все остальные 4 раза равна 0

....3... → один раз цифра разряда равна 2, один раз = 1, а остальные 3 раза = 0

....4... → ~~один~~ два раза цифра разряда равна 2, а остальные 3 раза = 0

....5... → два раза = 2, один раз 1, а остальные 2 = 0

....6... → 3 раза = 2, а остальные 2 = 0

....7... → 3 раза = 2; 1 раз = 1, ~~а ос~~ и 1 раз = 0

....8... → 4 раза = 2, 1 раз = 0

....9... → 4 раза = 2, 1 раз = 1

(кол-во раз (=) кол-ву слагаемых, в котором используется данная цифра данного разряда) ~~используется~~

⇓

Таким образом, я доказал, что за $k=5$ любое натуральное число можно представить в виде суммы 5 красивых чисел, а за $k \le 4$ я привел контрпример, что натуральное число нельзя представить в виде суммы не более, чем 4 чисел.

20

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

алабуга
ОСОБАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЗОНА

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 3

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1019793

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" января 20 26 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА
Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008,
Тел./факс: 8(843) 292-53-63

Шифр М7-3
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	0	20	20	20	20											80
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика
(профиль олимпиады)

7
(класс участия)

Задача 2.

Ответ: 5 и 8

Решение:

– Пусть скидки эта $a\%$ и $b\%$ тогда по условию можно составить уравнение:

$$69\,000 \cdot \frac{(100-a)}{100} \cdot \frac{(100-b)}{100} = 60\,306 \iff$$

$$69 \cdot (100-a)(100-b) = 60306 \iff$$

$$(100-a)(100-b) = 8740.$$

– Далее разложим 8740 на простые множители

$$8740 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 19 \cdot 23$$

– 19 и 23 не могут оба входить в один и тот же множитель справа (т.к. $100-a < 19 \cdot 23$ и $100-b < 19 \cdot 23$).

– a и $b \leq 20 \Rightarrow 100-a \geq 80$ и $100-b \geq 80$.

– пусть 19 входит в разложение $100-a$ не умаляя общности но от 80 до 100 только 1 число $\vdots 19$ $95 = 19 \cdot 5$. тогда 23 входит в $100-b$ и от 80 до 100 только $92 \vdots 23$ $92 = 23 \cdot 2 \cdot 2$.

20

Задача 2. (продолжение)

Мы поняли что $100-a=95 \Rightarrow a=5$
$100-b=92 \Rightarrow b=8$

Задача 3.

Ответ: 5.

Решение:

1. Почему нельзя меньше чем за 5?
Рассмотрим число 99 в его разложении в могут быть только однозначные ~~чис~~ и двухзначные числа но если их будет 4 или меньше максимальная сумма 4 двухзначных чисел $22+22+22+22=88$. $99>88$ противоречие $\Rightarrow$ нужно хотя бы 5 чисел.

2. Почему за 5 всегда можно?
- Заметим что любую цифру можно разложить на 5 слагаемых:

$0=0+0+0+0+0$
$1=1+0+0+0+0$
$2=2+0+0+0+0$
$3=2+1+0+0+0$
$4=2+2+0+0+0$
$5=2+2+1+0+0$
$6=2+2+2+0+0$
$7=1+2+2+2+0$.
$8=2+2+2+2+0$
$9=2+2+2+2+1$

Давайте для каждого разряда нашего числа в тех же разрядах 5 слагаемых писать те цифры что бы их сумма была равно цифре стоящей в разряде исходного числа. А что это возможно мы доказали.
Например:

$$\underbrace{\overline{\ldots a \ldots\ldots}}_{n\text{ цифр}} = \underbrace{\overline{b\ldots}}_{n\text{ цифр}} + \underbrace{\overline{c\ldots}}_{n} + \underbrace{\overline{d\ldots}}_{n} + \underbrace{\overline{e\ldots}}_{n} + \underbrace{\overline{f\ldots}}_{n}$$

и тогда $a=b+c+d+e+f$

но тогда сумма 5 слагаемых будет равна исходному числу.

20

Итоговый балл _______ _______________ Шифр М7-3

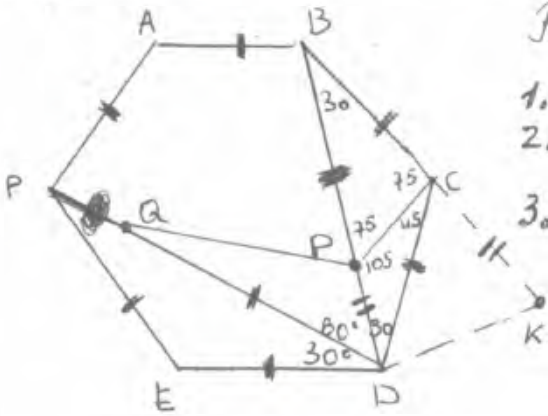
(подпись председателя жюри) (заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 7 класс,

вариант _______

Задача 4.



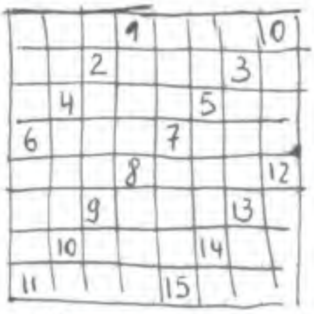
Решение:

