

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональная предметная олимпиада



ШИФР

М7 - 112

(заполняется оргкомитетом)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов,
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

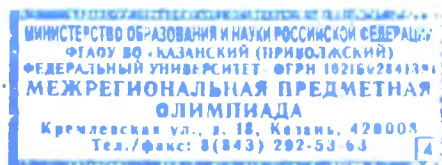
(наименование дисциплины)

Данные участника

ID номер участника

1099844

Дата "22" января 2025 г.



Шифр 147-112
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	20	10											30
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика
(профиль олимпиады)

7
(класс участия)

№1

Пусть Папине x лет, дочке a лет, первому сыну b лет и второму c лет.

Тогда $a+b+c=x$. Пусть суммарный возраст сыновей Папины будет равен её возрасту через n лет, тогда $(b+n)+(c+n)=x+n$

$b+c+n=x$, но также $x=b+c+a$, т.е. $b+c+n=b+c+a$, т.е. $a=n$.

Пусть через n лет дочке будет $n+a=a+a=2a$, т.е. она повзрослеет в $\frac{2a}{a}=2$ (если ей не 0 лет, т.е. $a \neq 0$)

Ответ: в 2 раза.

№2 Рассмотрим k -тый год (т.е. среднее арифмет., сумму всех чисел после введения Васей k -того числа):
либо, после \rightarrow

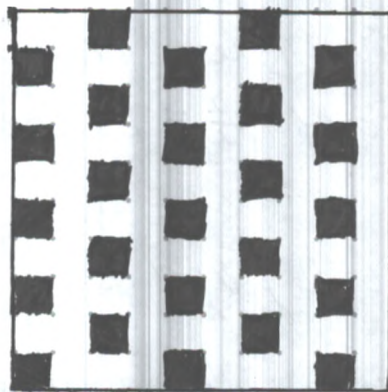
среднее арифмет. числ будет больше первого ср. ариф.
на $3 \cdot (k-1)$. Пусть первое введенное число это x , тогда
первое ср. ариф. это $\frac{x}{1} = x$. Пусть на k -том ходу
среднее ариф. это $x + 3 \cdot (k-1)$, и так как на k -том ходу
введено k чисел, сумма чисел это $(x + 3 \cdot (k-1)) \cdot k = kx + 3 \cdot (k-1) \cdot k$.

Чтобы найти какое введенное число можно вычесть
сумму чисел после 100-го шага и 99-ого, т.е. сумму чисел при
 $k=100$ минус сумма чисел при $k=99$, это равно
 $(100x + 3 \cdot (100-1) \cdot 100) - (99x + 3 \cdot (99-1) \cdot 99) = (100-99)x + 3 \cdot 99 \cdot 100 - 3 \cdot 99 \cdot 98 =$
 $= x + 3 \cdot 99 \cdot (100-98) = x + 297 \cdot 2 = x + 594$, т.е. последнее, 100-ое
введенное число будет больше первого на $(x + 594) - x = 594$.

Ответ: 594 (на 594).

№3. Заметим, что в каждом квадрате 2×2 должна быть
вырезана хотя бы 1 клетка, иначе такой квадрат
~~невозможно~~ можно будет вырезать. Всего квадратов 2×2 ,
не имеющих общих клеток, в квадрате 10×10 $25 \cdot (\frac{10^2}{2^2} = 25)$.
Поэтому потребуется вырезать не менее 25 клеток.

Пример, как такое можно сделать:

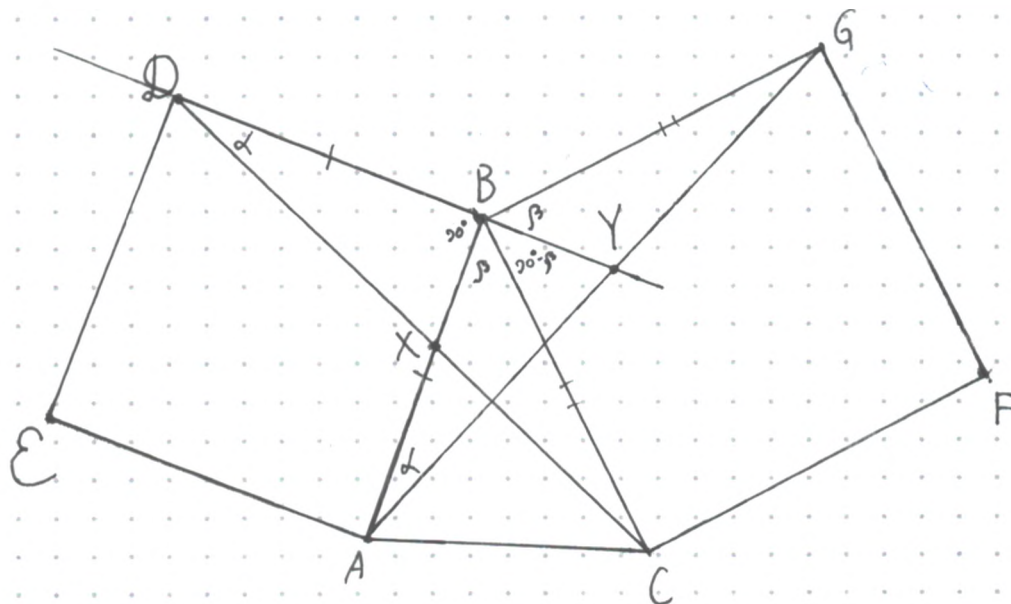


Ответ: 25

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по «Математике», 7 класс,

✓4



Пусть $\angle BDC = \alpha$, $\angle GBY = \beta$. Тогда $\angle YBC$ по основному св-ву внешнего угла равен $90^\circ - \beta$, т.е. $\angle CBY = 90^\circ$ по опр. квадрата. Угол $\angle BYC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ по св-ву смежных углов ($\angle BDC = 90^\circ$ по опр. кв-та), т.е. угол $\angle BDC = 90^\circ + \beta$ по осн. св-ву внеш. угла, также (по той же св-ву) $\angle BYG = 90^\circ + \beta$. Значит треугольники DBC и BYG равны по двум сторонам и углу между ними ($DB = BY$ по опр. кв., $\angle BDC = \angle BYG$, $BC = BG$ по опр. кв-та), \Rightarrow углы $\angle BDC$ и $\angle BYG$ равны как соотв. по α . Значит треугольники DBX и BYC равны по стороне и прилежащим к ней углам ($\angle BDX = \angle BYC (= \alpha)$, $DB = BY$, $\angle BDX = \angle BYC$), а значит $BX = BY$ как соотв., т.е.

Значит "

№5

Первым взвешиванием на 1 чашу поместим одну золотую и одну серебряную монету, на 2 чашу - одну серебряную (другую) и одну бронзовую монету.

1 ш.: весы в равновесии. В таком случае взвесим 2 серебряные монеты (по 1 на чашу). Если тяжёлая монета

(серебряная) летала на чаше с золотой, то золотая - лёгкая (та, которую взвешивали), бронзовая (которую взвешивали) тяжёлая, и золотая монета, которую не

взвешивали - тяжёлая (если весы в равновесии после 1 взвешивания, то на чашах летат по 1 тяжёлой и по 1 лёгкой монете, иначе будет 4 монеты одного веса, то

их 3), т.е. Если же перевесила та монета, что летала с бронзовой, к тяжёлым отнесём золотую, которую взвешивали и бронзовую, которую не взвешивали (и тяжёло серебряную).

2 ш.: весы не в равновесии. Тогда ~~по более лёгкой чаше~~ ~~взвесим~~ ~~возьмём~~ ~~на~~ ~~серебряную монету~~ ~~и~~ ~~взвесим~~ ~~ее~~ ~~с~~ ~~монетой~~ ~~такого~~ ~~же~~ ~~вида~~, ~~что~~ ~~и~~ ~~она~~. Если эта монета (которую взвешивали 1 раз) ~~тяжелее~~ ~~монеты~~ ~~своего~~ ~~вида~~, то к тяжёлым отнесём её и две монеты с более тяжёлой чашей первого взвешивания. Если эта монета ~~легче~~ ~~монеты~~ ~~своего~~ ~~вида~~, взвесим друг с другом 2 монеты, ~~которые не взвешивали 1 раз~~. Если весы покажут

не серебряную монету из более тяжёлой чашки и монету, которую не взвешивали 1 раз ~~такого же вида, что и не~~ серебряная из более лёгкой чашки. (см. лист 3)

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 7 класс,

вариант _____

Они не будут в равновесии, т.к. 2 звена одного вида не равны

...из более лёгкой чашки. Если ваши в равновесии после 2 взвешивания, то не серебряные монеты из разных чаш 1 взвешивания имеют разный вес, но также и серебряные монеты имеют разный вес. Поэтому если не серебряная монета из более тяжёлой чашки 1 взвешивания, лёгкая, эта чашка не может быть тяжелее другой (в этой чашке не более одной тяжёлой, а в другой не менее одной тяжёлой). Значит к тяжёлым монетам нужно отнести не серебряную монету из более тяжёлой чашки 1 взвешивания, серебряную из этой же чашки, и монету того же вида, что не серебряная из более лёгкой чашки 1 взвешивания, которую не взвешивали. Если весы показывают, что не серебряная монета из более тяжёлой чашки 1 взвешивания тяжелее монеты того же вида, что ~~не~~ не серебряная монета ~~того же вида~~, то из более лёгкой чашки 1 взвешивания или легче её, то не серебряные монеты разных чаш 1 взвешивания весят одинаково, а значит к тяжёлым нужно отнести не серебряную монету из более лёгкой чашки 1 взвешивания, а монеты из более тяжёлой чашки 1 взвешивания. В ином случае, если 2 взвешивания показывают, что не серебряная монета ~~из более тяжёлой чашки~~ ~~тяжелее~~, в ином случае (если легче) к тяжёлым нужно

отнести серебряную из более тяжелой чашки и вазы и
мечети, которые не увеличивались первым увеличением.

если
было
другой
виз
не серебряной
чашки?