

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональная предметная олимпиада



ШИФР

М7-135

(заполняется оргкомитетом)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 7 классов,
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

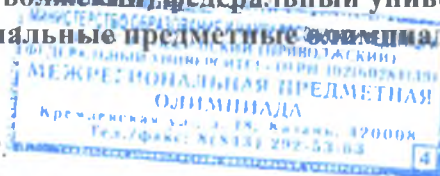
математика

(наименование дисциплины)

Данные участника

ID номер участника

1190243



Дата "22" января 20 15 г.

Шифр М7-135
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	20	20											<u>100</u>
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

математика
(профиль олимпиады)

7

(класс участия)

№ 1.

Обозначим возраст дочки за x , возраст одного сына за y , а другого за z . Возраст Тонины обозначим за n . В задаче сказано, что сумма возрастов всех детей равна возрасту Тонины т. е.:

$$x + y + z = n$$

Также сказано, что через несколько лет, обозначим их за a , возраст Тонины будет равен сумме возрастов сыновей т. е.:

$(y + a) + (z + a) = n + a$, к каждому возрасту прибавим a , ~~то~~ сколько лет прошло.

Преобразуем выражение:

$$y + z + 2a = n + a$$

$$y+z+a = n+a-a$$

$$y+z+a = n$$

Из чего можно вывести:

$$y+z+a = y+z+x = n$$

$$a = x$$

Получается, ~~через~~ то сколько лет прошло рав-
но возрасту дочери ~~а лет назад~~ а лет
назад. Через а лет x возраст дочери:

$$x+a = a+a = 2a$$

Тогда дочери а лет назад было а лет,
то через а лет её возраст увеличит-
ся в:

$$2a : a = 2 \text{ раза}$$

Ответ: дочь повзрослеет в 2 раза.

~~н 2.~~

н 3.

Заметим, что всего клеток в квадрате 10×10 :

$$10 \cdot 10 = 100$$

А клеток в квадрате 2×2 :

$$2 \cdot 2 = 4$$

Значит мы можем покрыть весь квад-
рат 10×10 квадратами 2×2 , получится:

$$100 : 4 = 25 \text{ квадратов } 2 \times 2.$$

Заметим, что в каждом из этих 25
квадратов нужно вырезать хотя бы

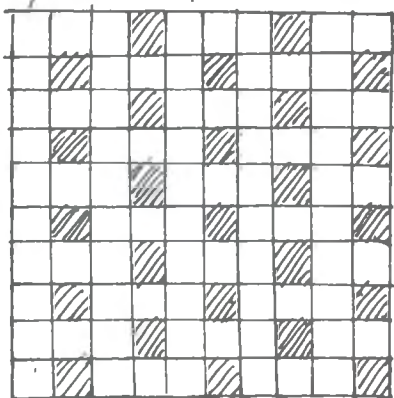
Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 7 класс,

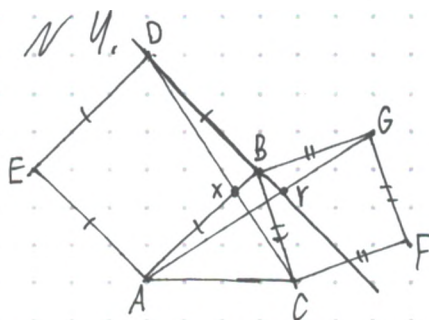
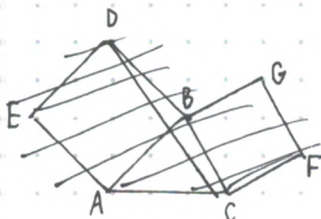
1 клетку, чтобы его нельзя было вырезать, соответственно Барону придётся вырезать минимум $25 \cdot 1 = 25$ клеток.

Заметим, что в каждой горизонтальной полосе 10×1 помещается 2 целых полосы 4×1 , следовательно в каждой из них нужно вырезать хотя бы одну клетку.

Пример на 25 вырезанных клеток:



■ - вырезанная клетка.



Рассмотрим ~~углы~~ $\angle ABG$ и $\angle CBD$.

$$\angle ABG = \angle ABC + \angle CBG \quad \angle CBG = 90^\circ \text{ (т.к. угл. квадр.)}$$

плате.)

$\angle CBD = \angle ABC + \angle ABD$ $\angle ABD = 90^\circ$ (т.к. угол квадрата).

$$\angle ABD = \angle CBG = 90^\circ$$

✓ $\angle ABC$ - острый $\Rightarrow \angle ABG = \angle CBD$

Рассмотрим $\triangle ABG$ и $\triangle CBD$

$\triangle ABG = \triangle CBD$ по 1 признаку т.к.

✓ $BG = BC$ (т.к. стороны одного квадрата).

✓ $AB = DB$ (т.к. стороны одного квадрата).

✓ $\angle ABG = \angle CBD$ (по 1 признаку).

