

Казанский (Приволжский) федеральный университет  
Межрегиональная предметная олимпиада

---



ШИФР

МФ - 141

(заполняется оргкомитетом)

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**  
**участника Олимпиады**

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов,  
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

---

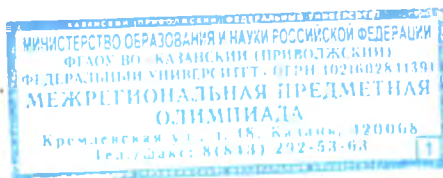
(наименование дисциплины)

**Данные участника**

ID номер участника

1095370

Дата "22" января 2025 г.



Шифр 144-141  
(заполняется оргкомитетом)

### Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	20	20											
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

100

Математика  
(профиль олимпиады)

7

(класс участия)

N 1

$$\text{Дочк} + \text{Сын}_1 + \text{Сын}_2 = \text{Полн.}$$

Пусть прошло  $x$  лет.

$$\text{тогда. } \text{Сын}_1 + x + \text{Сын}_2 + x = \text{Полн.} + x.$$

$$\text{Сын}_1 + \text{Сын}_2 + x = \text{Полн.}$$

$$\Rightarrow \text{Дочк}_1 = x.$$

$$\Rightarrow \text{Дочк} + x = 2 \text{ дочк.}$$

$\Rightarrow$  она повзрослела в 2 раза.

Ответ: дочка повзрослела в 2 раза.

№3

Чтобы нельзя было вырезать какую-то фигуру нужно чтобы хотя бы одна клетка была вырезана.

⇒ чтобы нельзя было вырезать фигуру  $1 \times 4$  нужно чтобы хотя бы каждая четвертая клетка была вырезана.



В одной строке квадрата  $10 \times 10$  - 10 клеток.

⇒ мин кол-во вырезаемых клеток равно 2.

$$10 : 4 = 2 \text{ (ост. 2)}$$

Но тогда в следующей строке нужно мин 3 вырезаемых клетки, т.к. в этих двух строках можно было составить 5 квадратов  $2 \times 2$ .



и чтоб убрать эти

квадраты нужно мин 3 клетки.



В третьей строке мы можем вырезать хотя бы 2 клетки, так же как и в первой.



IV строка так же как и вторая. мин 3 клетки.

и т.д. (строки чередуются по 2)

В квадрате  $10 \times 10$  - 10 строк.

в I строке 2 клетки, во II строке 3 клетки,  $2+3=5$ .

$$10 \text{ строк} : 2 = 5 \text{ раз.}$$

$$5 \cdot 5 = 25 \text{ клеток минимально.}$$

Ответ: 25 клеток.



Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «Математике», 7 класс,

№ 5

Первым взвешиванием мы сравниваем одну золотую, одну серебряную со второй золотой и одной бронзовой.

Обозначим их как  $Z_1$  - первая золотая;  $Z_2$  - вторая золотая;  $C_1$  - первая серебряная;  $C_2$  - вторая серебряная;  $B_1$  - первая бронзовая;  $B_2$  - вторая бронзовая.

I)  $Z_1 C_1 > Z_2 B_1$

Если первая чаша будет тяжелее то мы получим, что  $Z_1 > Z_2$  и что  $C_1 > B_1$  либо  $C_1 = B_1$  (легкое)  $\Rightarrow Z_1$  - тяжелее,  $Z_2$  - легкое,  $B_1$  - легкое.

После второго взвешивания мы сравним 2 серебряные чашы.

1)  $C_1 < C_2$

Если  $C_1 < C_2$ , то  $\Rightarrow Z_1$  - тяжелее,  $C_2$  - тяжелее,  $B_2$  - тяжелее.

2)  $C_1 > C_2$

Если  $C_1 > C_2$ , то  $\Rightarrow Z_1$  - тяжелее,  $C_1$  - тяжелее,  $B_2$  - тяжелее.

II)  $Z_1 C_1 < Z_2 B_1$

Если вторая чаша будет тяжелее первой то мы получим, что  $Z_2 > Z_1$  и что  $C_1 < B_1$  либо  $C_1 = B_1$  (легкое)  $\Rightarrow Z_2$  - тяжелее,  $C_2$  - тяжелее.