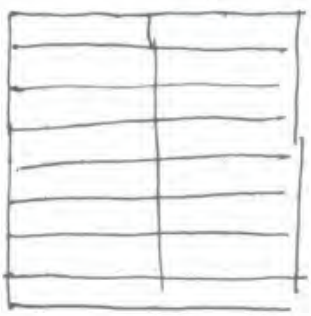
1. (Δ BCD $BC = CD$ => р/б Δ BCD
2. $\angle BCD = 120$, ΔBCD р/б => $\angle DBC = \angle CDB = 30°$ (по сумме ∠Δ)
3. в ΔPBC $BC = BP$ => ΔPBC р/б.
4. $\angle PBC = 30°$ и ΔPBC р/б => $\angle BPC = \angle BCP = 75°$
5. $\angle BCD = 120°$, $\angle BCP = 75°$ => $\angle PCD = 45°$
6. $\angle PCD = 45°$, $\angle CDP = 30°$ => по сумме ∠ Δ $\angle CPD = 105°$.
7. Δ $PE = ED$ => ΔPED р/б.
8. ΔPED р/б и $\angle PED = 120°$ => $\angle PDE = 30°$.
9. $\angle PDE = 30°$, $\angle PDQ = 30°$, $\angle EDC = 120°$ => $\angle PDB = 60°$
10. Продлим BC на длину PD и отметим точку K как показано на рисунке
11. $\angle BCD = 120°$ => ~~внеш~~ смежный $\angle DCK = 60°$.
12. $BD = BK$ => ΔDBK р/б.
13. ΔDBK р/б, $\angle DBK = 30°$ => $\angle BDK = \angle BKD = 75°$.
14. $\angle BDK = 75°$, $\angle BDC = 30°$ => $\angle DCK = 45°$.
15. 1) $PD = CK$; 2) $CD = QD$; 3) $\angle PDQ = \angle DCK$ } => по 1 признаку $\Delta QDP = \Delta DCK$.
16. $\Delta QDP = \Delta DCK$ и $\angle CKD = 75°$ => $\angle QPD = 75°$
16 $\angle QPD = 75°$, $\angle CPD = 105°$ => $\angle QPC = 75 + 105° = 180°$ => QPC образуют прямую чтд.

30

Лист № 2

Задача 5.





Ответ: 120 штук

Решение:

1. Как определить клетку?

~~Заметим что точно приземлится~~
Заметим что корабль не может приземлиться сразу на 2 клетки отмеченных как показано на картинке. => сколь чашек он сломает на ту клетку он и приземлился точно.

И он точно приземлится хотя бы на 1 отмеченную клетку.

2. Почему нельзя меньше?

На картинке показано 16 различных приземлений корабля которые не пересекаются клетками и для каждого приземления мы должны поломать хотябы 1 клетку => для каждого из этих приземлений должна быть различная число и 16 минимальных чисел это $0+1+2 \ldots +15 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 15 \cdot 8 = 120$ чашек.

20

Задача 1.

Ответ: ~~нет, не прав~~ да, прав

Решение:

0

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 36

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1020412

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА

Дата "16" января 2026 г.

Шифр М7 - 36
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	0	20	20	20	0											60
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика
(профиль олимпиады)

7
(класс участия)

Задание 1
Допустим, что уголки состоят из черного и белого цвета
Рассмотрим уголок $n+1$, где $n \geq 3$, Он состоит
из полоски $1 \cdot n$ и одной приставной клетки
Если размер уголка $S = n+1$ четен, то полоска
$n \cdot 1$ $n \pm$ содержит $\frac{1}{2}$ клеток одного цвета
и $n \mp \frac{1}{2}$ другого

Задание 2

Возьмем первую скидку за $x\%$, а вторую скидку за $y\%$, тогда цена изменилась следующим образом

$69000 \cdot \left(1-\left(\frac{x}{100}\right)\right) \cdot \left(\frac{y}{100}\right)\right) = 60\,306$. Обозначим

$A = 100 - x$ и $B = 100 - y$. Тогда $\frac{A}{100} \cdot \frac{B}{100} = \frac{60\,306}{69\,000}$

$A \cdot B = \frac{603\,060}{69} = 8740$. По условию скидки — целые числа на > 20. Разложим $8740 = 2^2 \cdot 5 \cdot 19 \cdot 23$ на простые множители

нам нужно найти два множителя A и B в диапазоне от 80 до 99, единственная пара множителей:

$A = 4 \cdot 23 = 92$

$B = 5 \cdot 19 = 95$

Проверим – $92 \cdot 95 = 8740$. Оба числа подходят

Тогда скидки

$x = 100 - 92 = 8\%$

$y = 100 - 95 = 5\%$.

Других пар делителей от 80 до 99 нет, к примеру следующие возможные делители 8740: $2, 46 = 92$ или $23 \cdot 19$, что слишком велико или мало

Ответ: первая – 8%, вторая – 5%

20

Задание 3 Докажем, что $k = 5$ достаточно

Любое число N можно представить в виде суммы красивых чисел, просто представляя каждую его цифру как сумму цифр 0, 1 или 2. Максимальная цифра в десятичной записи – 9. Самое большое кол-во слагаемых из множества $\{0, 1, 2\}$ для получения 9, равно 5 например $(2+2+2+2+1=9)$. Если записать

Итоговый балл ______ ______________
(подпись председателя жюри)

Шифр М7-36
(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 7 класс,

такие разложения для каждого разряда мы получим ровно 5 правильных чисел

Докажем обратное что $k=5$ не достаточно, рассмотрим число $N=9$, чтобы получить 9 как сумму чисел из цифр 0, 1, 2 $2+2+2+2+2 \neq 9$, следовательно для любого числа содержащего цифру 9, не обязательно не менее пяти слагаемых

Ответ: $k=5$

20

Задание 4

Док-во: 1) ΔBCD. В правильном шестиугольнике $BC=CD=a$ и $\angle BCD=120^\circ$, значит ΔBCD – равнобедренный $\angle CBD=\angle CDB=$ $=\frac{(180-120)}{2}=30^\circ$

2) В ΔBCD $BC=a$ (сторона) $BP=a$ (по условию) $\angle CBD=\angle CBP=30^\circ$ ΔBCP равнобедренный

$\angle BCP=\angle BPC=\frac{180-30}{2}=75^\circ$

3) Найдем угол $\angle PCD=\angle BCD-\angle BPC=120^\circ-75^\circ=45^\circ$

4) Рассмотрим ΔCDF. В правильном шестиугольнике $\angle CDE=120^\circ$, ΔDEF так же равнобедренный $DE=EF=a$ поэтому $\angle EDF=30^\circ$, тогда $\angle CDF=\angle CDE-\angle EDF=$ $=120^\circ-30^\circ=90^\circ$

5) В ΔCDQ $\angle CDQ=90^\circ$, $CD=a$ (по условию) и $DQ=a$ (по условию) значит ΔCDQ – равнобедренный прямоугольный Δ, следовательно $\angle DCQ=45^\circ$

Лист № ______

б) Получили, что $\angle PCD = 45^\circ$ и $\angle DCQ = 45^\circ$, поскольку эти $\angle$ отложены от одной прямой CD в одну и ту же сторону, лучи CP и CQ совпадают значит точки C, P, Q лежат на одной прямой

