

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональная предметная олимпиада

ШИФР

148-49

(заполняется оргкомитетом)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

ПО

математике

(наименование дисциплины)

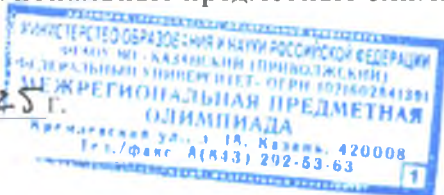
Данные участника

ID номер участника

1182718

Дата "22" января

20 25 г.



Шифр

М8-48

(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	10	15											85
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

математика

(профиль олимпиады)

51.

8

(класс участия)

И число = $10a + c$, где $a \in \mathbb{N}$, $c \in \mathbb{N}$, $0 \leq a \leq 9$, $0 \leq c \leq 9$.

И число = $10b + d$, где $b \in \mathbb{N}$, $d \in \mathbb{N}$, $0 \leq b \leq 9$, $0 \leq d \leq 9$.

$$\left(\frac{10a+c}{10b+d} \cdot 1000 \right) \in \mathbb{N}. \text{ Найти: } \min x.$$

Наименьшее отношение чисел можно получить, взяв числа с наиб. разностью, т.е. отношение ^{число частей} ~~составит~~ одно число составляет от другого.
наим. двузнач. - 10, наиб. двузнач. - 99.

$\frac{10}{99}$ - min отношение двузначных.

$\frac{10}{99} \approx 0,111\dots$, при умнож. получим: $0,111\dots \cdot 1000 = 111,11\dots$ это

Но $x \in \mathbb{N}$, а $111,11\dots \notin \mathbb{N}$ т.е. имеет дробную часть. ^{мин x,}

получается, нужно найти такое число $(10b+d)$, которое является макс двузнач., $\neq 10$. $\Rightarrow 10b+d = 90$

Проверим:

$$\frac{10}{90}$$

двузнач.

получается, нужно найти макс число вида $10b+d$, при делении $\neq 10$

на которое получается число, с 3 знаками после запятой.

нужно брать числа дел. на 10, т.е. тогда делить нужно будет

1 на число десятков в числе.

Лист №1

и тогда: найти $\max b \in \mathbb{N}, b \leq 9, \frac{1}{b}$ ~~не более~~ и более 3-х ^{после запятой}
 найдем с макс цифрой - 9, а мы уже проверили, в итоге не
 проверим $\frac{1}{9} = 0,125$ ^{должны, что меньше 9 а не 10}
 Проверим: $0,125 \cdot 1000 = 125 \in \mathbb{N}$ $\frac{1}{7} = 0,14282...$

Ответ: 125

~~0,001~~ ^{должно быть} три знаков.

часы минуты

кол-во часов = $10a + b$, где $a \leq 2, a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$
 $b \leq 9$ при $a = 1, b \leq 3$ при $a = 2$.
 кол-во минут = $10c + d$, где $c \leq 5, d \leq 9, c \in \mathbb{N}, d \in \mathbb{N}$.

пусть y - часы минут, прошедших с 00:00

тогда x - сумма цифр на циферблате.

$$y = \underbrace{(10a + b)}_{\text{часы}} \cdot 60 + \underbrace{10c + d}_{\text{минуты}} \quad \text{нужно найти } x \text{ и } y \text{ при } y = 24x$$

$$x = a + b + c + d$$

$$(10a + b) \cdot 60 + 10c + d = 24(a + b + c + d)$$

$$600a + 60b + 10c + d = 24a + 24b + 24c + 24d$$

$$576a + 36b - 14c - 23d = 0$$

Ответ: (00:00)
(05:36)

1 случай: $a = b = c = d = 0$ тогда на часах: (00:00)

$$576 \cdot 0 + 36 \cdot 0 - 14 \cdot 0 - 23 \cdot 0 = 0$$

$$576a + 36b - 14c - 23d = 0$$

$$\text{MAX } 1152 \quad \text{MAX } 324 \quad \text{MAX } 70 \quad \text{MAX } 92$$

представим:

$$0 + 5 \cdot 36 - 14 \cdot 3 - 23 \cdot 6 = 0 \quad 05:36$$

$$180 - 42 - 138 = 0 \quad a = 0, b = 5, c = 3, d = 6$$

53

число - раст., если в $1000a + 100b + 10c + d, a < b < c < d$

наиб. такое число - 123456789

в числах от 1 до 9: 5 нечетных и 4 четных числа.

растущие числа можно образовать, удалив из 123456789.

цифры, и меньше цифр. 1 не может оказаться на конце
 числа, т.к. меньше 1 нат. чисел нет. 2 может быть на конце 1 числа (12),
 т.к. меньше 2 только число 1.
 см. спец стр.

