~~#~~
М9-75

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

алабуга
особая экономическая зона

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 -

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника	1281235

1	2	3	4	5	Σ
20	0	20	0	0	40

М9-75

①

Д-действительное время
Б-время на будильнике.

время 00.00 было одинаковым и на будильнике и в реальности.

По условию 1ч = 60м в реальности соответствуют 1ч 3м = 63мин по часах, тогда чтобы узнать реальное время в час ночи, можно записать пропорцию

ОДЗ:
$x > 0$

$\frac{60}{63} = \frac{x}{60}$, где x-реальное время в час ночи по будильнику

$x = \frac{60 \cdot 60}{63} = \frac{\cancel{3} \cdot 20 \cdot \cancel{3} \cdot 20}{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 7} = \frac{400}{7} = 57\frac{1}{7}$ мин

По условию, когда будильник показывал час ночи, Аделаида Ивановна перемотала его назад на 3 мин => время на будильнике 57м

Составим таблицу

Черновик
$\times \frac{57}{7}$
399

Д +1ч	0ч 57 $\frac{1}{7}$	1ч 57 $\frac{1}{7}$ м	2ч 57 $\frac{1}{7}$ м	3ч 57 $\frac{1}{7}$ м	4ч 57 $\frac{1}{7}$ м
Б +1ч 3м	0ч. 57м	2ч	3ч 3м	4ч 6м	5ч 9м.

Д +1ч	5ч 57 $\frac{1}{7}$ м	6ч 57 $\frac{1}{7}$ м
Б +1ч 3м	6ч 12 м.	7ч 15м

М9-7б

На будильнике до 8ч осталось 45 мин, чтобы узнать, сколько в реальности прошло времени за 45 мин, запишем пропорцию.

$\frac{60}{63} = \frac{y}{45}$, где y – изменение реального времени за изменение на 45 мин по будильнике

$y = \frac{60 \cdot 45}{63} = \frac{300}{7} = 42\frac{6}{7}$

ОДЗ
$y > 0$

черновик
$42 \times 7 = 294$

=46.

=> реальное время в 8ч по будильнику это:

D	6ч $57\frac{1}{7}$м + $42\frac{6}{7}$м *	7ч 40м
Б	7ч 15мин + 45мин	8ч

* 6ч $57\frac{1}{7}$м + $42\frac{6}{7}$ = 6ч 57м + 43м = 7ч 40м

Ответ: 7ч 40м, 07:40

2стр.

M9-7Г

(1) $\sqrt{x+b} = x-a$, $a, b = const$

ОДЗ
$x \geq -b$
$x \geq a$

$(x-a)^2 = x+b$

$x^2 - 2ax - x + a^2 - b = 0$

$x^2 + x(-2a-1) + a^2 - b$

$D = (2a+1)^2 - 4(a^2-b) =$
$= 4a^2 + 4a + 1 - 4a^2 + 4b = 4a + 4b + 1$

$x_{1,2} = \dfrac{2a+1 \pm \sqrt{4a+4b+1}}{2}$

$S = a+b$

$x_{1,2} = \dfrac{2a+1 \pm \sqrt{4S+1}}{2}$

т.к. 2 корня

$D = 4a + 4b + 1 > 0$

$a + b > -\frac{1}{4}$

$x_1 = \dfrac{2a+1+\sqrt{1+4(a+b)}}{2}$

при $a+b < -\frac{1}{4}$ нет решений

при $-\frac{1}{4} \leq a+b \leq 0$ при $a+b = -\frac{1}{4}$

$x_2 = \dfrac{2a+1-\sqrt{1+4(a+b)}}{2a}$ $x_1 = x_2 = \dfrac{2a+1}{2}$

стр 3

③ Задуманное число

285 555; – сумма цифр

$5+5+5+5+5+2=27$

$2 \cdot 255\,555 = 511\,110$

сумма цифр:

$5+1+1+1+1=9$

$\frac{27}{9} = 3 \Rightarrow$ может

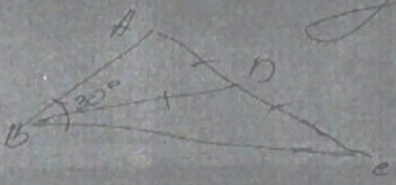
Ответ: может

М9-78

... больше с

④ провести резку из вершины ∠ 30° таким образом, чтобы длина резца составляла половину длины этой стороны

Это невозможно



$BD = AD$

$\triangle ABD$

$\angle BAD = 80$

$\angle ABD = 20$

$\angle ADB = 80°$

$\triangle BCD$ $\angle BCD = 40°$

$\angle CBD = 10°$

$\angle BDC = 130°$

перевернуть $\triangle ABD$

совместить вдоль сторон BD и CD

М9 75

выполняется, и дальше с
1 ... и

(5) $m+n \neq mn$, $m, n \in N$

3 очка?

методом перебора

если брать $n=1$

то произведение будет меньше суммы на 1

$\Rightarrow m, n \neq 1$

если мы бы предположили, что умножение m, то графиками были

$g(x)=mn$ $f(x)=m+n$ – прямые

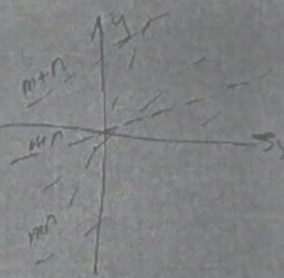
они могли бы совпасть при $m_1=1, m_2=0$

но т.к. $1 \neq 0$

$\Rightarrow$ графики не совпадают

$\Rightarrow$ они либо не пересек-ся

либо имеют 1 пересечение



Например:

пусть $m=2$

$2 \cdot m = 2+n$

$n=2$, но т.к. 1 пересечение

никаких других

n быть не может при $m=2$

если $m, n \neq 1$, а решение $n, m = 2$ – найдено

$\Rightarrow m, n > 2$

но если просуммировать два ближайших наимень-

ших числа, то $3 \cdot 3 = 9$ $3+3=6$ $9>6$, то

стр. 6

МЭ-75

равенство не выполняется, и дальше с
увеличением чисел разница произведения и
суммы будет увеличиваться $\Rightarrow$ никогда не
станет равным 0

$\Rightarrow m=2,\ n=2$

$m+n=4$ Ответ: 4

стр. 7

M9-80B

4 09 4:00 $\times$ 398674 $\times$ 6 1 2

5 1 7 5:00

Задача №4

...правильно нужно приложить
... или в 40° или 30°

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	M9 -

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1261687

№1

В часе 60 минут
За час стрелки проходит круг 60 + 3 лишние минуты } =>

=> за 20 минут стрелка проходит расстояние
20+1 минута

Отсчет начался в 0:00 минут после проходит 1 час
и мы видим что время 1:03, а не 1:00 и переводим стрелку назад

после в левом столбце к каждому час прибавляем минуты

0:00	0:00
1:03	1:00
1:00	1:00
2:03	2:00
3:06	3:00
4:09	4:00
5:12	5:00
6:15	6:00
7:18	7:00
8:21	8:00

Когда в реальности 8:00 те часы будут показывать 8:21 =>
=> истинное время когда на том будильнике 8:00, то в реальности 7:40 т.к часы спешат на 1 минуту каждые 20 минут => нам нужно из левого столбца вычесть 21 минуту и из правого 20 минут

Ответ: 7:40

1	2	3	4	5	3
20	—	3	15	0	38

2.

М 9-80В

Задача 3

Нет нельзя, так как:

а) сумма цифр получившегося числа будет ~~меньше~~ превышать сумму суммы цифр исходного

$$\begin{array}{r} \times\, 398674 \\ 2 \\ \hline 797348 \end{array}$$

$3+9+8+6+7+4=37$

$7+9+7+3+4+8=14+9+26=23+15=38$

б) превышать в 2 раза

$$\begin{array}{r} \times\, 333 \\ 2 \\ \hline 666 \end{array}$$

$3+3+3=9$

$6+6+6=18$

в) быть ~~равными~~ меньше

$$\begin{array}{r} \times\, 615 \\ 2 \\ \hline 1230 \end{array}$$

$6+1+5=12$

$1+2+3+0=6$

г) быть равными

$$\begin{array}{r} \times\, 999 \\ 2 \\ \hline 1998 \end{array}$$

$9+9+9=27$

$9+9+8+1=27$

~~Чтобы сумма чисел~~ была больше в 3 раза

Сумма чисел числа ~~что~~ должна быть кратным 3, как изначальная, так и после.

$$\begin{array}{r} \times\, xyz \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

$x+y+z \,\vdots\, 3$ (в 3 раза)

$a+b+c \,\vdots\, 3$

Числа которые переходят из десятков в сотни или из сотен в тысячи нам не подойдут т.к. сумма цифр нового числа будет равна сумме цифр предыдущего или будет равна меньше прошлой суммы цифр. Например, в 3 раза

Значит нам могут подходить числа которые останутся сотнями, десятками и т.д; но в этом случае при соблюдении условия что оба числа кратны трем сумма цифр нового числа будет больше либо в 2 раза; либо на 1 больше =>

у люды не могло получиться число у которого сумма цифр отличается в 3 раза

3

М9-80В

Задача №4

Чтобы ~~выреза~~ разрезать правильно нужно приложить изначальный △ к ~~[illegible]~~ к соответственному углу в 40° или 30° чтобы большая сторона прилегала к стороне с большим углом. } =>

Часть треугольника которая будет выходить за предел изначального треугольника отсечь и приложить к месту, где его не хватает. Площади этих частей будут равны, как и градусные меры => этот треугольник подойдет и разрезанные 2 части мы перевернули фигуру на другой край.

рис 1

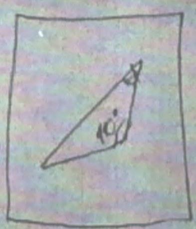
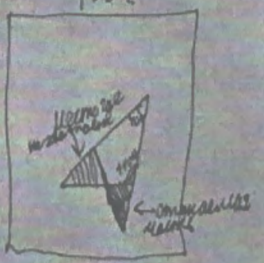


Рис 2



4

МЯ-80В

Задача 15

Ответ: 2; 5; 6 или любые другие комбинации

Решение

Если Люда назвала числа $m=2$ и $n=3$, то одно из чисел $=6$; а другое 5 и еще можно добавить одно из изначальных значений чтобы на доске была не пара, а несколько чисел. оба числа n и m натуральные т.к. они целые и положительные. при таком случае есть ~~[illegible]~~ бесконечно комбинаций, которые мог выписать Вова

$6=2+4$, $2\cdot 4=8$

5

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 - 81

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 997893

1	2	3	4	5	Σ
20	—	0	5	20	45

М8-81

Задача №1 лист 1

Если будильник спешит на 3м в час, то в минуту он спешит на $\frac{3}{60}=\frac{1}{20}$ м

~~До "часу ночи" будильник~~

Когда будильник показывал ~~час ночи~~ 00:57 после переустановки, с полуночи на самом деле прошло x минут, найду x:

$x+\frac{1}{20}x=60$

$\frac{21}{20}x=60$

$21x=1200 \Rightarrow x=\frac{1200}{21}$

но Адланда открутила его на 3м. назад и он стал показывать 00:57, т.е. $\frac{21\cdot 57}{21}=\frac{1197}{21}$ минут

Теперь найду реальное время, которое прошло с момента, когда будильник показывал ~~час ночи~~ 00:57 до момента, когда будильник показывал 8 часов.

8 часов - 480 минут с полуночи

~~1 час - 60 минут с полуночи~~

$\frac{480\cdot 21}{21}=\frac{1197}{21}+x\cdot\frac{21}{20} \quad |\cdot 21$

$10080=1197+21x\cdot\frac{21}{20} \quad |\cdot 20$

$201600=23940+441x$

$441x=177660 \Rightarrow x=\frac{8460}{21}$

теперь прибавлю это время к прошлому найденному и получу ответ:

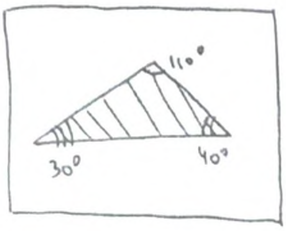
$\frac{8460}{21}+\frac{1200}{21}=\frac{9660}{21}=460$ минут, а это 7:40

Ответ: настоящее время: 7:40

М 9-81

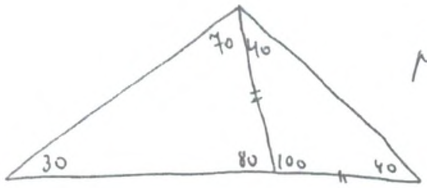
Задача №4 лист 2

Рассмотрю белую сторону листа:



заштрихован вырезанный треугольник.
также на нём обозначены исходные углы.

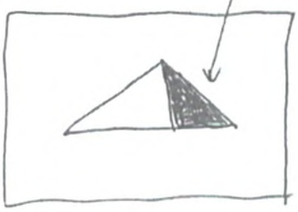
теперь разрежу △ следующим образом:



разделю $\angle = 110°$ на $70°$ и $40°$, получу равнобедренный △ справа.

Заметим, что если я переверну равнобедренный △ на сторону с другим цветом, то ничего не изменится $\Rightarrow$ я переворачиваю его, вставляю части обратно в лист и получаю то, что нужно в задаче

красный △ на белом фоне.



М9-81

Задача №5 Лист 3

Вовочка мог выписать числа:
1, 2 или 1, 2, 3 или 1, 2, 3, 4 ~~или~~

Вовочка не мог выписать какое либо число >4. Докажем это:

Пусть у нас есть какое то максимальное число среди выписанных, и оно >4. Тогда нам нужно, чтобы для всех m и n, которые в сумме равны этому числу, выражение $m \cdot n$ было $\leq$ этому числу (т.к. оно максимальное), но:

обозначим это число за x.
$(x-2)+2=x$, тогда $n=x-2$, $m=2$
но $(x-2)2=2x-4$, а $2x-4>x$ при $x>4$, т.к. $2x-x=x$, а $x>4$.

Теперь докажу, что среди чисел от 1 до 4 больше нет вариантов, что можно выписать.

Если мы выписывали 4, то $1+3=4$ и $1\cdot 3=3 \Rightarrow$ надо выписать 3.
Если мы выписываем 3, то $1+2=3$ и $1\cdot 2=2 \Rightarrow$ надо выписывать 2.
Если мы выписываем 2, то $1+1=2$ и $1\cdot 1=1 \Rightarrow$ надо выписывать 1.