20

Задание 5

Чтобы гарантировать определить хотя бы одну клетку нужно расставить фишки так, чтобы любой возможный корабль 1×4 (горизонт. или вертик.) накрывал уникальное кол-во фишек по которому можно вычислить хотя бы одну общую клетку для всех позиций с таким двором; Минимальное кол-во достигается при расстановке фишек в клетки, образующие „диагонали". ~~что~~ Для доски 8×8 и корабля длиной 4 клетки, минимальное кол-во клеток, которые нужно положить, чтобы „задеть" любой корабль — это 16 (каждая 4-я кл.) Однако чтобы различать по их количеству ~~фишку~~ фишек, в эти клетки нужно положить разное кол-во фишек (1, 2, 4, 8...), но в задаче спрашивается наименьшее кол-во фишек, а не клеток. Оптимальная стратегия в том чтобы заставить корабль всегда попадать на „информативное" поле. Для этого достаточно 20 фишек ~~расстановки~~ Ответ: 20 фишек

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

алабуга
ОСОБАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЗОНА

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 38

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1021005

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" января 2026 г.

Шифр М738
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы
(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

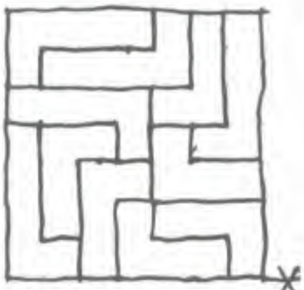
№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	20	20											100
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

математика
(профиль олимпиады)

7 класс
(класс участия)

№1.

Да, это правда если взять уголки из 4 и 5 клеток, тогда получится разбить квадрат 7×7. Пример:



20

Ответ: да, барон прав.

№2.

Найдём общую ~~ск~~ скидку: пусть x – общ. скидка $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{69000}{60306} = \frac{100}{100-x} \Leftrightarrow 6900000 - 69000x = 6030600 \Leftrightarrow 8694 = 690x \Rightarrow x = \frac{8694}{690} = 12{,}6 \Rightarrow$ общая скидка 12,6%. Значит обозначим за y – скидку на сумму >50000, а за z – скидку на чёрную пятницу. $\Rightarrow$

~~…~~ $(100\%-y)(100\%-z)=100\%-x \Rightarrow (100\%-y)(100\%-z)=$
$=87{,}4\%=87{,}4\%\cdot 100\%=8740\%\cdot 1\%$
Т.к. $100\%-y$ и $100\%-z$ ~~…~~ целые числа $\Rightarrow 8740 \vdots (100-y)$ и $8740 \vdots (100-z)$, и $8740=(100-z)(100-y)$. $8740=23\cdot 19\cdot 5\cdot 2\cdot 2 \Rightarrow$
Единственный вариант перемножения простых делителей так, чтобы остались 2 числа <100 это $95=19\cdot 5$ и $23\cdot 2\cdot 2=92 \Rightarrow$
Одна из скидок была на $100\%-95\%=5\%$, а вторая на $100\%-92\%=8\%$
Ответ: одна из них 5%, вторая - 8%

20

№ 3.

Рассмотрим числа от 9 до 0: наим. кол-во ~~не нужных~~ чисел 1 и 2 для того чтобы составить 9 – 5 это 2, 2, 2, 2, 1; чтобы сделать 8 – 4 это 2, 2, 2, 2; чтобы сделать 7 – 4 это 2, 2, 2, 1; чтобы сделать 6 – 3 это 2, 2, 2; чтобы сделать 5 – 3 это 2, 2, 1; чтобы сделать 4 – 2 это 2, 2; чтобы сделать 3 – 2 ~~…~~ это 2, 1; чтобы сделать 2 – 1 это 2; чтобы сделать 1 – 1 это 1. Т.е. max кол-во ненулевых цифр 1 и 2 для получения какого-то числа – 5. Как составлять числа: вначале берём ~~…~~ красивое число и если нет 0 и 1, то ~~…~~ берём его так, чтобы все его цифры были 2, а их кол-во было таким же как и у изнач. числа. Если есть 0 или 1, то смотрим их номер в исходном числе и ставим в красивом под этим же номером. Потом вычитаем из изнач. числа наше и продолжаем эти действия, пока не получится 0, а если он получился, то возьмём все красивые числа, которые мы вычитали и их сумма будет равна изнач. числу.
Ответ: ~~…~~ наим. $k-5$.

20

Итоговый балл ______ ________________
(подпись председателя жюри)

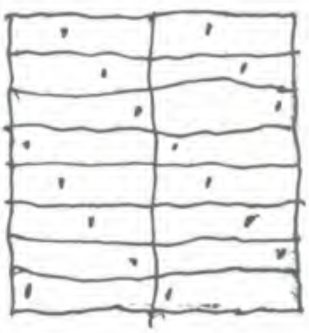
Шифр М7-38
(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 7 класс,

вариант ________

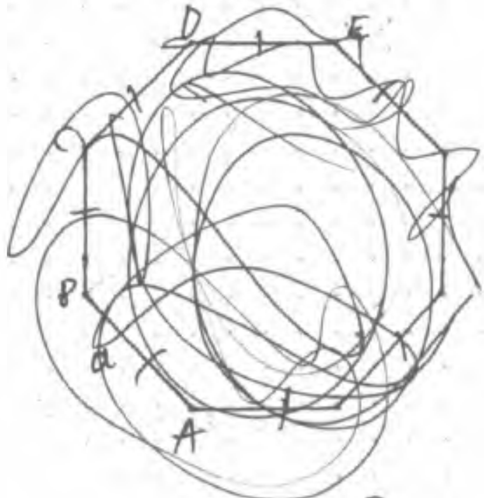
№5.

