

Казанский (Приволжский) федеральный университет  
Межрегиональная предметная олимпиада

---



ШИФР	М8-9
------	------

(заполняется оргкомитетом)

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**  
**участника Олимпиады**

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 8 классов,  
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

---

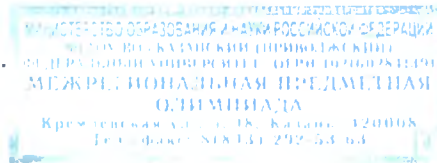
(наименование дисциплины)

**Данные участника**

ID номер участника

938573

Дата "22" января 2025 г.



Шифр 148-9  
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	20	15											95
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика

(профиль олимпиады)

8

(класс участия)

Задача № 2

пусть обозначим все часы в часе, то есть

часы  $ab:cd$

тогда время в минутах  $= ab \cdot 60 + cd$ , то равнознач.

$600a + 60b + 10c + d$ , и это должно быть равно  $24(ab + cd)$

$$600a + 60b + 10c + d = 24a + 24b + 24c + 24d$$

видим, что есть  $600a$ , попытаемся понять какой разряд

может быть  $a$ , если  $b, c, d$  - меньшие числа, то

$$\text{максимум} = 24 \cdot 9 + 24 \cdot 5 + 24 \cdot 9 = 456 \text{ - число десятков}$$

$$(c \text{ не превышает } 5) = 552, \text{ то есть}$$

$$\text{если } a \neq 0, \text{ то } 600a > 24b + 24c + 24d \Rightarrow \text{нельзя}$$

добавляем  $24a$  должно быть  $> 60b + 10c + d$ , это

$$\text{не возможно} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow$$

$$60b + 10c + d = 24b + 24c + 24d$$

$$36b = 14c + 23d$$

Заметим, что  $23d$  - можно быть четным и четным,  
и  $36b$  и  $14c$  - только чет  $\Rightarrow 23d$  - чет  $\Rightarrow d$  - чет  
Пусть  $b=1$ , тогда  
 $36 = 14c + 23d$  теперь будем подставлять четные значения  
по  $d$  и смотреть будет ли правильно получ. число на  
 $14$ , так же если получившееся число  $\rightarrow$  если больше чет  
 $14 \cdot 5 = 70$ , то мы сразу понимаем, что ~~это не~~ это значение  
не подходит.

$$36 = 14c + 23d \text{ - чет} \Rightarrow b \neq 1$$

Пусть  $b=2$ , тогда

$$72 = 14c \text{ - чет}$$

$$72 - 46 = 14c \quad 26 = 14c \text{ - чет}$$

Пусть  $b=3$ , тогда

$$108 = 14c \text{ - чет}$$

$$108 - 46 = 14c \quad 62 = 14c \text{ - чет}$$

$$108 - 92 = 14c \quad 16 = 14c \text{ - чет}$$

Пусть  $b=4$ , тогда

$$144 = 14c \text{ - чет}$$

$$144 - 46 = 14c \quad 98 = 14c \text{ - чет}$$

$$144 - 92 = 14c \quad 52 = 14c \text{ - чет}$$

$$144 - 138 = 14c \quad 6 = 14c \text{ - чет}$$

Пусть  $b=5$ , тогда

$$180 = 14c \text{ - чет}$$

$$180 - 46 = 14c \quad 134 = 14c \text{ - чет}$$

$$180 - 92 = 14c \quad 88 = 14c \text{ - чет}$$

$$180 - 138 = 14c \quad 42 = 14c \quad c = 3\text{-го}$$

$$\} \Rightarrow b \neq 2$$

$$\} \Rightarrow b \neq 3$$

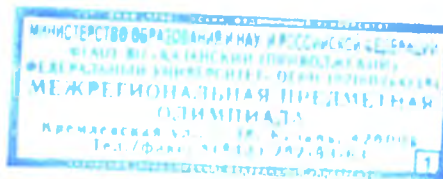
$$\} \Rightarrow b \neq 4$$

$$\} \Rightarrow b = 5$$

Пример:

$$\boxed{05 : 36}$$





Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 2 класс,

из  $\sqrt{2}^{\circ}$  пред.  
из  $b=5$ , покажем что  $d=4$  ( $23 \cdot 4 = 92$ ) уже  
не подходит т.к. числа увеличатся, а  
 $366 (b \geq 5) - 92 > 40$ , то будем рассматривать  
только  $d=6$ ,  $d=8$ , а также  $d=4$ , чтобы показать  
что все  $d < 4$  тоже не подходит