Таким образом 3 примера: 1, 2 ; 1, 2, 3 ; 1, 2, 3, 4 {1}

также можно выписать только 1, но тогда Лёва не сможет выбрать ни одну такую пару m, n

М9-81

Задача №3 лист 4

обозначу число Вовы как xB, его сумму цифр SB, аналогично $x\Lambda$ и $s\Lambda$.

Заметим, что в любом случае либо $SB = 3\cdot S\Lambda$, и тогда $SB \vdots 3 \Rightarrow xB \vdots 3 \Rightarrow x\Lambda \vdots 3$, а если раз $SB = 3\cdot \underset{\vdots 3 \text{ при } x\Lambda \vdots 3}{S\Lambda}$, то $S_B \vdots 9$, но тогда и $xB \vdots 9$ и $x\Lambda \vdots 9$. Аналогично во втором случае

Оба числа должны быть $\vdots 9$, сумма цифр. отл. в 3р., при том что числа в 2р.,

И что?

противоречие $\Rightarrow$ Ответ: нет, не может

КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

алабуга
ОСОБАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЗОНА

(заполняется организатором)

ШИФР	М 9-2

Данные участника

ID номер участника ~~1008186~~ 1277730

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" января 2026 г.

Шифр М9-2
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы
(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	15	0	5	—											40
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика
(профиль олимпиады)

9
(класс участия)

① 1) Первый этап (00:00 – 01:00)

• За 60 минут реального времени проходит 63 минуты

• Когда будильник показал 01:00, по факту прошло:

$60 \cdot \frac{60}{63} \approx 57{,}14$ минут реального времени. $57{,}14 = \frac{1200}{21}$

2) Второй этап

• Коррекция: в этот момент стрелки перевели на 3 минуты назад, то есть время стало 00:57.

До будильника еще 7 часов и 3 минуты = 423 минуты

3) Пусть t – реальное время в минутах, прошедшее после коррекции.

Тогда $t = 423 \cdot \frac{60}{63} = \frac{8460}{21}$

Тогда истинное время, когда будильник прозвонит в 8 утра будет: $\frac{1200}{21} + \frac{8460}{21} = \frac{9660}{21} = 460$ минут

Сдано 2 листов

подпись участника

подпись наблюдателя в аудитории

Лист №1

460 минут = 7 часов 40 минут.

Ответ: 7 : 40

(2) Корень является лишним, если для него выполняется условие $x - a \geq 0$. наоборот!

Пусть $f(x) = (x-a)^2 - x - b = 0$

$x_1 \geq a$ (подходит)

$x_2 < a$ (лишний)

Число a должно лежать между корнями. $f(a) < 0$

$f(a) = (a-a)^2 - a - b < 0$ А если $a = x_1$?

$0 - a - b < 0 \Rightarrow -a - b < 0 \Rightarrow a + b > 0$

Ответ: $a + b > 0$. $a+b \in (0; +\infty)$

(3) $S(N)$ – Вовочка $S(2N) = 3 \cdot S(N)$

$S(2N)$ – Вовочка

свойство:

Сумма цифр числа N имеет тот же остаток при делении на 3, что и само число N. $\Rightarrow$

$\Rightarrow S(N)$ должно делиться на 3.

Однако при умножении на 2 сумма не может расти так сильно. Максимум условие, которое может выполняться – $S(2N) \leq 2S(N)$

Ответ: нет, не может.

она может уменьшиться в 3 раза

Итоговый балл ________ ______________
(подпись председателя жюри)

Шифр М9-2
(заполняется оргкомитетом)

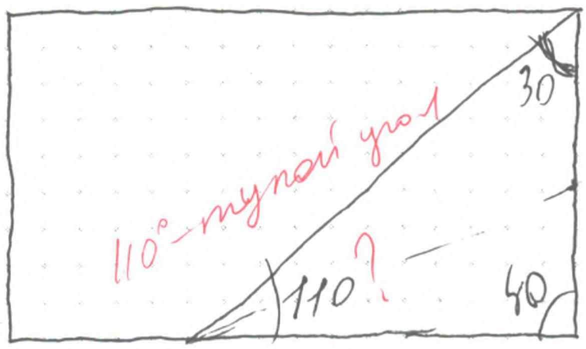
Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «Математике», 9 класс,

вариант ________

(4) Чтобы это сделать, надо разрезать исходный треугольник на два равнобедренных.

Приведем частный случай разреза, когда два Δ наиболее близки к равнобедренным:



Сторону (разрез) опустим из большего угла (110°), разделив его на $\angle 40$ и $\angle 70$.

Тогда Δ с углами

1) $\angle 1\,40^\circ$
2) $\angle 2\,40^\circ$
3) $180-40-40=100^\circ=\angle 3$

Он явл. равнобедренным ($\angle$ у основания равны)

Δ №2 с углами:

1) $\angle 1=70^\circ$
2) $\angle 2=180-100=80^\circ$
3) $\angle 3=30^\circ$

Он не явл. равнобедренным, однако это самый близкий вариант.

что такое $\angle 1, \angle 2, \angle 3$? где они?

Однако, как мы знаем, любой Δ можно разрезать на два равнобедренных. ?разве?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	19 - 50

Данные участника

ID номер участника 1276315

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» ОГРН 1021602841391 МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008 Тел./факс: 8(843) 292-53-63 4

Дата "16" января 2026 г.

Шифр М9-50
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы
(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4 −+	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	5	20	5	—											50
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

математика
(профиль олимпиады)

9
(класс участия)

Задача №1

Настоящее время → На будильнике

12:00 → 12:00 (настройка)

12:57 ← 1:00

12:57 ← 12:57 (−3 минуты)

~~12:57~~ → 12:00 за 60 мин реальн.

2:57 → 3:03 на будильнике

3:57 → 4:06 63 проходит.

4:57 → 5:09 до будильника

5:57 → 6:12 423 мин до звонка

6:57 → 7:15

$t = 423 \cdot \frac{60}{63} = \frac{8460}{21}$ t реал время в минутах

$\frac{1200}{21} + \frac{8460}{21} = \frac{9660}{21} = 460_м \to 7:40$

Ответ: 7:40

Задача 3.

~~$S(n)$ - сумма цифр числа n~~

~~$S(n)$ имеет такую же степень вхождения 3 и сравнимо по mod 3 с числом n ⇒~~

~~$\Rightarrow S(2n) \leq 2S(n)$~~

~~$\Downarrow$~~

~~$S(2n) \neq \geq 3S(n)$~~

~~т.к. если $S(n) \vdots 3^k \to n$~~

~~$2(\overline{ab\ldots ef}) \vdots 3^k \to 3(\overline{abc\ldots ef}) \vdots 3^k$~~

$55557 \to 5+5+5+5+7 = 27$

$9 \cdot 3 = 27$

$2 \cdot 55557 = 111114 \to 1+1+1+1+1+4 = 9$ в 3 раза меньше чем 27

Ответ: да, может.

Задача 4.

Обозначим вершины Δ за A, B, C

Проведем BD так что $DBC = 40°$

BDC равноб (по 40° ∠C и ∠DBC)

$\Downarrow$

110−40

Сейчас красное сторона

B ↦ C и C → B относ

DH - медиана, высота и биссектр

$\Downarrow$

BH CDB - красный Δ на белом фоне.

Задача 2.

$$\begin{cases} \sqrt{x+b} = x - a \\ x - a \geq 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x + b = (x-a)^2 \\ x - a \geq 0 \\ x + b \geq 0 \end{cases}$$

Вовочка решил уравнение квадратное, но 1 из корней не подходит т.к. он забыл $x - a \geq 0$, $x + b \geq 0$

Итоговый балл _______ _______________
(подпись председателя жюри)

Шифр М9-50
(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «математике», 9 класс,

$x+b=(x-a)^2$ ≥ 0 для корней

$x+b=x^2-2ax+a^2$

$x^2-2ax-x+a^2 - b=0$

$x^2+x(-2a-1)+(a^2+b)=0$

$D=(-2a-1)^2-4(a^2+b)\geq 0$ (т.к. 2 различных корня)

$D=4a^2+4a+1-4a^2-4b\geq 0$

$D=4a+1-4b\geq 0$

$D=4(a-b)+1\geq 0$

$x_1=\frac{2a+1-\sqrt{4(a-b)+1}}{2}$

$x_1=\frac{2a+1-\sqrt{4a+4b+1}}{2}=\frac{-2a+4b+2}{2}=2b-a+1$

$x_2=\frac{2a+1+4(a-4b)+1}{2}=\frac{6a+2+4b}{2}=3a-2b+1$

$f(x)=(x-a)^2-x-b\geq 0$

$x_1\geq 0$ и $x_2<0$?

a между? $f(a)=(a-a)^2-a-b<0$

$0-a-b<0\Rightarrow -a-b<0\Rightarrow$

$\Rightarrow a>-b$

Списано?

1) $3a-2b+1-a\geq 0$

$2a-2b+1\geq 0$

$2(a-b)+1\geq 0$

2) $2b-a+1-a\geq 0$

$2b-2a+1\geq 0$

$2(b-a)\geq 0$

3) $3a-2b+1+b\geq 0$

$3a-b+1\geq 0 \Rightarrow b\leq 3a+1$

4) $2b-a+b\geq 0$

$3b-a\geq 0$

$b\geq \frac{1}{3}a$

Если $b>a$

a и b относятся так что:

из 1) и 2) верно!

из 3) и 4) верно!

Ответ: $a+b>0$

откуда?

Лист № 2

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 - 23

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 923227

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА
Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008
Тел./факс: 8(843) 292-53-63

Дата " 16 " января 20 26 г.

Шифр М9-23
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4 ++	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	—	15	15	15											55
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика
(профиль олимпиады)

9
(класс участия)

Задача №1.

Найдем скорость спешки. Если за час (60 мин) спешит на 3 мин, то за 20 мин спешит на 1 мин, то есть, скорость спешки на часах $= \frac{1}{20}$ от их обычной скорости.

Найдем настоящее время, ~~кто~~ когда будильник показывал час ночи: тогда (обозначим за y – кол-во минут) $20y + y = 60$ (минут). $\Rightarrow 21y = 60$ мин. $\Rightarrow y = \frac{60}{21} = 2\frac{18}{21} = 2\frac{6}{7} \Rightarrow$ что настоящее время $= 20 \cdot 2\frac{6}{7}$ мин $= 40\frac{120}{7} = 57\frac{1}{7}$ мин. То есть, еще должно пройти $2\frac{6}{7}$ мин по настоящему, чтобы настоящее время было 1 час ночи. И т.к. Аделаида переставила его на 3 минуты назад, то сейчас будильник показывает 0:57 (настоящее время $0:(57\frac{1}{7})$).

Продолжение №1

Теперь найдем сколько должно пройти настоящего времени, чтобы будильник перешел от времени 0:57 к времени 8:00, тогда 8 часов — $60\cdot 8 = \cancel{40}\,480$ минут.
$480-57=423$, т.е. по будильнику прошло 423 минуты.
(Обозначим x — кол-во минут) Найдем сколько прошло настоящего времени: $20x+x=423 \Rightarrow 21x=423 \Rightarrow$
$\Rightarrow x = 20\frac{3}{21} = 20\frac{1}{7}$. $20\cdot x = 20\cdot 20\frac{1}{7} = 400\frac{20}{7} = 402\frac{6}{7}$ мин.

Теперь сложим: $57\frac{1}{7} + 402\frac{6}{7} = 460$ минут.
460 мин $= 60\cdot 7 + 40 =$ 7 часов 40 минут.
Ответ: Истинное время 7 часов 40 минут (7:40)

Задача №5.

Посмотрим, могли Вова написать такое число, где 2 — меньше половины числа, т.е 5, 6, 7 и т.д. Возьмем число X такое, что $X \geq 5$, тогда Люба могла выбрать числа 2 и $(X-2)$, значит число $2x-4 = (2\cdot(x-2))$ тоже должно было быть выписаным, но т.к. $x \geq 5$, то ~~2x≥5~~ $2x-4 > x$, теперь заменим число $2x-4$ на y, теперь Люба могла выбрать числа 2 и $(y-2)$, (заметим что $y>5$) $\Rightarrow 2y-4 > y$, то есть, если ~~он выписал 2~~ Вова выписал число x такое, что $x \geq 5$, кол-во выписаных им чисел в итоге бесконечно растет, значит он мог выписать только числа: 1, 2, 3, 4. Проверим 4: $4=1+3$ ($1\cdot 3=3$, выписано). $4=2+2$ ($2\cdot 2=4$, выписано). Проверим 3: $3=1+2$ ($1\cdot 2=2$, выписано). Проверим 2: $2=1+1$ ($1\cdot 1=1$, выписано). ~~Ответ: все~~

Итоговый балл ________ ________________

(подпись председателя жюри)

Шифр М9-23

(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

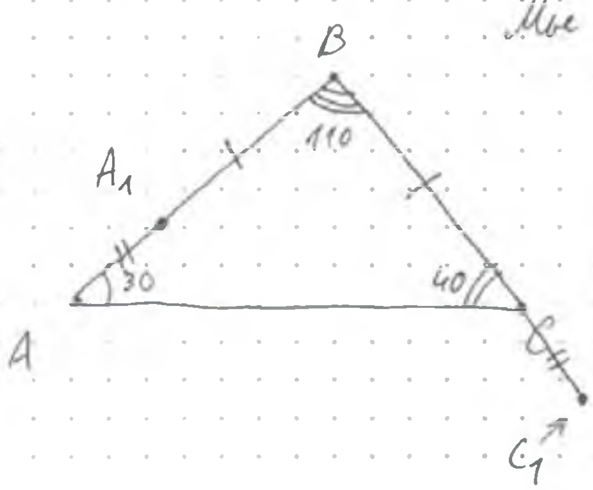
по «Математике», 9 класс,

Продолжение №5:

Ответ: числа 1, 2, 3, 4. и их степени

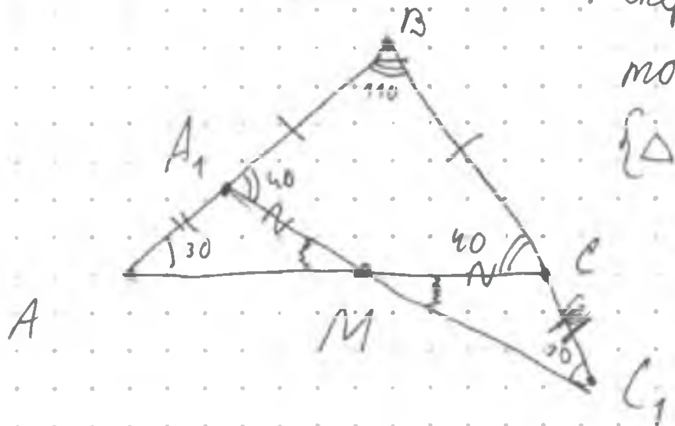
Задача №4.