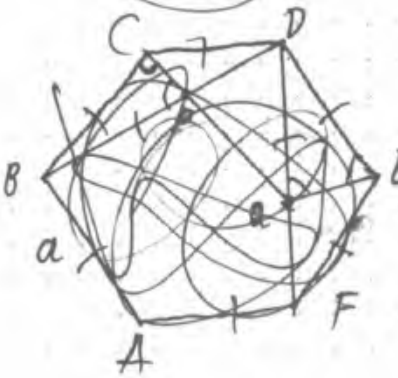


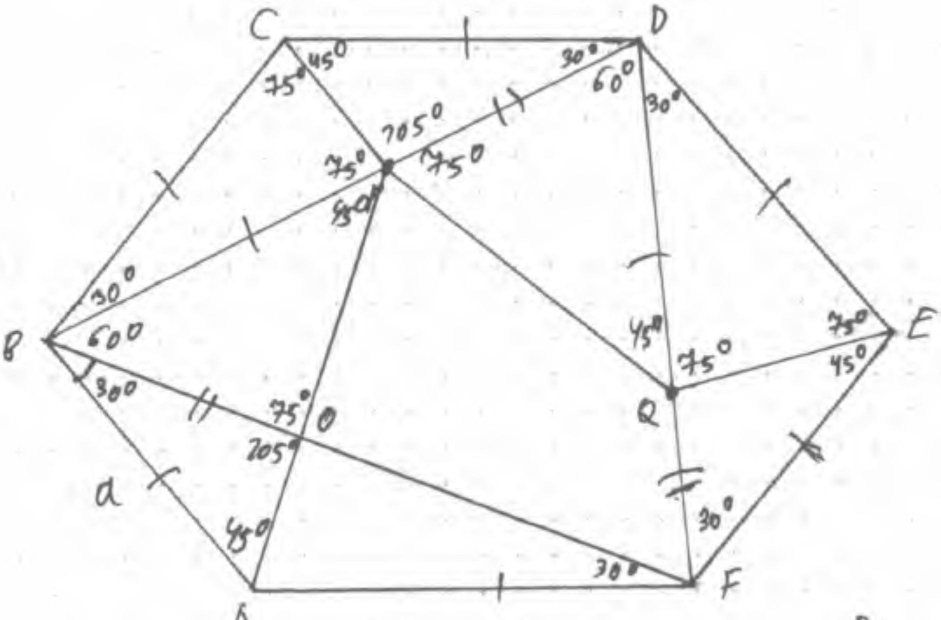
~~Рассмотрим~~ Рассмотрим квадрат 8×8.
В нём есть 16 непересек. прям. 1×4 ⇒ если корабль приземлится на один из мы сможем понять на какой, т.е. нам надо узнать как min 16 клеток, ⇒ поставим в каждую из точек по 0, 1, 2, ..., ~~13~~ 14 или 15 чашек. Теперь поймём, что корабль всегда будет задевать ровно 1 из этих клеток., т.к. между соед. точками по верт. и горизонт. 3 клетка ⇒ мы всегда сможем определить ~~х~~ хотя бы 1 клетку. Пример на 120, т.к. чтобы различать клетки должно быть разн. кол-во чашек на кажд. от 0 до 15!

Ответ: 120 чашек.

№ 4.







Дано: правильный 6-уг ABCDEF., BP = DQ = a, P на BD, Q на FD, стороны 6-уг. = a.

Док-ть: C, P и Q на 1 прямой.

Док-во: 1. Проведём C P и EQ, найдём ∠DFE, ∠FDE, ∠CBD, ∠CDB. ∠DFE = ∠FDE = (180° − 120°) : 2 = 30°, ∠CBD = ∠CDB = = (180° − 120°) : 2 = 30°, 2. Рассмотрим △QDE и △BCP; они равны по

Итоговый балл ______ ______________
(подпись председателя жюри)

Шифр М7-37
(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «математике», 7 класс,

2 сторонам $DQ=BC$, $DE=BP$ и углу между ними $\angle QDE=\angle CBP$. $\angle BCP=\angle BPC=$ ~~$\angle QED=$~~ $\angle EQD=(180^\circ-30^\circ):2=75^\circ$. 3. $\angle CPD=$ $=180^\circ-\angle CPB=180^\circ-75^\circ=105^\circ$, $\angle DCP=120^\circ-\angle BCP=120^\circ-75^\circ=$ $=45^\circ$, $\angle CDP=30^\circ \Rightarrow \angle PDQ=120^\circ-\angle CDP-\angle QDE=120^\circ-60^\circ=$ $=60^\circ \Rightarrow \angle CDQ=\angle PDQ+\angle CDP=90^\circ$. 4. Проведём PQ. 5. Проведём $BF \Rightarrow \triangle BFA=\triangle BCD$ по 2 сторонам и углу между ними. 6. Проведём PA. $\Rightarrow$, т.к. $\angle FBA=30^\circ$, т.к. равен $\angle CDB \Rightarrow$ $\angle BOA=105^\circ$, т. O - пересеч. PA с BF. $\angle BOP=180^\circ-\angle BOA=$ $=180^\circ-105^\circ=75^\circ$. $\angle PBO=120^\circ-60^\circ=60^\circ \Rightarrow \angle BPO=45^\circ$. 7. $\triangle BOA=\triangle CDP$ по 2 ~~сторонам~~ углам и ~~углу~~ стороне между ними $\Rightarrow$ $BO=PD \Rightarrow \triangle BPO=\triangle PDQ$ по 2 сторонам и углу между ними $\Rightarrow$ $\angle POB=\angle DPQ=75^\circ \Rightarrow \angle CPD+\angle DPQ=180^\circ \Rightarrow C, P$ и Q на 1 прямой, чтд.

20

Лист № 3

[redacted]

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 35

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1026980

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" января 2026 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА

Шифр М7-35
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	—	10	20	20											70
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	[подпись]
Балл																

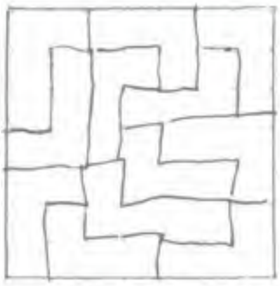
Математика
(профиль олимпиады)

7 - класс
(класс участия)

N 1

Ответ: да он прав

вот пример



всего было x11 и x1

два вида уголков 11шт. из 4 клеток и 1 из 5 клеток $4\cdot 11+5\cdot 1 = 44+5 = 7\cdot 7=49$

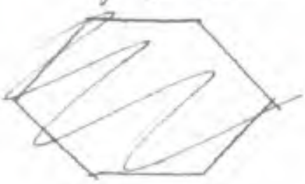
20

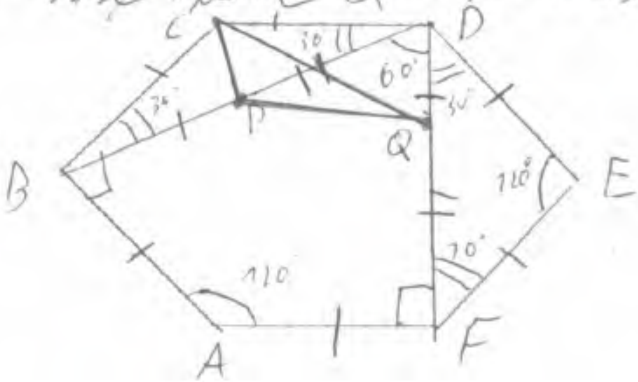
N 4

Дано: ABCDEF – шестиугольник (правильный)

