

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональная предметная олимпиада



ШИФР	МЧ-139
------	--------

(заполняется оргкомитетом)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов,
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

(наименование дисциплины)

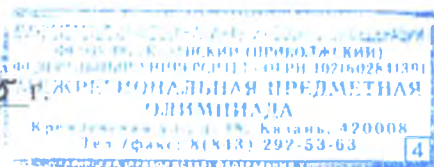
Данные участника

ID номер участника

1100894

Дата "22" Января (01)

20 25



Шифр

14-139

(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	20	15											95
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика

(профиль олимпиады)

7

(класс участия)

① Обозначим возраста Тошки, Дочки, Сина₁ и Сина₂ как π , D , C_1 , C_2 соответственно $\Rightarrow \pi = D + C_1 + C_2$

Синовей две \Rightarrow с каждым годом сумма их возрастов будет возрастать на 2 года, а возраст Тошки - на 1 год. \Rightarrow с каждым годом синовей будут догонять Тошку на $2 - 1 = 1$ год. $\pi = D + C_1 + C_2$ (по год) $\Rightarrow \pi - D = C_1 + C_2 \Rightarrow$ \Rightarrow чтобы синовей догнали Тошку или нужно $\frac{D}{2-1} = \frac{D}{1} = D$ (лет) \Rightarrow синовей догонят Тошку через D лет \Rightarrow Дочка тогда будет $D + D = 2D$ (лет) \Rightarrow она повзрослеет в $\frac{2D}{D} = 2$ раза

Ответ: Дочка повзрослеет в 2 раза.

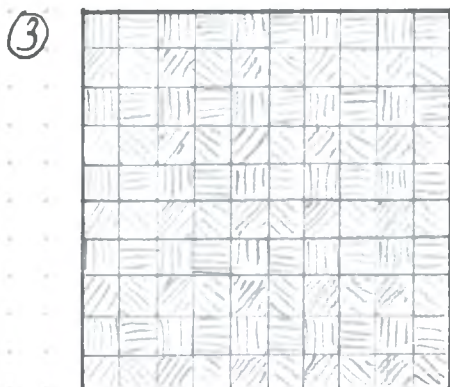


рис. 1

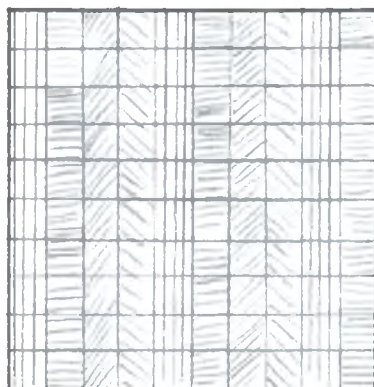



рис. 2

Оценка

Нарисуем поле 10×10 и разобьем его на $\square 2 \times 2$. В каждом \square сделаем раскладку вот такой (рис. 1)

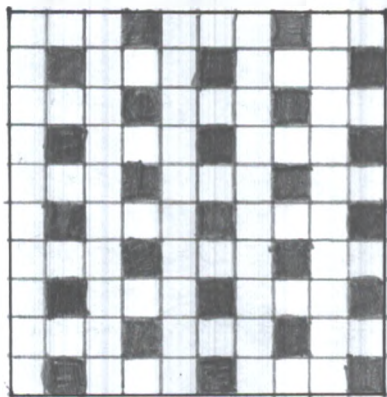


Чтобы в $\square 10 \times 10$ поместилось 25 таких $\square 2 \times 2$ нужно рассмотреть

1 соответствующую кл. в каждом $\square 2 \times 2$ нарисован.  Но также можно раскрасить иначе. Главное, чтобы раскрашенные \square находились через 1 кл. (иначе мы сможем вырезать $\square 2 \times 2 \Rightarrow$ в кажд. $\square 2 \times 2$ по 1 раскр. $\square \Rightarrow \Rightarrow$ всего их $10 \cdot 10 \cdot \frac{1}{4} = 25$ кл.

Теперь D -м 1×4 .

Снова нарисуем $\square 10 \times 10$ и закрасим его в фигуру 1×4 :  (рис. 2). Заметим, что в каждой фигуре нужно закрасить 1 кл, главное, чтобы кл находились на раст. X -3 кл. (иначе мы сможем вырезать 1×4) нарисован.  \Rightarrow всего нужно $10 \cdot 2 = 20$ кл. \Rightarrow для всех усл. нужно как минимум 25 кл. (сам. бюджет меньше одно из условий не соблюдается)
~~Пример.~~ Пример.