Посмотрим на изначальный $\triangle ABC$:



Мы видим, что $\angle C > \angle A$, значит AB длиннее BC, Отложим точку A_1 на AB такую, что $A_1B = BC$. И отложим такую ~~точку~~ точку C_1 на луче BC, так, что $AB = BC_1$. И заметим, что $AA_1 = CC_1$, т.к. $AB = BC_1$ и $A_1B = BC$.

Соединим C_1 и A_1:



Теперь A_1C_1 и AC пересекаются в точке M.

$\triangle ABC = \triangle C_1BA \Rightarrow \angle CC_1M = \angle MAA_1 = 30°$, т.к. $\angle A_1MA$ и $\angle CMC_1$ вертикальные $\Rightarrow \angle A_1MA = \angle CMC_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle MCC_1 = \angle AA_1M \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AMA_1 = \triangle C_1MC \Rightarrow MC = MA_1$.

Продолжение №4.

И т.к. $\angle AA_1M$ и $\angle MCC_1$ равны $\Rightarrow \angle MCB = \angle MA_1B = 60^\circ$.

Теперь мы видим, что если мы перевернем фигуру A_1BCM и положим ее на другой равный бок, и перевернем фигуру AA_1M и поставим к противоположному равному боку, у нас выполнить условие.

Ответ: мы сделали.

Задача №3.

Пусть число которое написал Вова:

$\overline{a_1 a_2 a_3 \ldots a_n}$, а число которое написала Люба

$\overline{b_0 b_1 b_2 \ldots b_n}$ (причем $b_0 \geq 0$.) ~~тога~~ Т.е.:

~~обьяз~~ $(a_0 = 0)$

$$\begin{array}{r} + \overline{a_0 a_1 \ldots a_n} \\ \overline{a_0 a_1 \ldots a_n} \\ \hline \overline{b_0 b_1 b_2 \ldots b_n} \end{array}$$

Посмотрим может ли хоть одна b_i быть в 3 раза больше a_i $(i \geq 0)$.

Посмотрим на последний разряд (a_n и b_n), тогда $a_n + a_n = \overline{pq} \Rightarrow q = b_n$ $(p \geq 0)$. b_n может максимум быть $2 \cdot a_n$ если не было перехода в след. разряд.

Посмотрим на a_i и b_i, где $(0 \leq i < n)$. $a_i + a_i = \overline{pq}$ $q = b_n$

Посмотрим если был переход из другого разряда (максимум 1, т.к. $\overline{x} + \overline{x} =$ макс 18 (x – однозначное число) и $18 + 1 = 19$. $19 < 20$). Если был переход из пред. разряда и в $\overline{pq}$ $p = 0$, то

$q = b_i = a_i + a_i + 1 = 2a_i + 1$. Теперь, ~~чтобы~~ чтобы $b_i \geq 3a_i$, a_i должно быть равно 1 или 0, иначе если $a_i \geq 2$, то ~~3a~~ $3a_i > 2a_i + 1$.

Итоговый балл ______ ______________
(подпись председателя жюри)

Шифр М9-23
(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «Математике», 9 класс,

вариант ______

Продолжение №3:

Если был переход из пред. разряда и в $\overline{pq}$ $p=1$, то посмотрим чему может равнять q в зависимости от a. $a=5$. $5+5=1\underline{0}$ $0+1=1=b$.
$a=6$. $6+6=1\underline{2}$ $2+1=3=b$. $a=7$ $7+7=1\underline{4}$ $4+1=5=b$.
$a=8$ $8+8=1\underline{6}$. $6+1=7=b$. $a=9$. $9+9=1\underline{8}$ $8+1=9=b$.

То есть, если разряд дает $+1$ переход в следующий, даже если в нем был переход из предыдущего, то b_i всегда меньше или равно a_i в этом разряде.
Теперь можем заметить, что, если $b_i \geq 3a_i$ (в таких случаях, как мы поняли $a_i = 1$ или 0), то в таком разряде не дается $+1$ переход к следующему разряду, в следствии чего, в след. разряде b_i максим. $2a_i$.

Теперь, еще заметим, что, если разряд дал $+1$ переход в следующий, а сам не получал от предыдущего, то b_i будет МЕНЬШЕ чем a_i: $a=5$ $5+5=10$ $b=0<5$
$a=6$. $6+6=12$ $2<6$. $a=7$. $7+7=14$. $4<7$, $a=8$ $8+8=16$ $6<8$
$9+9=18$ $8<9$.

Продолжение №3

Теперь мы понимаем, что, если мы нашли подходящий разряд, где $b_i \geq$ ~~a_i~~ $3 \cdot a_i$, это 2-а единственных случая которые мы ранее нашли: ($b_i = 1$ и $a_i = 0$) и 2-ой случай $b_i = 3$ и $a_i = 1$). И единственный случай, где $b_i > 3 \cdot a_i$ это $b_i = 1$ и $a_i = 0$, причем $b_i = a_i + 1 = 0 + 1$.

Причем, чтобы получить нужный разряд к нему должен прийти переход от какого-то из предыдущ. где $a \geq 5$. Посмотрим на сумму этих 2-ух разрядов тогда из первой пары (откуда идет разряд и $a \geq 5$) мы помним что $b \leq a_i$ (ранее эти случаи разбирали), и из второй (в которой могут быть 2-а случая $b = 1$ и $a = 0$, $b = 3$ и $a = 1$) мы видим, что, если сложим ~~в-шки и а-шки вместе~~ в-шки, их не сумма не будет в 3 раза больше а-шек т.к. $1 - 0 < 5$, $3 - 1 < 5$. Значит, каждой подходящей к условию паре, приходится минимум одна, которая ее портит. (А разряды которые мы не учитывали то есть разряды, которые не подходят к условию и не дают +1 переход, тоже имеют в себе такую b, что $b < 3a$.) Значит у Любы такое получится не мало.

Ответ: нет, не может.

второй случай не разобран!

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

алабуга
особая экономическая зона

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 - 33

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 924505

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА
Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008
Тел./Факс: 8(843) 292-83-03
4

Дата "16" января 2026

Шифр М9-33
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	5	5	0	20											50
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	[signature]
Балл																

математика
(профиль олимпиады)

9
(класс участия)

№1

Если будильник спешит на 3 минуты в час, то за 1 час часы проходят 63 минуты. Отсюда за 1 минуту часы проходят $\frac{63}{60}$ минуты. Если в полночь было верное время, за первый час часы пройдут 63 минуты и их переведут и получим верное время. За следующие 6 часов часы пройдут $\frac{6\cdot60\cdot63}{60} = 378$ минут, то есть 6 часов 18 минут, на часах время будет 7.18, а верное время 7.00. За 42 минуты, которые пройдут на часах, настоящего времени пройдет: $42 : \frac{63}{60} = \frac{42\cdot60}{63} = 40$ минут. Значит, когда на часах время будет 8.00, то верное время будет 7.40.

Ответ: 7.40

~~№2~~ №3

Если число увеличивать в 2 раза, то если в числе есть 0: $0\cdot 2=0$, то сумма с помощью него не увеличится. Если есть числа 1-4, то сумма с помощью них увеличится в 2 раза. Если есть числа от 5-9, то сумма либо уменьшится, т.к. получаются числа, в которых либо сумма уменьшится, либо останется такой же. Чтобы посчитать сумму цифр второго числа, можно 2 умножить на каждую цифру первого числа и сложить получившиеся значения. Т.к. переход может быть не больше 1, а число куда переходит единица не больше 8. Так мы понимаем, что сумма цифр у первого не может отличаться более чем в 2 раза чем ~~втор~~ сумма цифр второго

Ответ: нет, не может

№5

Вписанные числа обязательно будут последовательными, т.к. любое натуральное число больше 1, можно представить в виде $t=(t-1)+1$, а тогда их произведение будет равно $t-1$, то есть если в последовательности есть число K, то все числа от 1 до K тоже вписаны. Также все натуральные числа больше 2, можно написать в виде $t=(t-2)+2$, тогда их произведение $2(t-2)=2t-4$, но если $t>4$, то произведение уже будет больше t. Значит, если рассмотреть наибольшее число t, которое >4, то произведение уже будет больше t, а по условию задачи это число тоже должно быть вписано, тогда t - не наибольшее - противоречие.

Итоговый балл ______ ______________

(подпись председателя жюри)

Шифр М9-33

(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «математике», 9 класс,

Отсюда понимаем, что максимальное возможное выписанное число ~~Х~~ 4, тогда выписанное числа: 1, 2, 3, 4. Если максимальное число будет 3, то выписанное числа: 1, 2, 3, а если 2, то выписанные: 1, 2. Все три последовательности подходят и {1} тоже

Ответ: от 1 до 4 ?

№ 2

$\sqrt{x+b} = x-a$ — это для корней

$x+b=(x-a)^2$ - если получили 2 корня, то $D>0$.

Т.к. 1 из двух корней лишний, то этот корень $a>x$ или $b>x$, т.к. под корнем не м/б отрицательного значения и, вычисляя корень, тоже не может получиться отрицательное число. и что?

~~№Х~~ № 4

Чтобы можно было перевернуть треугольник, нужно, чтобы он был равнобедренным

КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

алабуга
ОСОБАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЗОНА

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 - 45

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 925055

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Дата "___"____________________ 20____г.

Шифр М9-45
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	10	0	0	15											45
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

_____________________________ (профиль олимпиады)

_____________________________ (класс участия)

№1

Найдём во сколько раз он быстрее настоящих часов:

$\frac{V_б}{V_ч} = \frac{63}{60} = \frac{21}{20} = 1,05$ раз. Когда будильник показывал час ночи, то обычное время равнялось $\frac{1}{1,05}$ часа. В это время Аделаида Ивановна переставила его на 3 минуты назад. Это равно $\frac{3}{60}$ часа $= \frac{1}{20}$ часа $= 0,05$ часа. И будильник стал показывать 0,95 часов.

$$\frac{(8-0,95)\text{ часов}}{V_б} = \frac{x - \frac{1}{1,05}\text{ ч}}{V_ч}$$

$$\frac{V_б}{V_ч} = \frac{7,05\text{ ч}}{x - \frac{1}{1,05}\text{ ч}}$$

$$1,05 = \frac{7,05}{x - \frac{1}{1,05}}$$

$$1,05x - 1 = 7,05$$

$$1,05x = 8,05$$

$$x = \frac{8,05}{1,05} = \frac{805}{105} = \frac{161}{21} = \frac{23}{3}\text{ ч} = 7\frac{2}{3}\text{ ч}$$

Ответ 7ч 40 мин.

Сдано 2 листов

_______________ подпись участника

_______________ подпись наблюдателя в аудитории

Лист №1

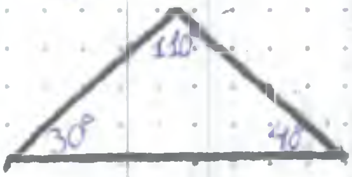
№3

Такого быть не может, т.к в самом лучшем случае* при умножении числа ×2, то у нас каждая ~~цифра~~ цифра умножится на 2 и сумма будет в 2 раза отличаться от суммы Вовочки. Ответ: нет, не может

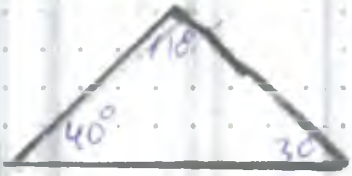
~~Примечание~~ Примечание: лучший случай – это когда у нас ни одно из цифр не переходит на старший разряд. То есть каждое число < 5. док-во?

№4

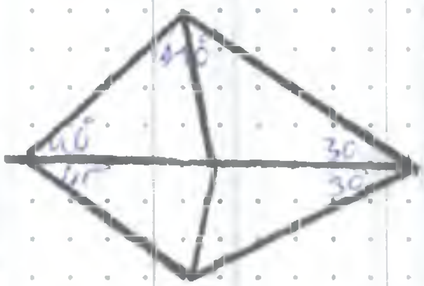
Пусть наш вырезанный △ выглядит так:



он пока на белой стороне, после переворота он будет выглядеть так



Чтобы найти, как разрезать этот △ поместим их вместе



Проведём медиану и синей длинной стороне, она будет делить треугольник на 2 равные части, из которых можно ~~сложить~~ заполнить отверстие

Итоговый балл _______ _______________

(подпись председателя жюри)

Шифр М9-45

(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «____________________________________», ______ класс,

вариант ________

№5

Если Вовочка написал число 5, которое можно разложить как 2+3, поэтому он должен был написать число 6, если он написал 6, которое можно разложить в виде 2+4, то он бы написал и число 8 и т.д вплоть до бесконечности, не доказано но т.к Вовочка выписал несколько натуральных чисел, то среди его выписанных чисел нет чисел >5, т.к их можно раскладывать получать новые и т.д => Вовочка мог написать все числа до 4. Если Вовочка написал бы 4, то ему бы пришлось написать 2 т.к 2+2=4 и 3, т.к 1+3=4. Если бы Вовочка написал бы 3 то ему бы пришлось написать 2, т.к 2+1=3. Если бы Вовочка написал бы число 2, то ему бы пришлось написать 1, т.к 1+1=2.

Ответ: 1,2,3,4 или 1,2,3 или 1,2. или {1}

№3 2

Во-первых, Вовочка упустил ~~когд~~ ограничения при переходе от $\sqrt{x+b}=x-a$ к $x+b=(x-a)^2$, это ограничение $x-a\geq 0$. Ограничение $x+b\geq$ не надо дописывать, потому что оно сохраняется, т.к $x+b=(x-a)^2\geq 0$.

Лист № 2

Решим уравнение Вовочки $x+b=(x-a)^2$.
Преобразуем в $x^2-2ax+a^2-x-b=0$
$D=b^2-4ac=(2a+1)^2-4\cdot(a^2-b)=4a^2+4a+1-4a^2+4b=8a^2+4a-4b+1$
Так как он получил 2 корня, то $D>0$.
$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{2a+1\pm\sqrt{8a^2+4a-4b+1}}{2}$.
Так как при каком-то отношении a и b $x_{1,2}-a$ стало <0
то $\frac{2a+1\pm\sqrt{8a^2-4a-4b+1}}{2}-a<0$
$\frac{1\pm\sqrt{8a^2-4a-4b+1}}{2}<0$ с "+" точно >0

$1<\mp\sqrt{8a^2-4a-4b+1}$ Так как $\sqrt{8a^2-4a-4b+1}>0$,
то $\sqrt{8a^2-4a-4b+1}>1$
$8a^2-4a-4b+1>1$
$8a^2-4a-4b>0$
$2a^2-a-b>0$ неравенство!
$a=\frac{1\pm\sqrt{1+8b}}{4}$
Ответ: при $a=\frac{1\pm\sqrt{1+8b}}{4}$
почему "="?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 - 51

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 938573

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" января 20 26 г.