Пусть  $b=6$ , тогда

$$\left. \begin{array}{l} 216 - 92 = 124 \\ 216 - 132 = 84 \\ 216 - 184 = 32 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 124 = 14c - \text{нет} \\ 84 = 14c - \text{нет} \\ 32 = 14c - \text{нет} \end{array} \Rightarrow b \neq 6, \text{ а также } d=6 \text{ тоже будет}$$

при вычитании  $d=6$  при  $b \geq 6$  мы будем в  
получ. число  $> 40 \Rightarrow d=4$  не рассматриваем,  $d=6$   
рассматривает чтобы показать что все меньшие  
 $d$  - не подходят

Пусть  $b=7$ , тогда

$$\left. \begin{array}{l} 252 - 132 = 120 \\ 252 - 184 = 68 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 120 = 14c - \text{нет} \\ 68 = 14c - \text{нет} \end{array} \Rightarrow b \neq 7, \text{ так же}$$

при  $d=3$  (наибольшие возможные) и  $b \geq 7$  при вычит  
из  $366 (b \geq 7)$ ,  $23d (d=3)$  мы получаем числа

$> 40 \Rightarrow$  большие числа не рассматриваем  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  Если единственной разности может быть

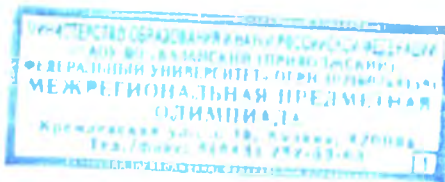
и ответ:  $05:36$

3agor 1/3

В поставили какого-либо петлю на растущую саку в паре  
абсолютно абсолютно такое же за число,  
только по следующей цифре уже увеличим на 1,  
теперь число стало четным, так теперь получаем,  
что какого-либо петлю найдем такое пара  
т.е. наибольшее возможное число - 9 - нечет. →  
→ и такой четной цифре всегда можно прибавить  
1 и цифра просто станет нечетной так же  
из-за того что мы прибавим к числу котор.  
ое должно быть больше предыдущего, поэтому  
решит не будет. То есть теперь не к  
нечетным числам в паре стоят числа которые  
отличаются от числа тем в паре тем, что на  
последней цифре на 1 меньше, но это такие  
нечетные числа которые будут отличаться на  
2 последовательных числах всякого рода будет  
повышаться при выборе → но все чет.  
числам можно поставить нечетную пару, но  
не во всем нечет. можно поставить чет.  
пару ⇒ нечет, чет

Орбет: крест на 2 до 16 ми





Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 6 класс,

Задача № 5

$2024 = 2^3 \cdot 11 \cdot 23 \Rightarrow$  делителями у числа 2024

$(3+1)(1+1)(1+1) = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$  это делителей

1		
2	22	46
4	44	92
8	88	184
11	253	806
23		1012
		2024

Если бы угадано мог быть  
любые числа, то всего бы был  
вариантов  $\frac{16 \cdot 17}{2} = 8 \cdot 17 = 136$ ,  
*ошибка!*

~~но так же знаем также, что~~

Теперь посчитаем сколько вариантов не подходит  
это 2, 4, 8 с 11, 23, 253, то есть всего  
 $8 + 8 = 16$  вар, так же 11 с 22, 44, 88, 184, 92, 184;  
а 23 с 22, 44, 88 то есть еще тоже 12 вар  
вар, еще 11 с 23 еще + 2 то есть всего  
 $16 + 12 + 2 = 30 \Rightarrow$  Ответ:  $136 - 32 = 104$

Ответ: 104

№4

Если по условию 3 точки не на одной прямой  $\Rightarrow$  из них можно составить треугольник, все прямые до него будут на одной прямой. Эти три прямые могут быть параллельными медианами треугольника, то есть на 1 ст. треугольника и вер. т.к. 4 прямые может быть по две стороны от медианы то есть:

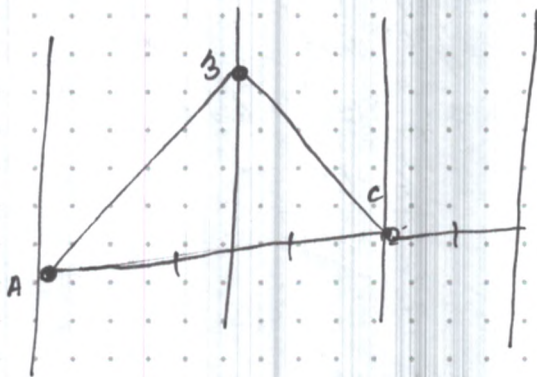


рис 1

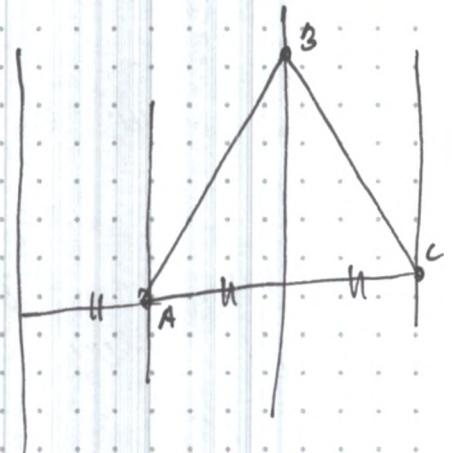
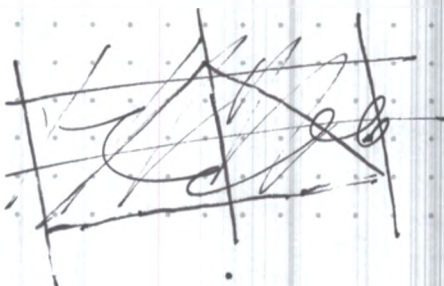
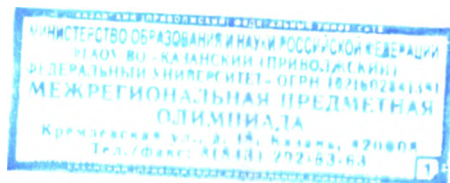


рис 2

всего 3 стороны  $\Rightarrow$  вариантов того то построения  $3 \cdot 2 = 6$ , но так как 4 прямые может быть внутри треугольника, тогда сторону надо делить на 3 части и здесь так же 2 вер. на сторону т.к. и прям. может быть слева и справа от той которая проходит через вершину противолежащую к выбранной стороне. ~~Вот прямая.~~





Межрегиональная предметная олимпиада КФУ  
по « Математике », 8 класс,

№4 проз.

Вот пример построения указанного ранее:

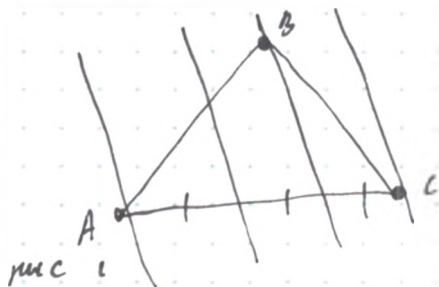
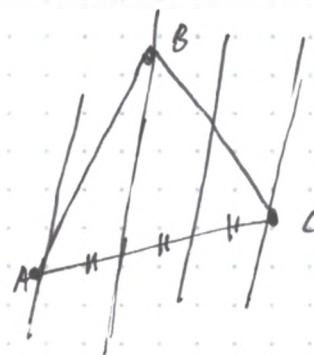


рис 2



В данном построении тоже 6 вер. т.е. 3ст.  
по 2 вер.

Мы посчитали вершину погда и т.е. скрутил и  
внутри треугольника, по себе все  $\Rightarrow$  у нас  
 $6+6 = 12$  вер.

Ответ: 12 различных результатов



Задача №1

чтобы получить мин. число надо наименьшее подмножество  
на  $\mathbb{N}$  наибольшее то есть  $\frac{12}{89} = \frac{1}{89}$  при умнож  
у меня есть при дел на 125, то есть  
 $\frac{10}{80} = \frac{1}{8}$   $\frac{1}{8} \cdot 1000 = 125$  или же  $\frac{12}{86} = \frac{1}{8}$   $\frac{1}{8} \cdot 1000 =$

$= 125$  Рассмотрим есть ли число  $n$  ~~наименьшее~~  $\frac{1}{2}$ , но  
а которое соответствует при  $\frac{1}{99} > n > \frac{1}{2}$  и при  
этом  $n \cdot 1000 \in \mathbb{N}$ , тогда такое было возможно  
в числителе числа  $n$  после упрощения должно  
быть делителем 1000, чтобы при умнож на 1000  
он сократился и число стало натуральным.

Рассмотрим делители 1000  $1000 = 2^3 \cdot 5^3 \Rightarrow$  кол-во  
дел =  $(3+1)(3+1) = 16$  это делители:

1 5 25 125  
2 10 50 250  
4 20 100 500  
8 40 200 1000

рассмотрим есть ли число которое  
начинается с 8 до 10 и вписывается в  
число

то есть только число которое начинается  
с 8 и это 8, но при дел на  $\frac{1}{8}$  у же есть  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  число меньше  $\frac{1}{8}$  быть не может  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  наименьшее натуральное число которое можно  
получить это  $\frac{1}{8} \cdot 1000 = 125$

Ответ: 125