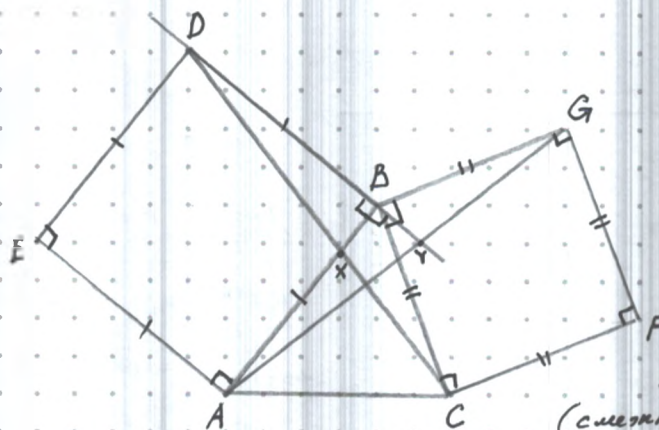


Ответ: 25 клеток.

(4) Дано:

$\triangle ABC$
 $\square ABDE$
 $\square BCFG$
 $CD \cap AB = X$
 $X \in BD \cap AG = Y$

D -м $\angle BXC = 90^\circ$



1) $ABDE$ - квадрат (по усл) $\Rightarrow AB = BD = BE = EA, \angle EAB = \angle ABD = \angle BDE = \angle DEA = 90^\circ$ (по оу \square)

2) $BCFE$ - квадрат (по усл) $\Rightarrow BC = CF = FG = GB, \angle BCF = \angle CFG = \angle FGB = \angle GBC = 90^\circ$ (по оу \square)

3) $\angle ABY = \angle DBY - \angle DBA = 130^\circ - 90^\circ = 90^\circ$
(сметн с $\angle DBA = 90^\circ$) $\Rightarrow \angle ABY = \angle DBA$

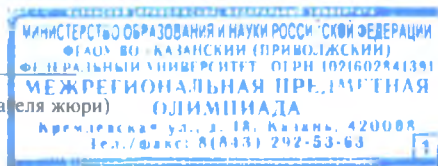
4) Пусть $\angle CBY = \alpha$

D -м $\triangle ABG$ и $\triangle DBC$

$AB = BD$ ($ABDE$ - \square по усл)

$\angle ABG = \angle ABY + \angle CBG - \angle CBY = 90^\circ + 90^\circ - \alpha = 180^\circ - \alpha$
 $\angle DBC = \angle DBA + \angle ABY - \angle CBY = 90^\circ + 90^\circ - \alpha = 180^\circ - \alpha$ $\Rightarrow \angle ABG = \angle DBC$





Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « Математике », 7 класс,

$BG = BC$ ($BCFG$ — □ по укл.) $\Rightarrow \triangle ABG = \triangle DBC$ (по I укл.) $\Rightarrow \angle BAG = \angle BDC$ (как соответствующие в равн. \triangle).

5) Рассмотрим $\triangle ABY$ и $\triangle DBX$

$AB = DB$ ($ABDE$ — □ по укл.)

$\angle ABY = \angle DBA = 90^\circ$ (по условию)

$\angle BAG = \angle BDC$ (по предыдущему) $\Rightarrow \triangle ABY = \triangle DBX$ (по II укл.) $\Rightarrow BY = BX$ (как соответствующие в равн. \triangle). ■

② a_1 — 1-ое число

a_2 — 2-ое число

...
 a_{100} — 100-ое число.

$$\frac{a_1}{1} = a_1$$

$$\frac{a_1 + a_2}{2} = a_1 + 3$$

...

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{100}}{100} = a_1 + 3 \cdot 99$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 100a_1 + 29700$$

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{99}}{99} = a_1 + 3 \cdot 98$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{99} = 99a_1 + 29106$$

$$a_{100} = 100a_1 + 29700 - (99a_1 + 29106)$$

$$a_{100} = a_1 + 594$$

$$a_{100} - a_1 = 594$$

Ответ: на 594.

⑤ a_1, a_2 - самые шири

b_1, b_2 - средние шири

c_1, c_2 - самые узкие шири

$a_1 \neq a_2; b_1 \neq b_2; c_1 \neq c_2$.

Чтобы Меринку определить где все тяжёлые шири, сначала он должен взвесить шири $a_1 + b_2 \vee b_1 + c_1$. Если они равны, то $a_1 + b_1 = b_2 + c_1 = m + n$ (2м или 2н быть не может, т.к. где этого нужно 4м или 4н соответственно, но у нас их только по 3.)

Далее он сравнивает $a_1 + b_2 \vee b_1 + c_1$, они не одинаковы, т.к. $m + m \neq n + n \Rightarrow$ какая из сторон будет тяжелее, там будут

2 тяжёлые шири, а та где, что легче, там - 2 лёгкие. Потом, он по ост. прикучу определит остальные шири и выведет тяжёлые (ост. прикуча, например: $a_1 + m \Rightarrow a_2 - n$)

Но если при том взвешивании всё равно $a_1 + b_2 = b_1 + c_1$ \Rightarrow шири на тяжёлойшей из гаш - тяжёлые, а на лёгкой - лёгкие, и где-то он также по ост. прикучу выведет тяжёлые шири.