Шифр М9-51
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы
(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	0	15	20	—	15											50
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика
(профиль олимпиады)

9
(класс участия)

№5

~~Вовочка мог вписать~~

~~Рассмотрим первый вариант который приходит в голову: 1;2~~

Заметим что 1 нельзя представить в виде суммы 2-ух натуральных чисел, а двойку можно представить единственным способом: 1+1 (т.к. 0 - это не натуральное число => 1+0 или 2+0 нам не подходят), то есть единственные числа которые может выбрать Вовочка это 1 и 1, их произведение = 1 => Наши ~~числа~~ исходные 2-е числа на доске это 1 и 2

Ответ: 1;2

Сдано _____ листов

подпись участника

подпись наблюдателя в аудитории

Лист №1

№1

будильник ~~спешит~~ спешит на 3 минуты 1 час ⇒ в час ночи по будильнику истинное время было $(60-3=57)$: 0:57, девушка ~~раз~~ переставила его на 3 минуты назад ⇒ теперь будильник показывал правильное время, 8 утра наступит через 7 часов и 3 минуты, за 7 часов будильник собьется на $7\cdot3=21$ минуту, то есть время будет $(60-21=39)$ 7:39 (мы пренебрегаем тем на сколько спешат ~~часы~~ часы в одну минуту, т.к. в условии не написано каким именно образом часы ~~~~ спешат то есть в какой то момент они могут резко смениться на 3 минуты, мы точно не знаем)

Ответ: 7:39.

№3

~~Рассмот~~ ~~Пусть число вовочки это n, тогда Лёвочки — 2n; Сумма чисел n это S(n); а числа 2n S(2n)~~

~~Если все числа цифры~~ <5 ~~в n~~ ~~, то не будет переносов и сумма цифр просто возрастет в 2 раза. Допустим, что такое возможно, тогда случай где все цифры~~ <5 ~~все~~

[redacted]тоговый балл ________ ________________

(подпись председателя жюри)

Шифр М9-51

(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «Математике», 9 класс,

вариант ___

~~в n 225 нам не подходит ⇒~~ т.к. ~~⇒ присутствие там сумма возрастет не в 2, а в 3 раза. ⇒ будут переходы, очевидно, что при каждом переходе сумма цифр уменьшается на 9 ⇒ $S(2n) = 2S(n) - 9k$~~, где ~~k − кол-во переходов (либо либо не цифр 5<)~~; ~~т.к. в вопросе точно не указано в 3 раза больше или меньше, мы проверим оба случая:~~

1)

$\cancel{3S(n) = S(2n)}$

$\cancel{3S(n) = 2S(n) - 9k}$

$\cancel{S(n) = -9k}$, ~~т.к. k − натуральное число~~;

~~S(n) − тоже, то здесь противоречие~~ ~~т.к. одно из них должно быть отрица~~ S(n) получается ~~отрицательным~~

2)

$\cancel{S(n) = 3S(2n)}$

$S(n) = \cancel{3(2S(n) - 9k)}$

$\cancel{S(n) = 6S(n) - 27k}$

$5\cancel{S(n) = 27k}$

Лист № ~~1~~ 2

№3

Рассмотрим число

55566

~~ус~~ сумма его цифр = 27

домножим его на 2:

$55566 \cdot 2 = 111132$

сумма цифр 111132 = 9

$27 : 9 = 3 \Rightarrow$ Да может

Ответ: Да может.

№2

~~из~~ $\sqrt{x+b} = x - a \Rightarrow x + b \geq 0$ (т.к. под корнем)

$x - a \geq 0 \Rightarrow x \geq a$ (т.к. равно корню)

$x + b = (x-a)^2$

$x^2 - (2a+1)x + (a^2 - b) = 0$

$D = (2a+1)^2 - 4(a^2 - b) = 4a + 1 + 4b$

~~по~~ условию 2 разл. к. $\Rightarrow 4a + 1 + 4b > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow a + b > -\frac{1}{4}$

Один корень лишний $\Rightarrow$ ~~б~~ $x \geq a$

Он не соответствует $x \geq a \Rightarrow x < a$ -3

[redacted]Итоговый балл ________ ________________
(подпись председателя жюри)

Шифр М9-51
(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «Математике», 9 класс,

№2 (продолжение)

$\Rightarrow$ один из корней $\geq a$, ~~от~~ а второй $< a$

По Т. Виета: $x_1 \cdot x_2 = a^2 - b$

Т.к. один из корней больше или ~~равно~~ равен a, а другой меньше, то:

$(x_1 - a)(x_2 - a) \leq 0$; Расскроем и подставим $x_1 \cdot x_2 = a^2 - b$ и $x_1 + x_2 = 2a+1$

$\cancel{(a^2-b)} = (a^2 - b) - a(2a+1) + a^2 = -a - b$, то есть

$-a - b < 0 \Rightarrow a + b > 0$

Ответ: $a + b > 0$

не рассмотрен случай $x_2 = a$

№5

~~Заметим что если наимень-шее число в последовательност~~

Сначала заметим, что в условии ~~ни~~ ничего не прописано про

Лист № 3

конечность, т.к. множество может быть бесконечным и тогда ответ это любое множество [1; 2; 3 .. N] где N - любое натуральное число. это конечное множество! Если же множество конечно, то рассмотрим наименьшее число, если это не 1, то число b можно представить как 1 + b - 1, то есть произведение = b - 1, то есть b - не наименьшее число → 1 - всегда есть в последовательности, по той же причине если в последовательности ~~есть~~ сти есть b, то ~~есть~~ есть числа b - 1, b - 2, b - 3 ... 1, так же считаем что общеизвестный факт: если дана сумма 2-ух чисел и надо выбрать такие 2 числа чтобы их сумма была равна данной и при этом их произведение было максимальным, надо брать 2 числа с минимальной разностью. Так же после проверки на черновике могу сказать, что множества [1], [1; 2], [1; 2; 3], [1; 2; 3; 4] нам точно подходят. Теперь посмотрим на множество [1; 2; 3 .. N] пусть N - макс. число,

[redacted]тоговый балл ________ ________________
(подпись председателя жюри)

Шифр М9-51
(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «математике», 9 класс,

вариант ________

№ 5 (продолжение)

~~тогда~~ => если будут число больше N-то такой последовательности подходящей нам нет, так же заметим, что у всех чисел ~~больше~~ < 5 при выборе 2-ух чисел дающих наи- ~~большую~~ больше произведение мы будем получать ~~числа~~ произведение большее чем числа выбранные для ее суммы => наибольшее ~~подходящее~~ N ~~может быть только 4~~ это 4.

≥ ?

не доказано!

Ответ: [1], [1, 2], [1, 2, 3], [1, 2, 3, 4]

Лист № 4

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

алабуга
особая экономическая зона

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 - 8

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 997024

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" января 2026 г.

Шифр М 9-8
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	0	5	20	5	15											45
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика
(профиль олимпиады)

9
(класс участия)

Задача 1.

составим таблицу, где есть фактическое время и время, показываемое в этот момент на будильнике.

фактическое		на будильнике	
1) 00 : 00		00 : 00	
2) 00 : 57 $+\frac{1}{7}$	← переставим	01 : 00	нет!
3) 00 : 57		00 : 57	
4) 01 : 57		2 : 00	
5) 02 : 57		3 : 03	
6) 03 : 57		4 : 06	
7) 04 : 57		5 : 09	
8) 05 : 57		6 : 12	
9) 06 : 57		7 : 15	
10) 07 : 57		8 : 18	

Сдано 2 листов

подпись участника

подпись наблюдателя в аудитории

Лист №1

тогда, получаем что если будильник прозвонил в 8:00:

8:18 = 8:00 + 18 минут

07:57 − 18 минут = 07:39 ($\frac{1}{3}$ от 1ч = 20 минут, значит прибавленным минутам можно пренебречь, 18<20)

Ответ: 07:39.

№2.

$\sqrt{x+b} = x - a$, скорее всего, решив это уравнение, Вовочка забыл записать область допустимых значений (ОДЗ) $x+b$ и $x-a$. нет!

$x+b \geq 0$ всегда, потому что извлечь из отрицательного числа корень нельзя; $b \geq -x$

$x-a \geq 0$, потому что при извлечении корня $\sqrt{x+b}$ всегда неотрицательное. $a \leq x$

Также $a \neq -b$, иначе (противоречит вопросу) не будет лишних корней. ?почему?

Таким образом по решению Вовочки

$x+b = (|x|-a)^2 \Leftrightarrow x+b = (x-a)^2$

тогда бы исходное уравнение превратилось в:

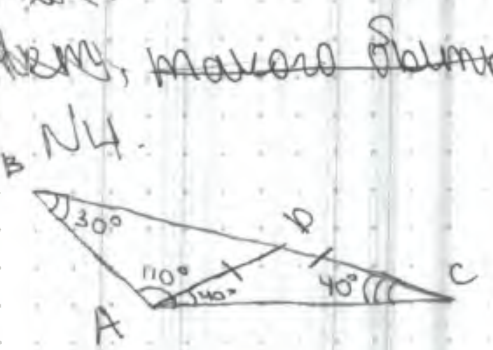
$\sqrt{x+b} = a - x$, где $x+b \geq 0$; $a-x \geq 0$, что противоречит выше выведенному $b \geq -x$; $a \geq x$

Ответ: при $a = -b$; $\frac{a}{b} = -1$;

~~№3.~~

~~Нет, такого быть не может~~

№4.



схематически нарисуем вырезанный треугольник, обозначим ABC

Итоговый балл _______ _______________ (подпись председателя жюри)

Шифр М9-8 (заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «МАТЕМАТИКЕ», 9 класс,

вариант ________

Нужно из точки A провести такой отрезок AD, чтобы AD = DC (как на рисунке). Тогда $\angle DAC = 40^\circ$ $\Rightarrow \angle BAD = 110^\circ - 40^\circ = 70^\circ$ (~~поэтому $\triangle BAD$ - равнобедренный~~)

При переворачивании равнобедренный треугольник не изменится. А перевернув $\triangle ADB$ стороной AD приставив его к DC получим перевернутый треугольник (красный треугольник на белом фоне). С углами: 40°; 30°; $40 + 70^\circ = 110^\circ$. Рисунок:

№5.

Предположим, Вовочка начал писать числа по порядку (1; 2; 3; 4; 5...): А если нет?

1 2 3 4 5 6 ...

рассмотрим возможные суммы цифр 1; 2; 3; 4; 5; 6 ... (из натуральных m и n). и произведения.

2 = 1+1

3 = 1+2; 2+1

4 = 1+3; 2+2; 3+1

$1\cdot1=1$; $2\cdot1=2$; $1\cdot3=3$; $2\cdot2=4$; $2\cdot3=6$; $2\cdot4=8$; $5\cdot3=15$...

Лист № 2

5 = 1+4; 2+3; 3+2; 4+1

6 = 1+5; 2+4; 3+3; 4+2; 1+5

8 = 1+7; ~~[illegible]~~ 2+6; 3+5; 4+4; ~~5~~ 5+3...

Получаем, что при увеличении суммы растёт и ряд чисел, что может идти до бесконечности, чтобы фокус для Лёвочки удался. не доказано Тогда выписанными числами могут быть лишь числа 1, 2, 3, 4 (только они удовлетворяют условию выше по доказанному).

Ответ: 1, 2, 3, 4. или {1, 2, 3}, {1, 2}, {1}

№3.

Нет, не может.

Потому что по остаткам $[1]_3 \cdot 2 = [2]_3$, либо будет дробь, либо не будет: 3 (может быть 2; 5).

Также это можно доказать тем, что для целого деления на 3 нам понадобится остаток 3 (при „1 в уме"...) в таком же случае получаем, что 3 будет только если прибавится 3 единицы, т.е. в числе не менее 4 цифр изначально. Но тогда будет слишком большое число и слишком маленькая разница между Вовочкиным и Лёвочкиным. Чем больше число (цифры в нём) — тем меньше разница. Если же все числа в Вовочкином числе будут меньше 5, то

Да может, к примеру числа $\underbrace{255555}_{27}$ и $255555 \cdot 2 = 511110$. $27:9 = 3$. ч.т.д.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 -12

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1000022

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» ОГРН 1021602841391 МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008 Тел./факс: 8(843) 292-53 63

Дата "16" января 20 26 г.

Шифр М 9-12
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
				− +												
Балл	20	0	5	5	10											40
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика
(профиль олимпиады)

9
(класс участия)

№1

Будильник за 1 час (60 мин) спешит на 3 мин. ⇒ что он в $\frac{63}{60}$ раза ~~быстр~~ быстрее исправных часов $\left(\frac{63}{60} = \frac{21}{20} = 1.05 \text{ раз}\right)$. Составим таблицу где слева настоящее время, а справа то что показывает будильник:

00:00	00:00 ← тут будильник показывает точно
00:57 $\frac{1}{7}$	01:00 ←
00:57 $\frac{1}{7}$	00:57
	~~08:00~~
01:57 $\frac{1}{7}$	02:00
+05:42 $\frac{6}{7}$	+06:00
07:40	08:00

линия времени ↓

давайте найдем сколько реально было времени, когда когда на буд. был 1 час:
$$\frac{60}{1} : \frac{105}{100} = \frac{60}{1} \cdot \frac{100}{105} = \frac{400}{7} = 57\frac{1}{7} \text{ мин.}$$

тут буд. перевели на 3 мин. назад.