Док-ть: что прямая CQ проходит через т. P

~~Доказ-во~~





[redacted]

№4 (продолжение)

Док-во:

1) $\angle FAB = \angle ABC = \angle BCD = \angle CDE =$
$= \angle DEF = \angle EFA = 120^\circ$

2) $AB = BC = CD = DE = EF =$
$= AF = a = BP = DQ$

3) $\triangle BCD$ – р/б т.к. $BC = CD$
$180^\circ - \angle BCD = \angle CBD + \angle CDB =$
$= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

4) $\angle CBD + \angle CDB = 60^\circ$
$\angle CBD = \angle CDB$ (по свойству
т.к. $\triangle BCD$ – р/б)
$\angle CBD = \angle CDB = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

5) $\triangle BCD = \triangle DEF$ т.к.

$$\left.\begin{aligned} &1.\ BC = DE = a \\ &2.\ CD = EF = a \\ &3.\ \angle BCD = \angle DEF = 120^\circ \end{aligned}\right) \Rightarrow$$

$\Rightarrow \triangle BCD = \triangle DEF$ по I признаку $\Rightarrow BD = DF$ т.к.
$BP = DQ \Rightarrow BD - BP = DF - DQ \Rightarrow$
$\Rightarrow PD = QF$

6) $BC = BP \Rightarrow \triangle BCP$ – р/б

[redacted]

Итоговый балл _______ _______________ Шифр М7-35

(подпись председателя жюри) (заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «_______________», _____ класс,

вариант _______

№4 (продолжение 2)

7) $\angle BCP = \angle BPC = \frac{180° - 30°}{2} = \frac{150°}{2} = 75°$ т.к. $\triangle BCP$ – р/б (по свойству)

8) $\angle BCP = \angle BCP + \angle PCD = 120° = 75 + \angle PCD \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle PCD = 45°$

9) $\angle CDQ = 90°$ т.к. $\angle DBC = \angle CDB = 30° = \angle FDE \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BDF = 120° - 30° \cdot 2 = 60° \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle CDF = \angle CDB + \angle BDF =$
$= 30° + 60° = 90°$

10) $\triangle CDQ$ – р/б и прямоугольный ($\angle CDQ = 90°$)($CD = DQ$) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle DCQ = \angle DQC = \frac{180° - 90°}{2} = 45° \Rightarrow \angle DCQ = \cancel{\angle BPCD}\ \angle DCP^2 = 45°$

Лист № 2

11) т.к. т.P и т.Q лежат в одной полуплоскости относительно прямой CD ~~то~~ и ~~PP~~ $\angle DCQ = \angle DCP = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow$ прямая CQ проходит ~~через~~ через т.P

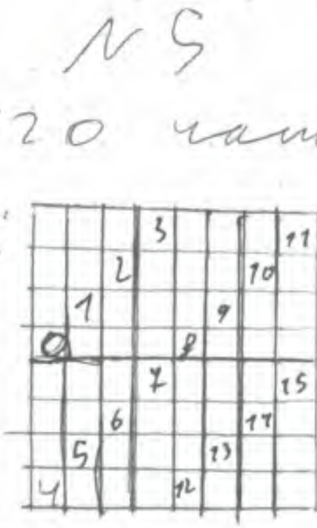
20

чтд.

№5

Ответ: 120 чашек

Пример:



числа в клетках это количество чашек в этой клетке (где не написано число нали 0 чашек)

20

Решение:

квадрат 8×8 занимает 64 клетки корабль занимает $1\times4 = 4$ клетки чтобы мы могли найти хотя бы 1 клетку корабля надо чтобы мы его везде услышали (чтобы он не мог приземлиться бесшумно) ~~тогда надо расставлять~~ чашки минимизи давайте разобьем 8×8 на 16 1×4 в каждом 1×4 будет ~~[illegible]~~

Итоговый балл ______ ____________
(подпись председателя жюри)

Шифр М7-35
(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «________________________», _____ класс,

ровно по одному №5 (продолжение)
числу (от 0 до 15)
тогда надо сделать минимум
16 различных звуков т.к.
иначе мы не сможем понять
в каком именно секторе 1×4
он сел тогда ~~...~~ т; л
чисел нам надо 0+1+2+3+
+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15=
=120 т.к. ~~иначе~~ иначе у нас
~~...~~ хотябы ~~один~~ одно коли-
чество ~~...~~ чисел повторяющиеся
и мы не сможем точно опре-
делить куда сел корабль
~~...~~ давайте теперь дока-
жем почему пример
подходит корабль может
разбить от 0 до 15 чашек
тогда давайте заметим
что все клетки в которых
есть числа он обязательно
сядет при нам ровно в одно
из них ~~...~~ если мы увели-
чили ~~...~~ чашки от 1 до 15 по

N5 (продолжение 2)

мы называли клетку с числом от 1 до 15 ~~[illegible]~~ соответствен-но а если мы услышали что ничего не разбилось то назы-вали клетку с числом 0 тогда мы всегда сможем назвать клетку куда приземлился корабль

N2

Ответ: первая скидка 5% а вторая 8%.

проверим:

~~64000 · 0,98 = 8 · 6~~

$69000 \cdot 0{,}95 = 690 \cdot 95 = 65550$

~~65550 · 0,82 =~~

$65550 \cdot 0{,}92 = 60306$

(я перебрал все скидки в условии)

N3

Ответ: 5

10

алабуга
ОСОБАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЗОНА

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 5

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1095600

Казанский (Приволжский) федеральный университет

Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" января 2026 г.