Тогда \angle

✓ Тогда $\angle AGB = \angle BCD$ (как соответственные) и

✓ $\angle BAG = \angle BDC$ (как соответственные). ✓

Зна

~~Рассмотрим $\triangle ABY$ и $\triangle DBX$.~~

~~$\triangle ABY = \triangle DBX$ по второму признаку т.к.~~

~~$AB = DB$ (т.к. стороны одного квадрата)~~

$\angle ABY$ и $\angle ABD$ - смежные.

$\angle ABD = 90^\circ$ (т.к. угол квадрата)

$$\angle ABY + \angle ABD = 180^\circ = \angle ABY + 90^\circ$$

$$\angle ABY = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ = \angle ABD$$

Рассмотрим $\triangle ABY$ и $\triangle DBX$

$\triangle ABY = \triangle DBX$ по второму признаку т.к.

✓ $AB = DB$ (т.к. стороны одного квадрата).

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 7 класс,

вариант _____

- ✓ $\angle ABY = \angle XBD = 90^\circ$
 ✓ $\angle BAY = \angle BDH$ (как соответственные).
 Следовательно $BX = BY$ как соответственные.
 Ч. Ч. М. Д.

15.
 Первыми взвешиваешь нужно взять две гири из разного материала (например золото и бронза). Если одна гири перевесит другую, то она тяжелая, а другая легкая, так а значит вторая гири из того же материала тяжелая. После нужно взять третий материал (свинец) и взвесить с одной из тяжелых (которые уже найдены). Если она будет в равновесии, то тяжелая, а если нет легкая.

Если же после первого взвешивания гири в равновесии, то вторыми взвешиваешь мы оставляем те же гири, но подкладываем на одну чашу вторую

~~Или того же материала, а на другую
сторону оставшегося материала.~~

~~Если перевесила чаша с чашей с ширин
одного материала, то первые взвешива-
ние чаша лёгкие и взвешивания второго
разом чаша третьего материала
то же, а остальные тяжёлые.~~

~~Если чаша в равновесии~~

~~Если чаша в равновесии, то~~

Первыми взвешиванием мы берём две
чаша одного материала и две чаша раз-
ные. Если они в равновесии, то берём
по одной чаше чаше с каждой чашей
и взвешиваем если перевешивает чаша
с чашей одного материала, то она тяжёлая,
другая чаша со второго взвешивания
лёгкая (значит чаша того же матери-
ала тяжёлая); А третья чаша с первого
взвешивания (третьего материала) тя-
жёлая.

Если перевесили чаша одного матери-
ала, то на другой чаше лёгкие чаша и
чаша того же материала тяжёлые, а
вторым взвешиванием мы определя-
ем тяжёлую из двух перевесивших
при первом взвешивании.

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 7 класс,

вариант _____

Если перевесили три разных математика, то они тяжёлые, и следовательно взвешивавшем мы определили тяжёлого из двух одинаковых.

реш.
Возьмём первое среднее арифметическое: $\frac{n_1}{1} = c$, где n_1 - первое число, а c - первое среднее арифметическое. Заметим, что $c = n_1$.

С каждым новым числом среднее арифметическое увеличивается на 3: $c; c+3; c+3+3; \dots; c+3 \cdot z$. Заметим, что

с каждым разом делитель следующего среднего арифметического увеличивается:

$$\frac{n_1}{1}; \frac{n_1+n_2}{2}; \frac{n_1+n_2+n_3}{3}; \dots; \frac{n_1+n_2+\dots+n_k}{k};$$

и увеличивается на один. Поскольку каждое новое число больше n_1 , следовательно, чтобы получить сред. арифм. вида $c+3 \cdot z$ нам нужно в сумму вписать чисел иметь $n_1 \cdot k$, где k делитель.

~~Итого получаем~~

Заметим, что для получения каждого раз $3 \cdot z$ в сумме вписанных чисел должно быть $3 \cdot z \cdot k$, где k делитель. Из этого можно вывести последовательность:

$$C = \frac{n_1}{1}$$

$$\dots C + 3 = \frac{n_1 \cdot 2 + 3 \cdot 2}{2} = 2n_1 + 6$$

$$C + 6 = \frac{n_1 \cdot 3 + 3 \cdot 3}{3} = 3n_1 + 9$$

$$C + 3 \cdot 2 = \frac{n_1 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \cdot 3}{3} = \frac{3n_1 + 18}{3}$$

$$\dots$$
$$\frac{C + 3 \cdot k}{C + 3 \cdot z} = \frac{n_1 \cdot k + 3 \cdot z \cdot k}{k}$$

Заметим, что с каждым разом в сумму вписанных чисел прибавляется n_1 и $6 \cdot z$.

Тогда нужно узнать на сколько сотое число больше первого или нужно узнать z , для сотого числа.

Если пронумеровать каждое новое сред. арифм. мы заметим, что k равно этому номеру и z на 1 меньше. Следовательно сотое число это $n_1 + 6 \cdot (100 - 1) =$

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 7 класс,

вариант _____

$$= n_1 + 6,99 = n_1 + 594$$

Следовательно второе число больше первого
на:

$$n_1 + 594 - n_1 = 594.$$

Ответ: 594.