прошел час и теперь до 08:00 часам нужно отсчитать 6 часов (360 мин). зная что они идут в 1.05 раз быстрее реальных, прошедшее время равно:
$$\frac{360}{1} : \frac{105}{100} = \frac{360}{1} \cdot \frac{100}{105} = \frac{2400}{7} = 342\frac{6}{7} \text{ мин} \to 5:42\frac{6}{7}$$

Ответ: 07:40

Лист №1

№3

Важно заметить, что умножая число на 2, мы ~~не~~ не всегда увеличиваем сумму цифр этого числа в 2 раза. давайте найдем самое выгодное? эти цифру: ~~какие~~

для чего выгодные

1 при умножении на 2 дает 2 $\Rightarrow$ выигрыш при умножении $2 \cdot 1 = 1$

по такому принципу найдем выигрыш в каждой цифре:

$\cdot 2$ выигрыш:

$1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 1$

$2 \Rightarrow 4 \Rightarrow 2$

$3 \Rightarrow 6 \Rightarrow 3$

$4 \rightarrow 8 \Rightarrow 4 \Leftarrow$ самое „выгодное" цифра число. но даже она дает прибавку только в 2 раза

$5 \rightarrow 10 \rightarrow 1+0=1 \Rightarrow -4$

$6 \rightarrow 12 \rightarrow 1+2=3 \Rightarrow -3$

$7 \rightarrow 14 \rightarrow 1+4=5 \Rightarrow -2$

$8 \rightarrow 16 \rightarrow 1+6=7 \Rightarrow -1$

$9 \rightarrow 18 \rightarrow 1+8=9 \Rightarrow 0$

а значит сумма цифры числа до и после умножения может отличаться только в 2 раза ~~[illegible]~~

$444 \cdot 2 \rightarrow 888$; $4+4+4 \quad 8+8+8$; $12 \xleftrightarrow{2 раза} 24$ — самое выгодное

$555 \cdot 2 \rightarrow 1110$; $5+5+5 \quad 1+1+1+0$; $15 \quad 3$ — самое невыгодное

Ответ: Нет, не может

№2

$\sqrt{x+b} = x-a \Leftarrow$ под корнем $\geq 0 \rightarrow x+b \geq 0 \rightarrow x \geq -b$

$x+b = (x-a)^2 \Leftarrow$ чтобы корень был только 1 нужно избавиться от

$(x-a)^2 \rightarrow$ ~~$x \neq a$~~ $x \leq a$

$a \geq x \geq -b$

$a \geq -b$

Ответ: $a \geq -b$

Итоговый балл ______ ______________ Шифр М 9-12

(подпись председателя жюри) (заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «Математике», 9 класс,

№5

сразу можно понять что дальние числа ним не дойдут, иначе кол-во чисел на доске стремится к бесконечности.

- Начнем с 1, оно не может быть получено $m+n$, где $m \in N$ $n \in N$
- затем $2 \Rightarrow 1+1$ → значит на доске уже 2 числа: 1 2
- добавим $3 \Rightarrow 2+1-2\cdot1=2$ оба числа уже записаны ⇒ 1 2 3
- можем добавить $4 \Rightarrow 2+2-2\cdot2=4$ — оба числа есть ⇒ 1 2 3 4
  $3+1-3\cdot1=3$
- когда добавляем $5 \Rightarrow 1+4-1\cdot4=4 \in$ есть
  $2+3-6 \in$ нужно будет добавить 6, а если

мы добавим $6 - 1+5-1\cdot5=5$ — есть
$2+4-2\cdot4=8$ — а после этого кол-во чисел на
$3+3-3\cdot3=9$ — доске уходит в ∞

Значит на доске должно быть: 1 2 3 4, иначе чисел не несколько, а ∞

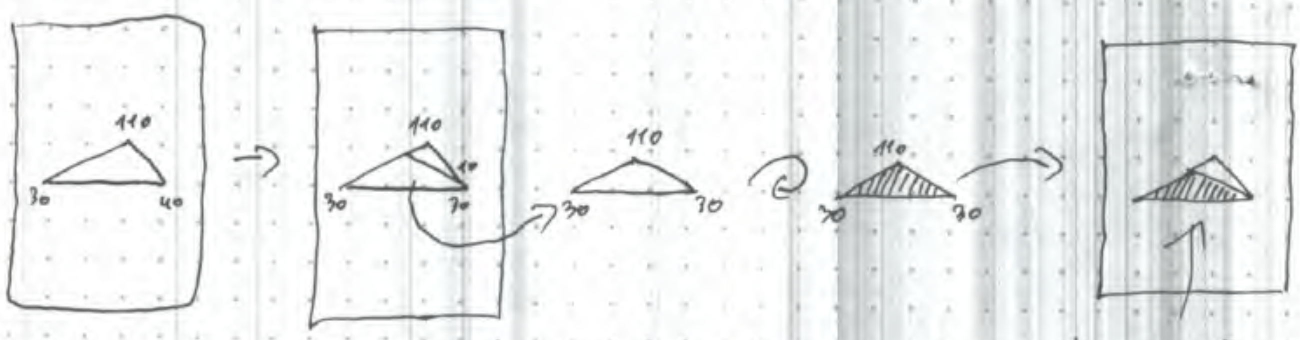
? не доказано

Ответ: 1, 2, 3, 4 или меньше

№4

В условии задачи не сказано что итоговый треугольник должен быть таким же как изначальный. цель получить красный треугольник на белом фоне.

вот как это можно сделать:



„Красный" треугольник на белой стороне

Ответ: пример

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

алабуга
ОСОБАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЗОНА

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 - 5

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1007776

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" 01 2026

Шифр М 9-5
(заполняется оргкомитетом)

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ... КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ... МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА

Оценка работы
(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	10	0	20											70
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика
(профиль олимпиады)

9
(класс участия)

№ 1

1) До первой перестановки: Будильник спешит на 3 минуты в ~~час~~. Это значит, что за реальных 60 минут он проходит 63 "своих" минуты. Скорость хода будильника = ~~…~~ $V = \frac{63}{60} = 1{,}05$

2) Когда на будильнике 1:00 (прошел 1 час по его времени) реальное время составит: $T_1 = \frac{1}{(1.05)} = \frac{20}{21}$ часа.

3) Перестановка: в этот момент его перевели на 3 минуты назад. Теперь ~~это~~ на нём: 1:00 − 3 = 57 минут (или 0.95 часа)

4) До звонка будильник должен дойти до 8:00. Ему осталось пройти по своему циферблату: 8 − 0.95 = 7:05 часа.

5) Вычислим сколько реального времени на это уйдет: $T_2 = \frac{(7.05)}{(1.05)} = \frac{47}{7}$ часа

6) $T = T_1 + T_2 = \frac{20}{21} + \frac{141}{21} = \frac{161}{21} = 7\frac{14}{21} = 7\frac{2}{3}$ часа.

7) $\frac{2}{3}$ часа - это 40 минут.

Ответ: 7:40 утра.

Лист №1

№2 1) Исходное уравнение имеет ограничение: правая часть должна быть неотрицательной т.е. $x-a \geq 0 \to x \geq a$

2) При возведении в квадрат мы получим корни x_1 и x_2. Один из них будет лишний, если он меньше a.

3) Решим $x^2-(2a+1)x+(a^2-b)=0$. Корни: $x=((2a+1) \pm \sqrt{(4a+4b+1)}):2$

4) Заметим, что корень с "плюсом" всегда $\geq a$. Корень с "минусом" будет меньше a (лишний), если: $(2a+1)-\sqrt{(4a+4b+1)}:2<a$

~~x_2~~ $2a+1-\sqrt{(4a+4b+1)}<2a \to \sqrt{(4a+4b+1)}>1$

5) Это выполняется при $4a+4b+1>1$, то есть ~~4a~~ $4(a+b)>0$

Ответ: $a+b>0$.

№3

1) Существует свойство: сумма цифр числа при умножении на 2 может только уменьшиться или увеличиться не более чем в 2 раза (если нет переносов, сумма удваивается; каждый перенос через разряд уменьшает сумму на 9).

2) Математически: $L=2S-9k$, где k - кол-во переносов

3) Если $L=3S$, то $3S=2S-9k \to S=0$

4) Так как S (сумма цифр натурального числа) всегда положительна, а k не может быть отрицательным, такое равенство невозможно.

Ответ: Нет, не может. не сказано, что вторая сумма в 3 раза больше!

№4 Чтобы заполнить "дырку" треугольными частями, нужно разрезать треугольник по его высоте, опущенной из тупого угла (111°) на сторону, лежащую между углами 30° и 40°. Получится два прямоугольных треугольника. Если каждый из них перевернуть и поменять местами (приложить друг к другу другими сторонами), они зеркально заполнят ту же форму. Не заполнят

~~Ответ~~

№5 Если на доске есть число 5, то $1+4=5 \Rightarrow 1 \cdot 4=4$ должно быть на доске. ~~[illegible]~~ Также $2+3=5 \Rightarrow 2 \cdot 3=6$ должно быть на доске. Если появилось 6, то будут ещё большие числа, и ряд уйдет в бесконечность.

2) Поскольку написано "несколько" (конечное число) чисел, на доске не может быть чисел больше 4.

3) Если есть 4, то $1 \cdot 3=3$ и $2 \cdot 2=4$ должны быть. Значит, есть {1, 4, 3}. Из 3 следует $1 \cdot 2=2$. Из 2 следует $1 \cdot 1=1$.

ый балл _______ _______________
(подпись председателя жюри)

Шифр М9-5
(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «_______________________________», ______ класс,

Набор $\{1,2,3,4$ подходит.
Наборы $\{1$, $\{1,2$, $\{1,2,3$ также удовлетворяют условию.
Ответ: Любой набор вида $\{1,2,\dots,k$, где $k \in \{1,2,3,4$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 - 41

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1020272

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" 01 2026 г.

Шифр М9-41
(заполняется оргкомитетом)

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» ОГРН 1021602841391 МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008 Тел./факс: 8(843) 292-53-63

Оценка работы
(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	5	20	15											80
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

МАТЕМАТИКА (профиль олимпиады) 9 (класс участия)

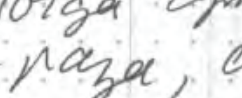
1. Если будильник спешит на 3 мин в час, значит через час времени его показания будут на 63 минуты больше. Значит скорость изменения показаний равна $\frac{63}{60\text{мин}} = \frac{21}{20\text{мин}}$. $60 = \frac{21}{20} \cdot x \Rightarrow x = 57\frac{1}{7}$ минут было когда будильник показывал 60. Когда его перевели на три минуты его показания стали 57. Чтобы его показания стали $8 \cdot 60$ они должны изменятся на $8 \cdot 60 - 57 = 423$. $423 = \frac{21}{20} \cdot y \Rightarrow y = 402\frac{6}{7}$ мин прошло реального времени $402\frac{6}{7}$ мин. $402\frac{6}{7}$ мин $+ 57\frac{1}{7}$ мин $= 460$ мин $= 7$ч 40 мин. Ответ: 7ч 40 мин.

2. $\sqrt{x+6} = x-a \Rightarrow x+6 \geq 0$ и $x-a \geq 0$ $\quad x+6 = (x-a)^2 \Rightarrow$
$x^2 - 2ax + a^2 = x+6 \Rightarrow x^2 - (2a+1)x + a^2 - 6 = 0 \Rightarrow$
$x = \frac{2a+1 \pm \sqrt{4a^2+4a+1-4a^2+4b}}{2} = a + \frac{1}{2} \pm \sqrt{a+b+\frac{1}{4}} \Rightarrow a+b+\frac{1}{4} > 0$ два корня
чтобы один из корней не подходил либо $x+6 < 0$ либо $x-a < 0$ либо и то и то. Рассмотрим корень $a + \frac{1}{2} + \sqrt{a+b+\frac{1}{4}}$
$a + \frac{1}{2} + \sqrt{a+b+\frac{1}{4}} - a > 0$ так как $\frac{1}{2} > 0$ и $\sqrt{a+b+\frac{1}{4}} > 0$. $a+b+\frac{1}{2} + \sqrt{a+b+\frac{1}{4}} =$
$= a+b+\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \sqrt{a+b+\frac{1}{4}}$ $\quad a+b+\frac{1}{4} > 0$ $\frac{1}{4} > 0$ $\sqrt{a+b+\frac{1}{4}} > 0$. Этот корень

всегда подходит. Корень $a+\frac{1}{2}-\sqrt{a+b+\frac{1}{4}}+b=\left(\sqrt{a+b+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}\right)$ ≥ 0. $a+\frac{1}{2}-\sqrt{a+b+\frac{1}{4}}-a=\frac{1}{2}-\sqrt{a+b+\frac{1}{4}}$. Чтобы этот корень не подходил $\frac{1}{2}-\sqrt{a+b+\frac{1}{4}}<0 \Rightarrow \frac{1}{2}<\sqrt{a+b+\frac{1}{4}}$ оба выражения справа и слева не отрицательны при возведении в квадрат неравенство останется прежним. $\frac{1}{4}<a+b+\frac{1}{4} \Rightarrow$ $\Rightarrow a+b>0$ при $a+b>0$ корень будет т.к. $a+b+\frac{1}{4}>0$ и будет один.

3. При умножении на 2 сумма цифр не может вырасти более чем в 2 раза, потому что если последняя цифра <5, то при умножении на 2 последняя цифра будет равна удвоенной старой и сумма увеличится на последнюю цифру, если последняя ≥ 5 то при умножении на 2 у нового числа последняя цифра будет меньше хотя бы на 1, но следующая цифра увеличится на 1. Если продолжить так делать, то цифра не сможет увеличить следующую более чем на 1, ведь самое большое $9\cdot 2+1=19<20$. Так что эта единица прибавленная в следующий разряд обязательно учтётся, ведь не сможет перевести число до 20. Получается что каждая цифра либо увеличит на себя либо уменьшится хотя бы на 1 и увеличит следующую цифру на 1. Тогда сумма не может величиться более в чем 2 раза, а значит в 3 не может.

А уменьшиться?

4. 

В вырезанном треугольнике ABC $\angle ACB=40°$ $\angle BAC=30°$. На сторону AC надо отложить от точки C отрезок равный отрезку BC, это можно сделать, т.к. $AC>BC$ т.к. против AC больший угол. В треугольнике BCD нужно провести биссектрисы BF и DE из углов CBD и BDC. $BE=DF$ т.к. $\triangle BCD$ р/б. $EF \parallel BD$ по теореме Фалеса. $\angle CBD=\angle BDC=\frac{180-40}{2}=70 \Rightarrow \angle CBF=\angle BFE$

…тоговый балл ________ ______________ (подпись председателя жюри)

Шифр М9-41 (заполняется оргкомитетом)

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФГАОУ ВО КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ОГРН 1021602841391 МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМ. ОЛИМПИАДА

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «МАТЕМАТИКЕ», 9 класс,

как накрест лежащие ~~[illegible]~~. Тогда $\triangle BEF$ р/б т.к. два равных угла $\Rightarrow BE=EF$. В четырёхугольнике $ABEF$ $\angle ABE=\angle BEF$. $\angle EFA=110$ по условию и как смежные с 70. Проведём BF. $ABEF$ р/б $\Rightarrow \triangle ABF$ р/б т.к. $\angle ABF=110-\angle EBF=\angle AFB=110-\angle BFE \Rightarrow AB=AF$. Проведём из A и E высоты треугольников, они пересекутся на середине BF и образуют угол $180° \Rightarrow AE$ отрезок. Тогда при повороте вокруг AE $ABEF$ самосовмещается и поменяет цвет, также как $\triangle CEF$ при повороте ~~вокруг~~ высоту из точки C т.к. р/б $\triangle$ семметричен относительно высоты проведенной к основанию. Тогда $\triangle ABC$ надо разрезать на $ABEF$ и $\triangle CEF$.