Шифр М7-5
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

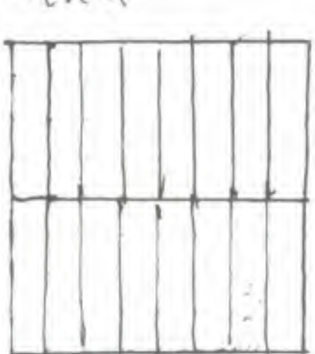
№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	10	4	16											70
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика
(профиль олимпиады)

7
(класс участия)

№5

Замостим доску 8х8 прямоугольниками 1х4 их будет 16, ставим их так чтобы они не залазали друг на друга



прямоугольников будет 64:4=16

Минимум нужно 16 ~~чашек~~ клеток

если их будет меньше например 15 то тогда будет оставаться

после 16 идёт 15 поэтому если докажем для него тогда и для других подойдёт

4 клетки куда он сможет приземлиться. 1 чашку мы ставим на один прямоугольник 1х4.

Пример:

ч				ч			
	ч				ч		
		ч				ч	
			ч				ч
ч				ч			
	ч				ч		
		ч				ч	
			ч				ч

ч - место где чашка

Но если будет стоять 16 ваз мы не сможем определить точно так как их по одной, поэтому их должно быть разное количество и сумма минимальная то есть от 1 до 16 это будет 136

16

№1

Да можно, Возьмём уголок 4 клетки и уголок 7 клеток

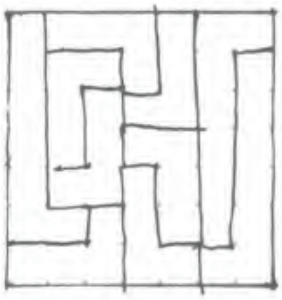
$21+28=49$ клеток

3 уголка по 7 клеток $= 21$ клетка

$49 = 7\times 7$

7 уголков по 4 клетки $= 28$ клеток

Пример:



20

№2

Скидка составила 8694 рубля

$\frac{8694}{69000} = 0,126$ доля скидки от первонач. цены

$1-0,126 = 0,874$ итоговая доля

Пусть x и y — процент двух этих скидок

Тогда:

$$69000\cdot\left(1-\frac{x}{100}\right)\cdot\left(1-\frac{y}{100}\right) = 60306$$

$$(100-x)\cdot(100-y) = \frac{60306\cdot 10000}{69000}$$

$\cancel{(100-x)\cdot(100-y) = 8740}$

$(100-x)$ и $(100-y)$ — целые

8740 — это 92×95

$$(100-x)\cdot(100-y) = 8740$$

тогда $100-x = 92$ $x = 8\%$

$100-y = 95$ $y = 5\%$

Проверим

$69000 - 5520 = 63480$ — после скидки 8%

$63480 - 3174 = 60306$ — после скидки 5%

Подходит

20

…говый балл ________ ____________

(подпись председателя жюри)

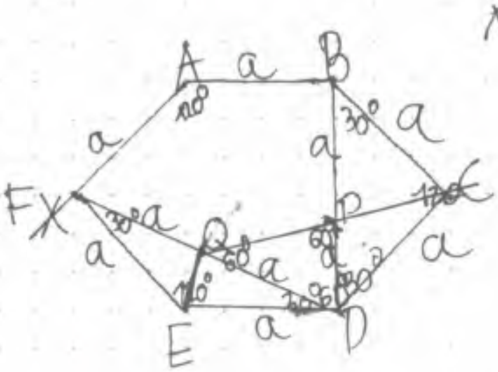
Шифр М7-5

(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « Математике », 4 класс,

№4



Рассмотрим Δ FED - равнобедренный тогда углы при основании равны

$\angle DFE = (180^0 - 120^0) : 2 = 30^0$

$\angle FDE = (180^0 - 120^0) : 2 = 30^0$

ΔBCD - равнобедр углы при основ. равны

$\angle CBD = (180^0 - 120^0) : 2 = 30^0$

$\angle CDB = (180^0 - 120^0) : 2 = 30^0$

EQ - явл медианой, бис, высотой т.к. треуг. равнобедр (по свойству)

CP - явл. медианой, бис, высотой т.к. треуг. равнобедр (по свойству)

$\angle QPD$ и $\angle QDP$ и $\angle DQP = 60^0$ (треуг равностор)

т.к. мы доказали ~~что CP - медиана и бис~~

и т.к. мы это всё доказали => что C, P, Q ~~находятся~~ лежат на одной прямой.

4

Лист № 2

№3

0 = 0 (0 слаг)
1 = 1 (1 слаг)
2 = 2 (1 слаг)
3 = 2+1 (2 слаг)
4 = 2+2 (2 слаг)
5 = 2+2+1 (3 слаг)
6 = 2+2+2 (3 слаг)
7 = 2+2+2+1 (4 слаг)
8 = 2+2+2+2 (4 слаг)
9 = 2+2+2+2+1 (5 слаг)

Ответ: k = 5

Для образования чисел в десятичной дроби ~~как мы~~ нужно 5 слаг т.к. 9 по другому не получить для чисел от 0 до 9.

$99 = (2\cdot10^1 + 2\cdot10^0) + (2\cdot10^1 + 2\cdot10^0)$

$99 = 22+22+22+22+11$

Также опять 5 слаг для 3значн и более так же

$999 = 222+222+222+222+111$

10

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

алабуга
ОСОБАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЗОНА

(заполняется организатором)

ШИФР	M7 - 43

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1098718

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Дата "16" января 2026 г.

Шифр М7-43
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	20	20											100
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика
(профиль олимпиады)

7
(класс участия)

№4

Решение:

1) расм. △ BCD:
∠C = 120° при. т. △ BCD р/б.
Тогда по свойств. р/б. △ ⇒
∠CBD = ∠CDB = 30°.

2) расм. △ BCP: BC = BP → △ BCP р/б. Тогда по свойств. р/б. △ ∠BCP = ∠BPC = 75°.

3) т.к. ∠C = 120° а ∠BCP = 75° → ∠PCD = 45°

4) тогда в △ PCD угл 30 и 45 ⇒ ∠CPD = 105° (сумма углов в △ 180°)

5) Расм. △ ABF ∠A = 120° и т.к. AB = AF → △ ABF – р/б. → ∠ABF = ∠AFB = 30°. т.к ∠B = 120° ⇒ ∠FBD = 120 − 30 − 30 = 60°

6) Расм △ FED ∠E = 120° и т.к △ FED р/б (FE = ED) → по свойств ∠EFD = ∠EDF = 30°.