После второго взвешивания мы сравним 2 бронзовые чашы.

(продолжение на след. странице)

~~1)  $\bar{b}_1 > \bar{b}_2$~~

Если  $\bar{b}_1 > \bar{b}_2$ , то  
 $\Rightarrow z_1$ -матрица;  $b_1$ -матрица;  
 $c_2$ -матрица.

~~2)  $\bar{b}_1 < \bar{b}_2$~~

Если  $\bar{b}_2 > \bar{b}_1$ , то  
 $\Rightarrow z_1$ -матрица;  $b_2$ -матрица;  
 $c_2$ -матрица.

III)  $\underbrace{z_1 c_1} = \underbrace{z_2 b_1}$ .

Если они равны, то  
 $\Rightarrow z_1 = b_1$ ;  $c_1 = z_2$ .

После второго взвешивания мы сравним  
 две золотые цепи.

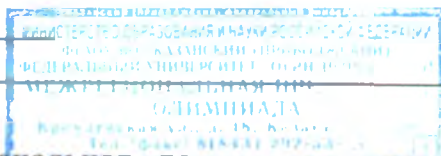
1)  $\underbrace{z_1} > \underbrace{z_2}$

Если  $z_1 > z_2$ , то  
 $\Rightarrow z_1$ -матрица;  $b_1$ -матрица;  
 $c_2$ -матрица

2)  $\underbrace{z_1} < \underbrace{z_2}$

Если  $z_2 > z_1$ , то  
 $\Rightarrow z_2$ -матрица;  $b_2$ -матрица;  
 $c_1$ -матрица





Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « Математике », 7 класс,  
вариант \_\_\_\_\_

№ 2

Пусть первое введенное натуральное число равно  $x$ , тогда его обратное меньшее равно  $\frac{x}{1} = x$ .

⇒ второе ~~не~~ введенное натур. число равно.

$$x+3 = \frac{2x+6}{2} = \frac{x+(x+6)}{2} \Rightarrow \text{второе число } x+6$$

⇒ каждое последующее число растет более быстрое чередующее равно на 6. тогда сотое число будет равно.

$$\text{Итого } x + 6 \cdot (100-1) = \text{Итого } x + 594$$

первое число  $x$ ; сотое -  $x + 594$ .

$$x + 594 - x = 594. (\text{разница})$$

Ответ: на 594



Дано:  $\triangle ABC$

$\triangle ABD$  - равноб.

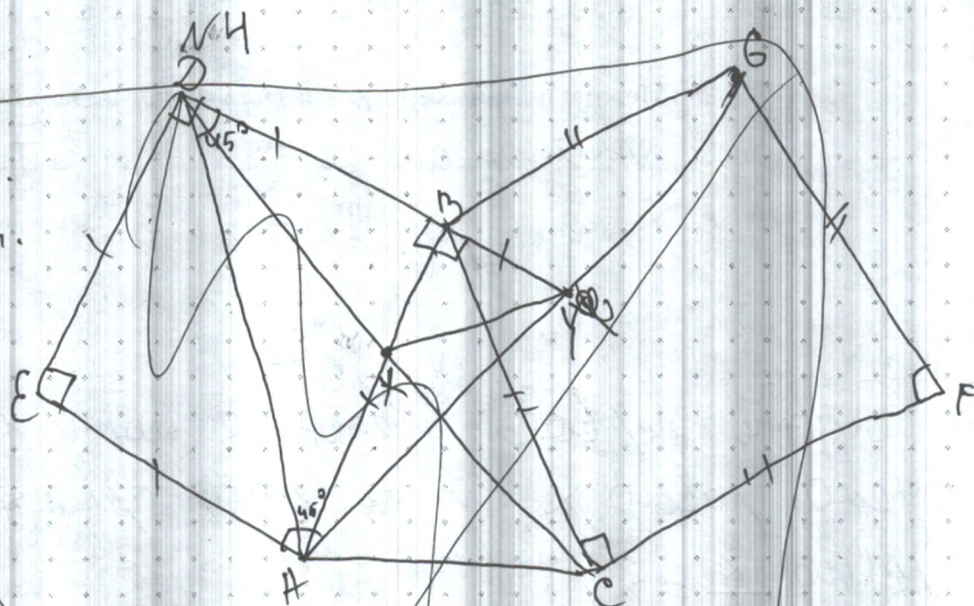
$\triangle BCG$  - равноб.