5. Рассмотрим самое большое число n из выписанных. Если оно [illegible] >4, то рассмотри пару $n-2$ и 2. Тогда $2(n-2)$ выписано. $2n-4>n$ [illegible] при $n>4$. Тогда если самое большое 4 то ещё выписано 3. Если 3, то ещё выписано 2. Если 2, то ещё выписана 1. почему? нет объяснения

А если 1?

Ответ?

не выписаны ответы Сколько их?

Лист № 2

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 - 36

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1092266

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" января 20 26 г.

Шифр М9-36
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы
(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
				−+												
Балл	20	0	20	5	10											55
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика
(профиль олимпиады)

9
(класс участия)

Задача 1

Скорость обычных часов: $V_1 = 60$ мин за 60мин $= \frac{60}{60}$ за 1ч.

Дополнительная скорость будильника: $V_2 = 3$мин за 60мин $=$

$= \frac{3}{60}$ за 1ч $= \frac{1}{20} = 1$ мин за 20мин.

Общая скорость будильника (часов): $V = V_1 + V_2 = \frac{60}{60} + \frac{3}{60} = \frac{63}{60} = \frac{21}{20} =$ 21 мин за 20 мин.

Будильник дошёл до 1часа ночи за: $S_1 = V \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{S_1}{V} = \frac{60}{\frac{21}{20}} =$

$= \frac{1200}{21}$ мин.

Потом часы перевели на 3 мин назад $\Rightarrow$ 00:57 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ До 08:00 путь составляет: $S_2 = 7ч + 3мин = 423$ мин $\Rightarrow$

$\Rightarrow t_2 = \frac{S_2}{V} = \frac{423}{\frac{21}{20}} = \frac{423 \cdot 20}{21} = \frac{8460}{21}$ мин

Истинное время равно: $t = t_1 + t_2 = \frac{1200}{21} + \frac{8460}{21} = \frac{9660}{21}$ мин $= 460$ мин

Ответ: 460 мин

Сдано ____ листов

подпись участника

подпись наблюдателя в аудитории

Лист №1

Задача 2

$x+b=(x-a)^2 \Rightarrow x+b-(x-a)^2=0 \Rightarrow -x^2+(2a+1)\cdot+b-a^2=0$

Корни по D: $\frac{-2a-1\pm\sqrt{(2a+1)^2-4\cdot(-1)\cdot(-a^2+b)}}{-2}=\frac{-2a-1\pm\sqrt{4a+1+b}}{-2}$

По условию один из корней должен быть лишним. Такое будет, если при подставлении в $\sqrt{x+b}$, $x+b<0$ у одного из корней, а у другого $x+b\geq 0$.

не может быть для корня! $x+b=(x-a)^2\geq 0$

1 случай: $\frac{-2a-1+\sqrt{4a+1+b}}{-2}+b<0 \Rightarrow -2a-1+\sqrt{4a+1+b}>2b$, а другой корень: $-2a-1-\sqrt{4a+1+b}\leq 2b \Rightarrow -2a-1+\sqrt{4a+1+b}>2b\geq -2a-1-\sqrt{4a+1+b}$

2 случай: $\frac{-2a-1-\sqrt{4a+1+b}}{-2}+b<0 \Rightarrow -2a-1-\sqrt{4a+1+b}>2b$, а другой корень: $-2a-1+\sqrt{4a+1+b}\leq 2b \Rightarrow -2a-1-\sqrt{4a+1+b}>2b\geq -2a-1+\sqrt{4a+1+b}$

? Нет

но, т.к. под корнем натуральное число $\Rightarrow$ отрицательное всегда будет меньше положительного $\left(-\sqrt{4a+1+b}\leq\sqrt{4a+1+b}\right) \Rightarrow$ (кроме $=0$, тогда $=$)

$\Rightarrow$ 2 случай невозможен $\Rightarrow$ 1 случай, также $D>0$, т.к. должно получится 2 корня $\Rightarrow 4a+1+b>0 \Rightarrow$ $\Rightarrow 4a+b>-1 \Rightarrow b>-1-4a$, также $\frac{-2a-1+\sqrt{4a+1+b}}{2}>b\geq -2a-1-\sqrt{4a+1+b}$.

Не то ограничение

оговый балл _______ ______________
(подпись председателя жюри)

Шифр М9-36
(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «Математике», 9 класс,

вариант ________

Задача 3

При умножении каждой цифры числа на 2, мы можем как увеличить сумму цифр, так и уменьшить. Всего 10 цифр:

$0\cdot2=0$ (+0); $1\cdot2=2$ (+1); $2\cdot2=4$ (+2); $3\cdot2=6$ (+3); $4\cdot2=8$ (+4); $5\cdot2=10$ (-4); $6\cdot2=12$ (-3); $7\cdot2=14$ (-2); $8\cdot2=16$ (-1); $9\cdot2=18$ (0).

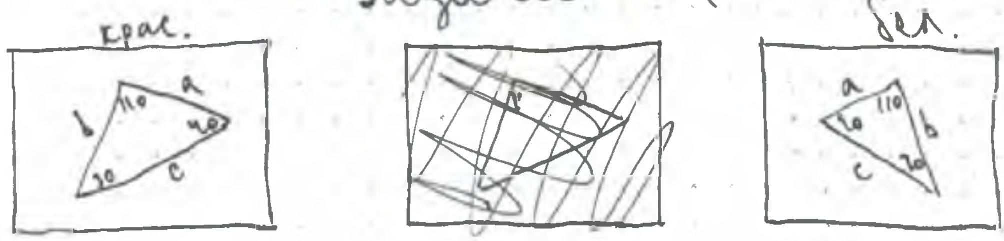
Заметим, что при умножении на 2, сумма цифр может увеличиться максимум в 2 раза.

А уменьшится в 5 раза ($5\to1$). И только при выполнении этой операции с пятёркой уменьшение происходит ≥ 3 раза $\Rightarrow$ сумма цифр числа должна уменьшиться в 3 раза и исходное число содержит цифру "5".

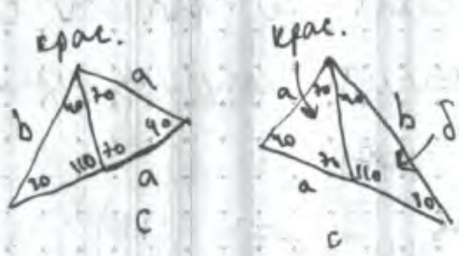
Пример: Было: 66555 (сумма = 27)
Стало: 133110 (сумма = 9)
$27:9=3$ раза

Ответ: Да, может

Задача 4



Отмеряем из красного тр-ка от стороны c сторону, равную a. У нас получается р/б Δ с углами 40, 70, 70. Подставляем его в отверстие с белой стороны к сторонам a и c к углу 40°. Оставшийся крас. Δ-ник переворачиваем и подставляем в оставшееся место и у нас получ. крас. Δ на белом фоне!



на белом фоне крас. Δ-ник.

Задача 5

почему? Не доказано

Начиная с числа 5, можно выбрать 2 натуральных числа, у которых произведение будет больше, чем сумма, и произведение будет только увеличиваться => => кол-во различных сумм будет расти бесконечно, а т.к. доска конечная => там написаны числа от 1 до 4. (т.к. натуральные). ~~Если написано 1 число, то 1 т.к. никакие 2 натур. числа~~ Если m может быть = n, тогда если написано одно число, то это 1, т.к. никакие 2 натур. числа не дают сумму 1 и Люба ничего выбрать не сможет. Если 2 числа, то 12, т.к. остальные дали бы ещё почему? сумму => чисел было бы >2. Если 3, то 123 т.к. без 1, 2, 3 нельзя написать 4, чтобы было 3 числа в общем. Если 4, то 1,2,3,4. почему?

Ответ: 1; 1,2; 1,2,3; 1,2,3,4.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 - 34

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1105541

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" января 20 26 г.

Шифр М9-34
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	—	20											80
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

МАТЕМАТИКА (профиль олимпиады) 9 (класс участия)

Задача 1

За 60 мин ~~обгоня~~ спешит на 3 минуты

↓

За 20 мин спешит на 1 минуту

$v_б$ – „скорость" будильника Аделаиды

v_0 – обычная „скорость" времени

$\frac{v_б}{v_0} = \frac{21}{20} = 1{,}05$

$v_б = 1{,}05 v_0$ то есть, когда проходит 1 минута, будильник показывает что прошло 1,05 минут

Когда будильник показал час ночи прошло $\frac{60}{1{,}05}$ минут. После этого его поставили на 57 минут. 8 утра = 480 мин. от полуночи, значит по будильнику это произошло через 423 минуты после отвода, значит в реальности после отвода прошло $\frac{423}{1{,}05}$ минут Итого: $\frac{423}{1{,}05} + \frac{60}{1{,}05} =$

$= \frac{483}{1{,}05} = 460$ минут $= 7$ч 40 мин.

Ответ: 7ч 40 минут

Сдано 2 листов

подпись участника

подпись наблюдателя в аудитории

Лист №1

Задача 2

$x+6 = x^2 - 2ax + a^2$

$-x^2 + (2a+1)x + 6 - a^2 = 0$

$D = (2a+1)^2 - 4(6-a^2)\cdot(-1) = 4a^2+4a+1+4\cdot 6-4a^2 = 4a+1+4\cdot 6$

$x_{1,2} = \frac{-2a-1\pm\sqrt{D}}{-2} = a+0{,}5 \pm \frac{\sqrt{4(a+6)+1}}{-2} =$

$= a+0{,}5 \mp \frac{\sqrt{4(a+6)+1}}{2}$ Очевидно, что x найденный таким способом будет неверным в случае если $x<a$ т.к. тогда $\sqrt{x+6}<0$. Такой x возможен только в случае если $\frac{\sqrt{4(a+6)+1}}{2} > 0{,}5$

$\sqrt{4(a+6)+1} > 1 \to 4(a+6)+1 > 1^2 \to 4(a+6)>0 \to a+6>0$

ответ:

$x+6>0 \to a>-6 \to \frac{a}{6} > -1$. Ответ: при $\frac{a}{6}>-1$

не равносильно.

~~Ра~~ Задача 3

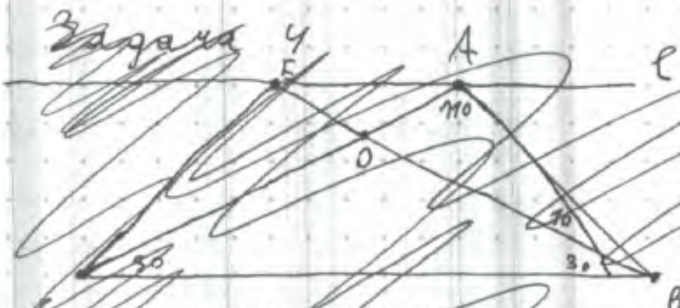
Да, может.

Вова: 1555555558; сумма цифр = 54

Люба: 1555555558 · 2 = 3111111116; сумма цифр = 18

$\frac{54}{18} = 3$ Ответ: Да, может

~~Задача 4~~



~~ABC — изнач. треугольник. C = 30°, B = 40°, A = 110°. Проведем ℓ∥CB через A. Отложим угол CBE так, что E лежит на ℓ и CBE = 30°. Пересечение BE и CA точка O. Очевидно, что ΔCEB = ΔCAB, но при этом ΔCEB — отзеркаленный. Заметим, что его можно построить таким способом.~~

Итоговый балл ________ ________________ (подпись председателя жюри)

Шифр М9-34 (заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «Математике», 9 класс,

вариант ________

Задача 5

Пусть на доске ~~нет~~ написано число $2+n$ где $n>2$.
Следовательно есть число $2n = 2+2(n-1) \Rightarrow$ есть $4(n-1)$
$k = 4(n-1)-2 = 4n-6$. $k>n$ при $n>2$, т.к. при наименьшем $n=3$ это выполняется, а увеличивая n на любую d k будет увеличиваться на $4d$.
Тогда мы получаем, что на доске есть число $2+k$ где $k>4$. Очевидно, что этот процесс можно повторять бесконечно $\Rightarrow$ будет выписано бесконечно множество чисел, что противоречит условию.
Знаним чисел больше 4 нет на доске. Получаем все возможные варианты:

1) 1
2) 1; 2
3) 1; 2; 3
4) 1; 2; 3; 4

Ответ

Если есть $4=1+3$ то есть $1\cdot3=3$
Если есть $3=1+2$ то есть $1\cdot2=2$
Если есть $2=1+1$ то есть $1\cdot1=1$
Это док-вает что это все возможные варианты выписания чисел

КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ 1804

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

алабуга
ОСОБАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЗОНА

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 - 44

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1183547

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" 01 20 26 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА
Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008
Тел./факс: 8(843) 292-33-63
4

Шифр М9-44
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
				–+												
Балл	20	20	20	5	20											85
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

математика
(профиль олимпиады)

9
(класс участия)

~~Задача № 1.~~

~~Когда время на будильнике 1:00, по настоящему 0:57. После перевода на 3 мин назад и в реальности и на будильнике время 0:57~~

Задача № 1.

Когда в реальности прошло 60 мин на будильнике прошло 63 мин.

Будильник всего прошел 8 ч 3 мин = 483 мин с учетом перевода на 3 мин назад.

Значит в реальности прошло $\frac{483}{63}\cdot 60 = \frac{483\cdot 20}{21} =$

$= \frac{161\cdot 20}{7} = 23\cdot 20 = 460$ мин $= 7$ ч 40 мин $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Истинное время 7 ч 40 мин

Ответ: 7 ч 40 мин

Сдано 3 листов

подпись участника подпись наблюдателя в аудитории

Лист №1

Задача № 3.

Вовочка записал число 56565 с суммой цифр 27, а Люба получила число 113130 с суммой цифр 9

$\frac{27}{9} = 3 \Rightarrow$ может.