Сдано ____ листов

подпись участника

подпись наблюдателя в аудитории

7) Та сед. т.к $\angle D = 120^\circ$ и $\angle BDC = \angle FED = 30^\circ$

$\angle BDF = 120^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

8) Тогда $\angle BFD = 60^\circ$ (т.к. сумма уг. в $\triangle FBD$ два угла по 60°)

9) т.к. $\angle FBD = \angle BDF = DFB = 60^\circ \rightarrow \triangle FBD$ р/с $\rightarrow$

$\rightarrow BD = FD$ и т.к. $BF = QD \rightarrow FQ = PD$

10) Тогда в $\triangle CPQ$ угол $QCD = 45^\circ$

$\angle QPC = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ \rightarrow \angle CQP = 45^\circ$

11) Тогда в $\triangle QDP$ угл: $\angle PQD = 45^\circ$

$\angle PDQ = 60^\circ \rightarrow \angle P = 75^\circ$

12) Рассм $\angle QPC$ и докажем что его нет. (если $\angle QPC$ будет равен 180° тогда QPC одн. прямая)

$\angle QPD = 75^\circ$ и $\angle CPD = 105^\circ \rightarrow \angle QPC = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow$ что точки QPC лежат на 1 прямой

ЧТД.

20

Итоговый балл ________ ______________ (подпись председателя жюри)

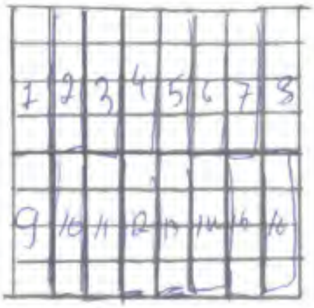
Шифр М7-43 (заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «Математике», 7 класс,

вариант ________

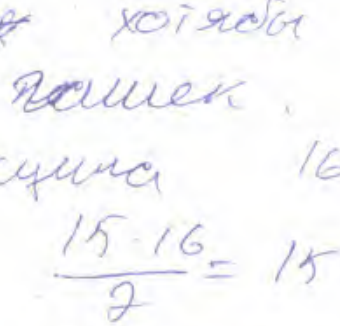
№5. Давайте посмотрим. Корабль может приземлиться на любое из обозначенных мест (необязатель-на конкретное место (может занять несколько мест (встать на пересечение))



Но, тогда мы должны учесть различать ~~чтобы~~ эти 16 непересекающихся мест. Значит в каждой из области (выделенное место) должна быть кучка камней (т.к. места непересекаются а определить мы можем только по звуку.) Значит у нас хотя бы 16 различных кучек чашек.

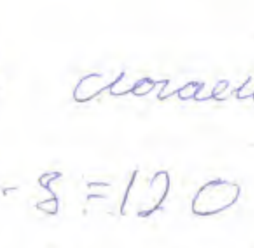
Наша сумма 16 слагаемых (от 0 до 15) равна $\frac{15\cdot16}{2} = 15\cdot8 = 120$ чашек. Оценка.

Пример.



Числа это кол-во чашек на месте

20



Лист № 2

Почему пример подходит:
это диагональная раскраска в и цвета
где на ~~первый~~ первый цвет мы кладем
камни промежутки между заполн.
клеткой 3 клетки → король задевает
одну клетку с камнями и т.к.
все заполн. клетки различны по
зоцку. мы сможем определить
на какую клетку точно придем
имея король.
Ответ: 120.

№3.

Давайте посмотрим на ~~число~~ у
которого в разряде единиц стоит 9
$\overline{abc} \cdot x9$
Тогда сумой ~~~~ единиц красивых чисел
~~ед~~ мы должны получить цифру 9
(т.к. это разряд единиц переходы
через разряд нет) Наиб. ~~н~~ цифра
в разряде единиц ~~в~~ у красивых
чисел ≤ 2 → потребуется хотябы
5 красивых чисел (т.к. если всего
4 красивых числа то ~~~~ сума
цифр ~~~~ ~~ед~~ стоящих в разряде единиц
~~≥~~ $\leq 4 \cdot 2 = 8$ не более чем 8. А нужно
получить 9)

Итоговый балл ________ ________________
1
(подпись председателя жюри)

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ... МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕ... ОЛИМПИАДА

Шифр М7-43
(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ
по «Математике», 7 класс,

~3 Продолжение:
Почему всегда можно ~~из 5 крас. чисел~~ любое число можно представить суммой 5 красивых?
Т.к. пятью цифрами 1, 2, 0 можно получить любую цифру мы можем ~~сл~~ суммировав все 5 красив. чисел (по разрядно). получить каждую цифру данного числа → сможем представить число. ЧТД

20

~2. Составим уравнение
пусть x% – скидка 1
y% – скидка 2
Тогда ~~мы~~ и из 100 вычит. скидку чтобы получ. остаток

$$69000 \cdot \frac{100-x}{100} \cdot \frac{100-y}{100} = 60306$$

$$6{,}9(100-x)(100-y) = 60306$$

$$(100-x)(100-y) = 8740$$

Это произведение 2 множ. меньших 100. $8740 = 19 \cdot 23 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ Нужно простые множители распределить на

2 множителя $(100-x)$ и $(100-y)$
19 и 23 – не могут быть в одном
потому
множ-1 множ.2
$19 \cdot 5$ 23

Двадцать три не может быть с множ. 5. т.к. $23 \cdot 5 > 100$
$19 \cdot 5 = 95$ двойки не могут быть в первом множ. т.к. $95 \cdot 2 > 100$
значит они с 23
Перв. множ Втор.
$19 \cdot 5 = 95$ $23 \cdot 2 \cdot 2 = 92$
$x = 5\%$ $y = 8\%$

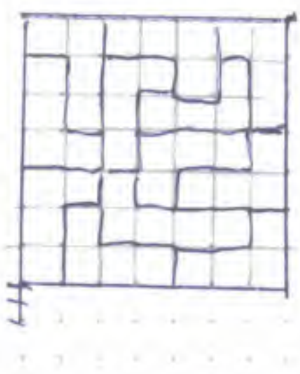
Или наоборот $y = 5\%$ $x = 8\%$

Ответ: скидки были на 5% и 8%.