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « Математике », 8 класс,

53 (упрощение)

1-0, 2- может быть на конце 1 числа, 3- на конце 3-х (13, 23, 123)
 4- на конце 6, 5- на конце 101, 6- на конце 16, 7- на конце 22.
 8- на конце 30, 9- на конце 37. \Rightarrow кол-во чисел $= 3 + 11 + 22 + 37 = 73$
 \Rightarrow кол-во чисел $= 1 + 6 + 16 + 30 + 37 = 53 \Rightarrow 4 > 2$

14, 24, 34, 124, 134, 1234
 17, 25, 35, 45, 12345, 1(2,3,4)5, 2(3,4)5, 345
 16, 26, 36, 46, 56, 123456, 1(2,3,4,5)6, 2(3,4,5)6, 3(4,5)6, 456
 14, 27, 37, 47, 57, 67, 1234567, 1(2,3,4,5,6)7, 2(3,4,5,6)7, 3(4,5,6)7, 4(5,6)7, 567
 13, 28, 38, 48, 58, 68, 78, 12345678, 1(2,3,4,5,6,7)8, 2(3,4,5,6,7)8, 3(4,5,6,7)8, 4(5,6,7)8,
 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 123456789, 1(2,3,4,5,6,7,8)9, 2(3,4,5,6,7,8)9, 3(4,5,6,7,8)9, 4(5,6,7,8)9, 5(6,7,8)9, 6(7,8)9, 789.

Ответ: четность.

55

 ~~d_1 и d_2 - ген. 2024.~~ ~~d_1 и d_2 - не в.с. упрост $\Rightarrow d_1$ и d_2 - не взаим.~~

кол-во ген. 2024:

2024	2
1012	2
506	2
253	2+1
23	23
1	1
6	

 ~~$2^3 \cdot 11 \cdot 23 \quad 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ ген.~~~~упрощение из них: 2, 11, 23.~~ ~~$16 - 3 = 13$ ген.~~ ~~$16 - 2 = 14$ ген.~~~~2024, 1, 2~~~~63 упрощение:~~ ~~$13 - 3 = 10$ чисел.~~~~• 1 и все, 2 и 253, 2 и 69~~~~• 253 и все, кроме 23 и 11, 69, 46, 184, 506~~~~• 69 и все, кроме 23 и 46~~ ~~$45 + 2 + 3 = 50$ упр.~~~~1012 \rightarrow 506,~~~~Отв: 56~~

из 10 чисел можно соот.

на раз:

Исст. 9

Исст. 9-1

Исст. 9-1

Исст. 9-1

Исст. 9-1

 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 +$ $8 + 9 = 45$ упр

еще с 2: будет 11 чисел.

 $10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 55$ упр ~~$55 + 3 = 58$~~ $55 - 2 = 53$ (2 и 253, 2 и 69) $53 + 13 = 66$

54.

A C B C A B
B B A A C C
C A C B B A

A A B B C C

B C A C B A
C B C A A B

~~A A B B C C
B C A C B A
C B C A A B~~

ответ: 12.

нет оснований!

55.

d_1, u, d_2 - ген 2024. d_1, u, d_2 - не вз. упрот.
кон - 60 генетический 2024:

2024 | 2
1012 | 2
506 | 2
253 | 11
23 | 23
1 | 1
0

$2^3 = 11 \cdot 23$

$4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ ген. - всего.

вз. упрот:

253 и ~~11, 10, 9, 8~~
184 и ~~7, 11~~

23 и все ост, кроме 253, 46, 69, 134
11 и все ост, кроме 253, 72, 44, 88

$11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 =$

= 56 упр.

$56 + 7 + 8 = 81$.

т.к. у

11 7 чисел,
с которыми
есть отл. ген

ответ: 81

т.к. у 23 8 чисел

с которыми отл. ген.

из 12 чисел можно сост.:

I с остальными 11

II с ост. 10 т.к. с I уже есть
и т.д.

без 11, 23

см. след. лист



Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « МАТЕМАТИКЕ », 8 класс,

вариант _____

25.

	2	4	8	11	22	44	46	88	92	184	253	506	1012	2024
2	•	+	+	-	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+
4	•	+	+	-	-	+	+	+	+	+	-	+	+	+
8	•	•	+	-	-	+	+	+	+	+	-	+	+	+
11	•	•	•	•	•	+	+	+	+	+	-	+	+	+
22	•	•	•	•	•	•	+	+	+	+	+	+	+	+
44	•	•	•	•	•	•	•	+	+	+	+	+	+	+
46	•	•	•	•	•	•	•	•	+	+	+	+	+	+
88	•	•	•	•	•	•	•	•	•	+	+	+	+	+
92	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	+	+	+	+
184	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	+	+	+
253	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	+	+
506	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	+
1012	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
2024	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

Таблица вз. прост. чисел. "-" - вз. прост.

Проверка ответа

Проверка:

$$11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 7 + 8 = 81 \text{ еще 8. если!}$$

Ответ: 81.