Ответ: может; 56565 и 113130

Задача № 5

Заметим, что если на доске есть число n, то и число $n-1$ тоже есть, т.к. $1+(n-1)=n$, а $1\cdot(n-1)=n-1$. А если есть $n-1$, то есть и $n-2$ и т.д. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ На доске есть число 1

Пусть самое большое число на доске $n \Rightarrow$ есть все числа от 1 до n

При $n \geq 5$ $\quad 2+(n-2)=n$

$2\cdot(n-2) = 2n-4 =$ [redacted]

$= n+(n-4) > n$, т.к $n-4>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ на доске есть число большее, чем n, противоречие

Значит $n \leq 4$

Могли быть такие наборы 4, 3, 2, 1

3, 2, 1 и 2, 1

(т.к. несколько $\Rightarrow$ хотя бы 2 числа)

Ответ: 4, 3, 2, 1 или 3, 2, 1 или 2, 1 или $\{1\}$

[redacted]оговый балл ________ ______________

(подпись председателя жюри)

Шифр М9-44

(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «математике», 9 класс,

вариант ________

Задача 2

$$\sqrt{x+b} = x-a$$

$x+b=(x-a)^2$ ≥ 0 для корней

$x+b=x^2-2ax+a^2$

$x^2-(2a+1)x+(a^2-b)=0$

$D=(2a+1)^2-4(a^2-b)=4a^2+4a+1-4a^2+4b=4a+4b+1$

$$x_{1,2}=\frac{2a+1\pm\sqrt{4a+4b+1}}{2}$$

$x-$

лишний корень при 1) $\begin{cases} x+b<0 \\ x-a<0 \end{cases}$ или 2) $\begin{cases} x-a<0 \\ x+b\geq 0 \end{cases}$ или 3) $\begin{cases} x+b<0 \\ x-a\geq 0 \end{cases}$?

Предположим, что лишний корень при $x_1-a<0$

$\Rightarrow$ $x_2-a\geq 0$ $\Rightarrow$ $x_1=\dfrac{2a+1-\sqrt{4a+4b+1}}{2}$

$$x_2=\frac{2a+1+\sqrt{4a+4b+1}}{2}$$

$x_1-a<0$ 1) и 2) случаи

$\cancel{2a}+1-\sqrt{4a+4b+1}\cancel{-2a}<0$

$1<\sqrt{4a+4b+1}$

$1<4a+4b+1$

$0<a+b$

$\boxed{a>-b}$

проверяем:

$x_2-a\geq 0$

$1+\sqrt{4a+4b+1}\geq 0$

это верно, т.к.

$1<\sqrt{4a+4b+1}$

проверяем:

$x_2+b\geq 0$

~~$2a+1+\sqrt{4a+4b+1}-2b\geq 0$~~

~~$1+\sqrt{4a+4b+1}\geq 2b-2a$~~

т.к. $b>-a$

$x_2+b>x_2-a\geq 0$ $\Rightarrow$ верно

Лист № 2

Теперь предположим что меньший корень при

$$3)\begin{cases} x_1 + b < 0 \\ x_1 - a \geq 0 \end{cases}$$

$x_1 + b < 0$

$-x_1 + a \leq 0$

$a + b < 0$

$a < -b$

проверяем

$x_2 + b \geq 0$

$2a + 1 + \sqrt{4a+4b+1} + 2b \geq 0$

$2a + 2b \geq -0,5$

$1 + \sqrt{4a+4b+1}$ точно $\geq 0,5 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2a+2b+1+\sqrt{4a+4b+1} \geq 0$

верно

т.к 2 корня

$4a + 4b + 1 > 0$

$1 > -4(a+b)$

$-(a+b) < 0,25$

$a + b > -0,25$

$\Rightarrow$ 1 корень меньший при

1) $a + b > 0$

2) $-0,25 < a + b < 0$

Если $a+b \leq -0,25$, то корня не 2, а при $a+b=0$ оба корня верны и подходят

Ответ: 1) $a + b > 0$

2) $-0,25 < a+b < 0$

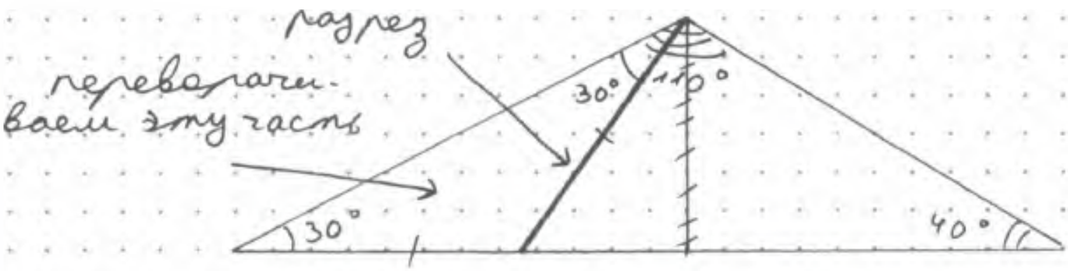
Итоговый балл ______ ______________
(подпись председателя жюри)

Шифр М 9-44
(заполняется оргкомитетом)

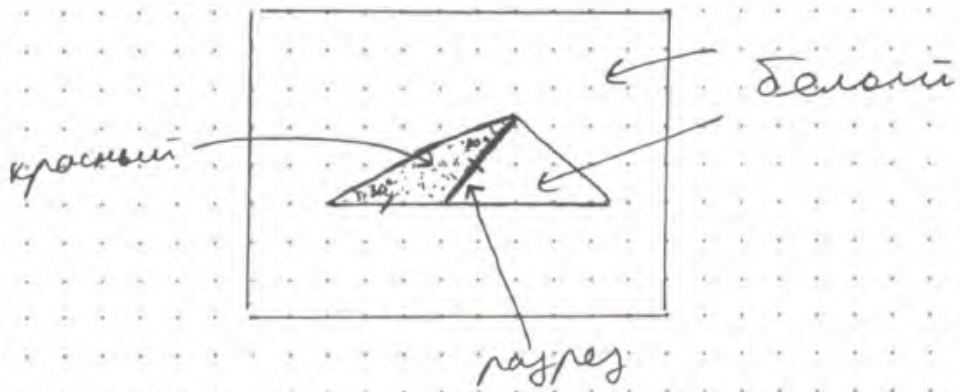
Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «математике», 9 класс,

Задача 4



Если сделать равнобедренный треугольник с углами по 30° у основания, то перевернув его он встанет на свое же место только красной стороной и на листке картона он будет на белом фоне



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 - 42

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1186446

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Дата "16" ЯНВАРЯ 2026 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008 Тел./факс: 8(843) 292-53-63

Шифр М9-42
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	5	5	0	15											45
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

МАТЕМАТИКА
(профиль олимпиады)

9
(класс участия)

Задача 5

Допустим у нас выписано число $k \Rightarrow k = 1 + k - 1 \Rightarrow$

$1\cdot(k-1) = k-1$ — должно быть выписано $\Rightarrow k-1 = 1 + k - 2 \Rightarrow$

$1\cdot(k-2) = k-2$ — должно быть выписано и т.д. $\Rightarrow$ +5

все числа $< k$ должны быть выписаны,

если k выписано $\Rightarrow k = 2 + k - 2 \Rightarrow$

$2\cdot(k-2) = 2k-4$ — должно быть выписано $\Rightarrow 2k-4 = 2 + 2k - 4 - 2 \Rightarrow$

$2\cdot(2k-6) = 4k-12$ — должно быть выписано и т.д. $\Rightarrow$

все числа $< k$ и некоторые (их бесконечность, т.к. постоянно увелич.) $> k$ должны быть выписаны, но

если $2\cdot(k-2) = k$ то такого не произойдет $\Rightarrow k = 4 \Rightarrow$ почему?

все меньшие числа тоже должны быть.

Если есть $k \Rightarrow k = 3 + k - 3 \Rightarrow$

$3(k-3) = 3k-9$ — должно быть (аналогично с 2) $\Rightarrow$

все числа $< k$ и нек. числа $> k$ должны быть выписаны, но

если $3\cdot(k-3) = k$ то такого не будет $\Rightarrow k = 3$, аналогично с 4

~~если есть $k = 3$, $k = 4 + k - 4$~~

Если $k > 4 \Rightarrow$ чисел будет бесконечность, т.к. $\Rightarrow$ максимальн-

не доказано!

Сдано ____ листов

подпись участника

подпись наблюдателя в аудитории

Лист №1

нас $k=4$ => последовательности 1,2,3,4; 1,2,3; 1,2; ~~k~~ могут быть на доске. Ответ: {1,2,3,4}; {1,2,3}; {1,2}; {1}

Задача 3

У нас есть 2 варианта, когда мы умножаем число на 2, если есть только числа <5, то допустим у нас есть число $\overline{ab\ldots}$, когда мы умножаем на 2, каждое число увел в 2 раза => ~~будет~~ $\overline{(2a)(2b)}$, ~~вынесем 2~~ 2a сумма будет больше в 2 раза, но не в три, 2 случай когда есть цифра ≥ 5, тогда у нас будет переход, если есть переход, то цифра до цифры кот ≥ 5 получит +1 => ~~было~~ (она не получит переход т.к. чтобы он был ~~нужно~~ есть вариант только 9+1, но такого быть не может т.к. после умножения ~~число~~ цифра максимум 8, т.к. 9/2) => смотрим сумму после перехода 5+5=10 была сумма 5 стала 1; 6+6=12 была 6 стала 3, 7+7=14 была 7 стала 5; 8+8=16 была 8 стала 7 9+9=18 была 9 стала 9 => переход никак не может увеличить сумму цифр числа => максимально можно увеличить сумму в 2 раза, но не в 3 => Ответ: нет, нет во втором случае

Задача 1

~~час = минуту часы~~

Сравним часы реального времени и будильника

за 1 реал час проходит 60 минут, а на будильнике 63 минуты [redacted]тоговый балл ____________ ______________

(подпись председателя жюри)

Шифр М9-42

(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « МАТЕМАТИКЕ **», 9 класс,**

вариант ________

=> чтобы перевести из обычных часов в будильник нужно умножать на $\frac{60}{63} = \frac{20}{21}$.

После 1 часа на будильнике время было $60 \cdot \frac{20}{21} = \frac{400}{7}$, затем ~~она~~ Аделаида перевела будильник на 3 мин назад =>

~~В~~ теперь в 1 час на будильнике реал ~~время~~ время было $\frac{400}{7} + 3 \cdot \frac{20}{21} = \frac{400}{7} + \frac{20}{7} = 60$, т.е. 1 час

=> всего между 8 и 1 7 часов =>

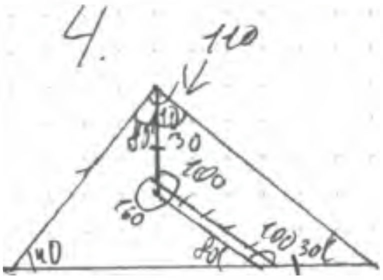
$7 \cdot 60 = 420$ минут => реал время: $420 \cdot \frac{20}{21} = 400$

$\frac{400}{60} = 6\frac{40}{60} = 6\frac{4}{6}$ = 6 часов 40 мин + 1 час (вначале)

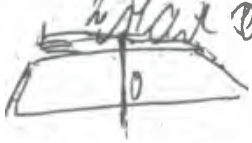
=> время в конце 7 часов 40 минут

Ответ: 7 часов 40 минут

4.



— вот эту часть просто переворачиваем, будет также, т.к. она симметрична относ. 0



— аналогично

Лист № 2

Задача 2.

$$\sqrt{x+b} = x-a$$

$$x+b \geq 0$$

$$x-a \geq 0$$

$$x+b = (x-a)^2$$

$$x+b = x^2-2ax+a^2$$

$$x^2-2ax-x+b+a^2=0$$

$$x^2-x(2a+1)+(b+a^2)=0$$

$$D = (2a-1)^2-4(a^2+b) = 4a^2-4a+1-4a^2+4b = \underline{4(a+b)+1}$$

$$4(a+b)+1>0$$

$$x_1 = \frac{2a+1+\sqrt{4(a+b)+1}}{-2}$$

$$x_2 = \frac{2a+1-\sqrt{4(a+b)+1}}{-2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

алабуга
особая экономическая зона

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 - 11

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника	1261536

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" января 2026 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» ОГРН 1021602841391 МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008 Тел./факс: 8(843) [illegible] 4

Шифр М 9-11
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
				−+												
Балл	0	0	5	5	—											10
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

МАТЕМАТИКА
(профиль олимпиады)

9
(класс участия)

~~N1. настоящее время 1) 00:00 2) 00:00 3) 1:00 4) 7:57~~

~~время будильника 1) 00:03 2) 00:00 3) 00:57 4) 8:00~~

~~Ответ: 7:57~~ Ответ: 7:37

N 2. $\sqrt{x+b} = x-a$

$x^2-(2a+1)x+(a^2-b)=0$

по теор Виета ?

$f(x) = x^2-(2a+1)x+(a^2-b)$

$f(a) = a^2-(2a+1)\,a+(a^2-b) = a^2-2a^2-a+a^2-b = -a-b$

$f(a) \le 0$ — почему?

$\Rightarrow$ при $-a-b \le 0$ или $a+b \ge 0$ >

Лист №1

5 №3. S_n - сумма цифр числа n

Вова получил S_n

Люба получила S_{2n}

$S_{2n} = 2n$ пусть $n = 9$

$2n = 18$

$3 \cdot S_n = 2n$

$S(2n) = 9$

$3 \cdot S_n = 3n$

$S_{2n} \neq 3 \cdot S_n$

$2n = 3n$

сумма цифр числа n и $2n$ связана формулой

$S(2n) = 2S(n) - 9k$ k - количество перенос. при сложении

если $S(2n) = 3S(n)$, то

$3S(n) = 2S(n) - 9k$

откуда $S(n) = -9k$

Нет, сумма полученная Любой, ~~также~~ не может отличаться в три раза от суммы Вовы. Есть вариант $S(n) = 3S(2n)$

№4.

Разрежьте треугольник по отрезку соединяющему угол вершину с углом 110° с точкой на противоположной стороне так, чтобы этот отрезок делил угол 110 на 70° и 40°. получается два треугольничка ~~м~~ с углами ∠40°, ∠40°, ∠100° - равнобедренный, и с углами ∠30°, ∠70°, ∠80°.

Если перевернуть треугольник с углами 40; 40; 100; его красная сторона совпадает с разрезом второго треугольника и вместе они ~~будут~~ образуют исходный треугольник красного цвета.