20

№1 Да барон прав есть пример
Уголки

Пример:



20

алабуга
особая
экономическая
зона

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 6

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1172572

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" января 2026 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» ОГРН 1021602841391 МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008 Тел./факс: 8(843) 292-63-83

Шифр М7-6
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы
(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	20	16											96
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

математика 7 класс
(профиль олимпиады)

7 класс
(класс участия)

N 5

Если заполнить квадрат 8×8 прямоугольниками 1×4, то получится 16 прямоугольников, значит нужно минимум 16 клеток с фарфоровыми чашками, чтобы космический корабль точно приземлился на клетку с фарфоровыми чашками. Значит во всех 16 клетках должны быть разное количество чашек, чтобы понять на какую именно клетку корабль приземлился. Начинать будем с меньшего натурального числа – 1. И так до 16. $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16=$ $=136$. Значит наименьшее количество чашек 136. Продолжение на обратной стороне листа.

Продолжение №5.

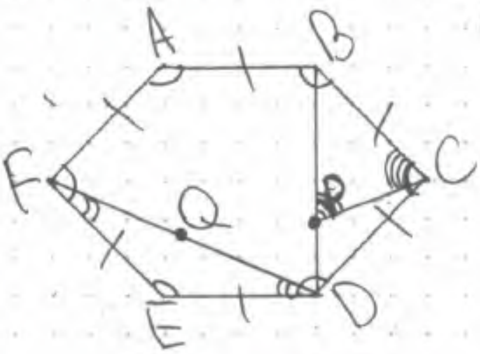
Пример расставления чашек:

1				13			
	2				14		
		3				15	
			4				16
9				5			
	10				6		
		11				7	
			12				8

В клетках указано количество чашек в клетке. Пустая клетка без ~~чис~~ числа — 0 чашек в клетке.

16

№4



Рассмотрим △FED — равнобедренный, т.к. FE=ED, ~~углы~~ значит углы при основании равны по 2 свойству равнобедр. △ ⇒

$\angle EFD = \angle EDF$

~~ΔB~~ Рассмотрим △PBC. BC = BP ⇒ △PBC равнобедренный. Углы при основании равны по 2 свойству ⇒ $\angle BPC = \angle BCP$

20

Итоговый балл ________ ______________

(подпись председателя жюри)

Шифр М7-6

(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «математике», 7 класс,

вариант ______

N 1

Пример: ↑

Да, Барон прав.

7 · 7 = 49 клеток в квадрате

3 уголка по 7 клеток = 3 · 7 = 21 клетка

7 уголков по 4 клетки = ~~4~~ 7 · 4 = 28 клеток

28 + 21 = 49 клеток всего

49 = 49

~~7 > 4~~ 7 ≠ 4

Всё сходится с условием

20

N 2

Общая скидка составила 8694 руб.

$\frac{8694}{69000} = 0{,}126$ – (скидка от первой цены)

1 – 0,126 = 0,874 – итоговая доля

Пусть a и b – процент двух скидок. a – первая скидка, b – вторая скидка

Тогда:

~~69000 : (b a)~~

~~69000 · (1 – a/100)~~

Ответ: первая скидка – 8%, вторая скидка – 5%

~~8694/100 – 8 = 92~~

20

Лист № 2

N 3

Сложность заключается в нечетных цифрах/числах. Попробуем представить наибольшую нечетную цифру – 9.
$9 = 2+2+2+2+1$. Итого 5 „красивых" цифр мы использовали. Следовательно с помощью 5 „красивых" чисел ~~можно~~ можно представить любое число.
Ответ: 5 красивых чисел.
$k = 5$

20

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М7 - 12

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1178279

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" Января 2026 г.

Шифр М 7 - 12
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

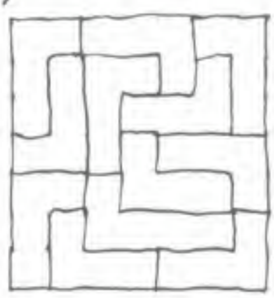
№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	—	0	20											60
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

математика
(профиль олимпиады)

7
(класс участия)

1. Ответ: да, прав.

Пример:



Используем уголки с 4 и 5 клетками.

20

5. Если мы хотим узнать хотябы одну клетку куда приземлится корабль, то в каждом прямоугольнике, должно быть разное количество чашек.

$(8\cdot 8):(1\cdot 4)=16$ min мест куда надо положить чашки

таким образом, он всегда попадёт в какую-то одну из этих клеток, а так как во всех прямоугольниках разное количество чашек, то мы можем понять в какую клетку он приземлился.

Сумма $= 0+1+2+3+\ldots+15 = \frac{15\cdot 16}{2} = 15\cdot 8 = 120$ чаш. Ответ: 120 чашек.

20

2. x – скидка, которую делают первой.

y – Скидка, которую делают второй

$69000\cdot(1-x)$ – цена, которая стала после первой скидки

$(69000(1-x))(1-y)=60306$ – цена, после всех скидок.

$(69000-69000x)(1-y)=60306$

$69000(1+xy-x-y)=60306$

$1+xy-x-y=0{,}874$

$x(y-1)=0{,}874+y-1$

$x=\frac{y-0{,}126}{y-1}=\frac{0{,}126-y}{1-y}$

по условию мы знаем, что $0<x,y<0{,}2$, тогда следует, что $y<0{,}12$, так как числитель должен быть положительным, чтобы x был положительным. Тогда, если $0<y<0{,}12$, то можно перебрать 12 вариантов, так как x и y целое число в процентах.

$\frac{0{,}116}{0{,}99}$; $\frac{0{,}106}{0{,}98}$; $\frac{0{,}096}{0{,}97}$; $\frac{0{,}086}{0{,}96}$; $\frac{0{,}076}{0{,}95}$; $\frac{0{,}066}{0{,}94}$; $\frac{0{,}056}{0{,}93}$; $\frac{0{,}046}{0{,}92}$; $\frac{0{,}036}{0{,}91}$; $\frac{0{,}026}{0{,}91}$

$\frac{0{,}016}{0{,}89}$; $\frac{0{,}006}{0{,}88}$. Из этих дробей, чтобы коэффициент процента был целым подходит, только $\frac{0{,}076}{0{,}95}=0{,}08$ и $\frac{0{,}046}{0{,}92}=0{,}05$

$y=5\%;x=8\%$ $\quad$ $y=8\%;x=5\%$

Ответ: на 5% и на 8%

20

4.

так как $\angle P$ и $\angle Q=180°$, то они лежат на одной прямой.

0