$X \in DC; AB$

$Y \in AG; DB$

Д-мо:

$BX = BY$



Д-во:

Проверим отрезок ~~BD~~  $DA$ ;  $DA$  - медиана  
равноб.  $\triangle BDC \Rightarrow \angle BDA = \angle BDC = 45^\circ$

Рассмотрим  $\triangle ADY$

~~$DB = BA$~~   $AB$  - высота этого  $\triangle$

$DB = BA \Rightarrow AB$  - высота и медиана

$\Rightarrow \triangle DYA$  - равнобедренный (по св-ву равноб.  $\triangle$ )

$\Rightarrow DB = BY$

$\Rightarrow BA = BY$

Проверим отрезок  $XY$

Рассмотрим  $\triangle XDY$

$XB$  - высота

$DB = BY \Rightarrow XB$  - высота и медиана

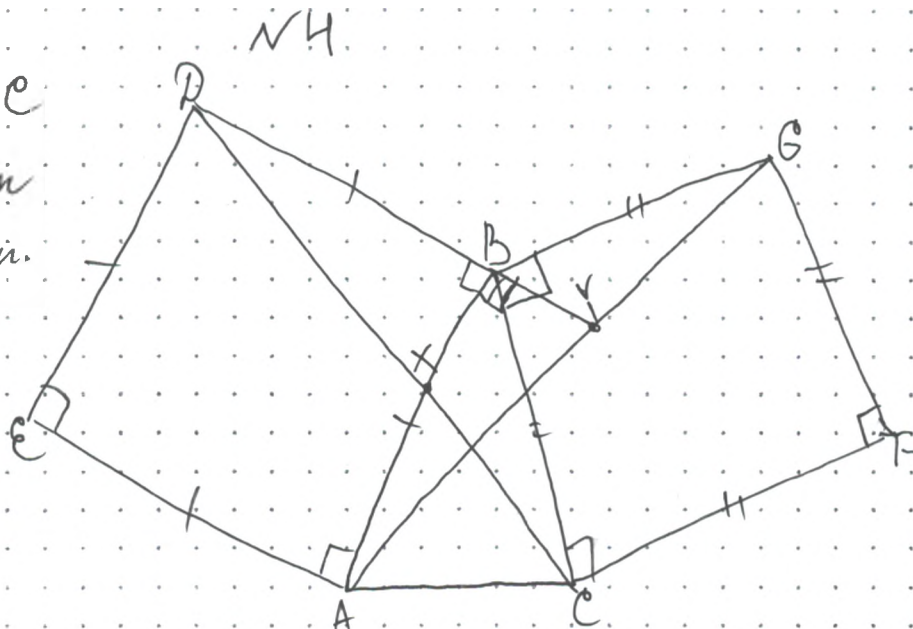
$\Rightarrow \triangle XDY$  - равнобедр.  $\Rightarrow$



Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 7 класс,

Дано:  $\triangle ABC$   
 $BAED$  - квадрат  
 $BCFG$  - квадрат  
 $X \in DC$ ;  $AB$   
 $Y \in AG$ ;  $DB$   
 $D$  - мб!  
 $BX = BY$



$D$  - мб!

Рассмотрим  $\triangle DBC$  и  $\triangle ABG$

1)  $DB = AB$

2)  $BC = BG$

$\angle DBX = \angle GBC = 90^\circ$

$\angle ABC$  - общий.

$\Rightarrow \angle DBC = \angle ABG$

$\Rightarrow \triangle DBC = \triangle ABG$  ✓

$\angle DBX = \angle ABY$

$\Rightarrow$  при наложении  $\triangle DBC$  и  $\triangle ABG$

$BX$  наложится на  $BY$ . (т.к.  $\angle DBX = \angle ABY$ )

$\Rightarrow BX = BY$