Итоговый балл ________ ______________

(подпись председателя жюри).

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» ОГРН 1021602841391
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА

Шифр М 9-11

(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «МАТЕМАТИКЕ», 9 класс,

№5. Тист. – истинное время.

N 1. 3м/ч · 8ч = 24мин. 01:00 – 3м = 00:57 ?

8ч – 1ч = 7ч. что это за время?

Прошло меньше 8 часов

$V = 1 + \frac{3}{60} = 1{,}05$

$7ч = 1{,}05 \cdot Т_{ист}$

$Т_{ист} = \frac{7}{1{,}05} = 6ч\ 40м$

в момент перестановки истинное время ≠ 57мин

00:57 + 6ч 40м = 07:37

Ответ: 07:37

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 - 52

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1265519

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" января 2026 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008 Тел./факс: 8(843) 292-53-63 1

Шифр М9-52
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы
(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	5	20	—	20											65
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика
(профиль олимпиады)

9
(класс участия)

3 №4 Если Вова напишет число 55566, то Любочка напишет число ~~####~~ 11132; Сумма цифр числа Вовы: 27; сумма ~~чисел и~~ цифр числа Любочки: 9; Число 9 отличается от числа 27 в три раза ⇒ сумма, полученная Любой, может отличатся в три раза от суммы, полученной Вовой ⇒ может
Ответ: да, может

№5 Пусть k – наибольшее число, выписанное Вовой;
Докажу, что на доске написаны числа $1, 2, 3, \dots, k$:
• Если $k \neq 1$, то если Любочка выберет числа $k-1$ и 1, то $k = k-1+1 \Rightarrow$ на доске написано число $(k-1)\cdot 1 = k-1$; Если на доске есть число $k-1$, то найдётся число $(k-2)\cdot 1 = k-2$; Получается, если на доске есть число n, отличное от 1, то на доске найдётся число $n-1$; значит на доске написаны все натуральные числа, меньшие $n \Rightarrow$ если k – наибольшее выписанное число, то написаны числа $k; k-1; k-2; \dots; 2; 1$
• Если $k=1$, то Любочка не может выбрать натуральные m и n такие, что $m+n=1$, т.к. $n \geqslant 1$ и $m \geqslant 1$ $(m+n \geqslant 2) \Rightarrow k \neq 1$ почему? нет противоречия.

~~Если ... к~~

$k \neq 1 \Rightarrow k \geqslant 2$

Если $k > 2$, то Любочка выберет числа $k-2$ и 2; они будут отличны от нуля, т.к. $k > 2$; на доске будет написано число $(k-2)\cdot 2$; но k – наибольшее число $\Rightarrow (k-2)\cdot 2 \leqslant k \Rightarrow 2k - 4 \leqslant k \Rightarrow k \leqslant 4$

Значит наибольшее число на доске всегда не больше 4;

Если $k=2$, то написаны числа 1 и 2
Если $k=3$, то написаны числа 1, 2 и 3
Если $k=4$, то написаны числа 1, 2, 3 и 4
Все написанные числа меньше 5

Ответ: 1 и 2; или 1, 2 и 3; или 1, 2, 3 и 4

{!!}

Итоговый балл ______ ______________

(подпись председателя жюри)

Шифр Н9-52

(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «математике», 9 класс,

вариант ________

№1 За 60 мин нормального времени будильник показывает 63 мин;

За x мин нормального времени будильник показывает 60 мин = 1 час ночи $\Rightarrow$

$$x = \frac{60 \cdot 60}{63} = \frac{400}{7}$$ — прошло с полуночи

Далее на будильнике время 00:57;

до 08:00 будильнику надо подождать ~~7~~ $7 \cdot 60 + 3$ мин по своему времени $\Rightarrow$ нормального времени пройдёт ещё $\frac{(60 \cdot 7 + 3) \cdot 60}{63} = \frac{423 \cdot 60}{63} = \frac{141 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 20}{7 \cdot 9} =$

$= \frac{2820}{7}$ мин

Значит с полуночи пройдёт по нормальному времени $\left(\frac{2820}{7} + \frac{400}{7}\right)$ мин $=$

$= \frac{2800}{7} + \frac{420}{7} = 400 + 60 = 460$ мин $=$ ~~7~~ ~~40~~

$= 7$ ч 40 мин — в это время прозвенит будильник

Понятие „нормальное время" = „истинное время"

Ответ: в 7 ч 40 мин

это система!

№2(1) $\sqrt{x+b} = x-a$; ~~x+b~~ Если $x+b=0$, то $x-a=0 \Rightarrow$
~~$(x+b)^2 = (x-a)^2$~~ $(x-a)^2=0$ – всегда один корень $\Rightarrow$
$x \neq -b$; $x \neq a$ – почему? Но он же равен $-b$ тогда не корни

ОДЗ: $x+b \geq 0 \Rightarrow b+x>0$, т.к. $-b \neq x$

✓ не ОДЗ, ограничение $x-a \geq 0 \Rightarrow$ ~~x≥a~~ $x>a$, т.к. $a \neq x$?

$(x+b) = (x-a)^2 \Rightarrow x^2 - x(2a+1) + a^2 - b = 0$

$D = 4a+4b+1 \Rightarrow a+b > -\frac{1}{4}$, т.к. 2 корня

$x = \frac{2a+1 \pm \sqrt{4a+4b+1}}{2}$

Пусть $x_1 > x_2$; если x_1 - не подходит в (1), то x_2 тоже не подходит в (1) - противоречие $\Rightarrow$ x_1 подходит в (1), x_2 не подходит в (1)

Значит

либо ~~2a+1 ±~~ $\frac{2a+1-\sqrt{4a+4b+1}}{2} < a \Rightarrow$

$4a+4b+1 > 1 \Rightarrow a+b>0$

либо $\frac{2a+1-\sqrt{4a+4b+1}}{2} < -b \Rightarrow$

$\underbrace{2a+2b+1}_{>-\frac{1}{2}} < \sqrt{4a+4b+1} \Rightarrow 4a+4b+1 > 4a^2+4b^2+1+8ab+4a+4b$

$\Rightarrow (a+b)^2 < 0$ – не верно $\Rightarrow$

$\frac{2a+1-\sqrt{4a+4b+1}}{2} > -b$

Значит $a+b>0$ и $x>a$ и $x>-b \Rightarrow$?

$\left.\begin{matrix} x>a; \\ x<b \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{a=-b}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	M9 - 20

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1267663

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

Дата "16" января 2026 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» ОГРН 1021602841391
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА
Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008
Тел./Факс: 8(843) 292 53 63

Шифр М9-20
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	–	5	20	–											45
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

математика
(профиль олимпиады)

9
(класс участия)

№ 1

Сначала стрелка будильника прошла расстояние от 00:00 до 01:00, потом - от 00:57 до 08:00. То есть всего стрелка прошла 8 ч 3 мин = 28980 с.

Стрелка будильника спешит на 3 мин/ч, это 3 с/мин. Скорость правильных часов - 60 с/мин, значит стрелка часов Аделаиды - 60 с/мин + 3 с/мин = 63 с/мин.

Знав путь $S = 28980\,c$ и скорость $V = 63\,c/мин$ можно найти время истинное.

$$t = \frac{S}{V} = \frac{28980\,c}{63\,c/мин} = 460\ мин = 7\ ч\ 40\ мин$$

Ответ: 7:40

№ 3

Цифры меньше 5 при умножении на 2 становятся в 2 раза больше. Цифры больше 4 - становятся двузначными. (При этом единица остаётся в разряде умножаемой цифры, а десяток переходит в следующий разряд.)

Максимально возможная единица - 8 ($9 \cdot 2 = 18$), 1 переходит в следующий разряд. Но учитывая, что Любочка будет ~~счт~~ считать сумму цифр, у неё выйдет 9. (Даже если перед 9 стоит ещё одна 9), потому что максимально возможная десятка - 1.)

Значит, умножив любую цифру из записанного числа на 2, мы можем получить максимум - удвоенную цифру. Из этого выходит, что Люба не может получить сумму в три раза больше Вовочкиной.

Ответ: нет

№4

Углам $30°$, $40°$ и $110°$ дадим названия A, B и C соответственно. На стороне AB отметим точку M так, чтобы $AM = AC$. На стороне BC отметим точку N так, чтобы $MN = NC$. Таким образом получим четырёхугольник, который будет симметричным по AN. Угол $AMN = \angle NCA$. Сумма углов выпуклого четырёхугольника $= 360°$, значит $\angle N = 360° - 30° - 110° - 110° = 110°$. Угол $BMN = 180° - 110°$ ($\angle BMN$ и $\angle AMN$ - смежные) $= 70°$, а $\angle BNM = 180° - 110° = 70°$ ($\angle BNM$ и $\angle MNC$ - смежные) => Треугольник BNM - равнобедренный, поэтому симметричный.

Теперь можно перевернуть треугольник. Они останутся такими же по форме, потому что они симметричны. ~~Тепр~~ Теперь сторону NM треугольника соединяем с CN четырёхугольника. Они будут одинакового размера, [redacted]ый балл ______ ____________

(подпись председателя жюри)

Шифр М 9·20

(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «математика», 9 класс,

потому что четырёхугольник $ACNM$ симметричен, и $CN = NM$.

Мы получили большой треугольник ABM, он будет равен треугольнику ABC и заполнит отверстие.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

(заполняется организатором)

ШИФР	М9 - 19

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 9 классов, заключительный этап, 2025-2026 учебный год

Данные участника

ID номер участника 1277026

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональные предметные олимпиады

Место штампа

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА Кремлевская ул., д. 18, Казань, 420008 Тел./факс: 8(843) 292-53-63

Дата "16" января 2026 г.

Шифр М 9-10
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	0	20	5	20											65
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика
(профиль олимпиады)

9
(класс участия)

~~№1~~
~~Посмотрим, что за 8 часов без перестановки времени он бы показывал 8 часов + 24 минуты т.к. $8\cdot3=24$, но~~

~~№1~~
~~Пусть настоящее время сколько прошло равно t тогда т.к. на 3 минуты спешат за час то это за 1 минуту они спешат на $\frac{1}{20}$ минуты или же 3 секунды. значит $\frac{1}{20}+\frac{20}{20}=\frac{21}{20}$. $\frac{21}{20}t$ равняется 8 часам иначе $8\cdot60=480$ минутам~~

~~$\frac{21}{20}t=480$ $t=\frac{480\cdot20}{21}$ $t=\frac{3200}{7}$ $\frac{3200}{7}=457\frac{1}{7}$~~

~~Получается прошло $457\frac{1}{7}$ минут это 7 ч 27~~

№2

$x+b=(x-a)^2$

$x+b=x^2-2ax+a^2$

$x^2-2ax+a^2-x-b=0$

один корень лишний значит $D=0$, а он у нас равен ~~$D=(1+2a)^2$~~

нет! $D=0$ дает кратный корень, а не лишний!

$x^2-x(1+2a)+(a^2-b)=0$

$D=(1+2a)^2-4(a^2-b)=0$

$1+4a^2+4a-4a^2+4b=0$

$1+4a+4b=0 \quad |:4$

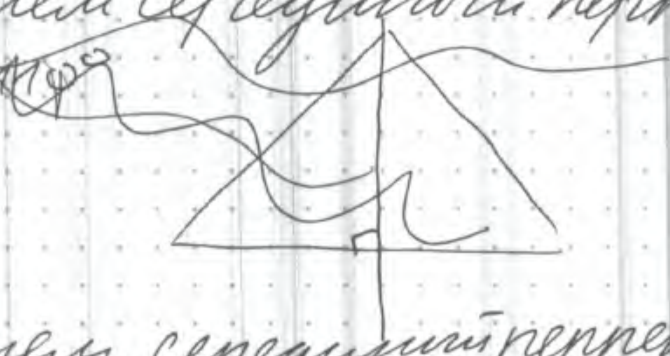
$\frac{1}{4}+a+b=0$

$a=-b-\frac{1}{4}$

№4

Любой разрез подходит просто переворачиваем части где была белая сторона ставим ~~черную~~ краткую, а где черная белую

Возьмем серединный перпендикуляр из угла 110°



Возьмем серединный перпендикуляр к стороне с углами 30° и 40°

точка тогда любая точка при соединении с вершинами с 30° и 40° будет образовывать р/б △ т.к. высота совпадет с медианой

⇒ при переворачивании треугольника фигура △ не поменяется ⇒ вот так разрежем и перевернем фиг. △

Итоговый балл ________ ________________
(подпись председателя жюри)

Шифр М 9-10
(заполняется оргкомитетом)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «математике», 9 класс,

вариант ________

№1

Пусть t это сколько времени прошло с момента 00:00 на часах до 8:00. Поговорим, что ~~отдаление~~ спешка на 3 минуты в час это спешка на $\frac{1}{20}$ минуты в минуту тогда если прошло t минут в реальности то это прошло $\frac{21}{20}t$ на часах. на часах прошло 8 часов и 3 минуты то есть 483 минуты. $\frac{21}{20}t = 483$ $t = 460$ минут, а это 7 часов и 40 минут.

Ответ: 7:40

№3

~~Ухаа~~ Ответ: Да, может

Пример:

Число Вовы $9,\underbrace{0505050505\ldots05}_{9}$, а число Мобы получается тогда $18\underbrace{1010\ldots10}_{9}$, получается сумма Вовы $9+5\cdot 9=54$, а у Мобы $9+9=18$ $18\cdot 3=54$

Ответ: да, может

Лист № 2

№5

пусть максимальное число среди выписанных n и пусть разберем вариант, что оно четное тогда $\left(\frac{n}{2}\right)^2 \leq n$ $n^2 \leq 4n$ $n \leq 4$. Тогда у нас могут быть числа от 1 до 4 поймем, что если у нас есть 4 то есть и 3, а значит есть 2, а значит есть и 1 т.к мы просто берем числа 1 и остаток и получаем число на 1 меньше, а если у нас нет 4, то пусть у нас будет 3 тогда есть 1 и 2, а если нет и ее то 2 и 1 или просто 1 (но у него мы не можем выбрать никакую сумму).

Посмотрим если n - нечетное тогда поймем, что у нас есть $n-1$ т.к $(n-1)1=n-1$, а оно четное значит не превышает 4 значит $n \leq 5$, но 5 не подходит т.к $2 \cdot 3 >$ 5, а значит n - не максимальное. значит n - не может быть четным.

Значит подходят все варианты которые я перечислил. Например: 1, 2, 3, 4.