

Казанский (Приволжский) федеральный университет  
Межрегиональная предметная олимпиада

---



ШИФР	М8-6
------	------

(заполняется оргкомитетом)

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**  
**участника Олимпиады**

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 8 классов,  
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

---

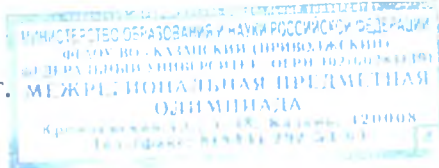
(наименование дисциплины)

**Данные участника**

ID номер участника

1105541

Дата "22" января 2025 г.



Шифр М8-6  
(заполняется оргкомитетом)

## Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

[illegible]

Математика

(профиль олимпиады)

8

(класс участия)

Задана 5.

$$2024 = 2^3 \cdot 253$$

253 - простое число, т.к. не делится ни на  
одно простое вкл.  $17, 17^2 > 253$ .

Значит возможные  $a$  и  $b$  это

1, 2, 4, 8, 2 2 5 3, 4 2 5 3, 8 2 5 3, 2 5 3, 2 0 2 4

Рассмотрим 2 варианта пары  $a$  и  $b$

Рассмотрим 2 варианта пары  $a$  и  $b$   
 1)  $a$  и  $b$  не взаимнопросты ~~и не равны 253~~ ~~и не являются в паре взаимно-~~  
~~простыми.~~

2) а и б не являются простыми из-за 253 и их разложения.

~~The 2 missing ampoules of  $\text{Hg}^{2+}$  - amibaculum marks me~~  
~~happily age into a Russ 6  $\text{pH}$  2.53.~~

Посчитаем количество вариантов <sup>на</sup> а и б в 1 варианте.

Возможные делители для 1 вар.

$1, 2, 4, 8, 2.253, 4.253, 8.253, 2024$  } 8 делителей.

Количество пар =  $\binom{8}{2} = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$

Рассчитаем кол-во пар во втором варианте



Один из делителей  $= 253$ , тогда возможные варианты для 2-го делителя это  $1; 2 \cdot 253; 4 \cdot 253; 8 \cdot 253$ .

Всего 4 пары.

Значит всего возможных пар  $2 \cdot 4 = 8$  пар.

Ответ: 32 различных вариантов.

Задача 3:

Проведем ~~соответствующие~~ <sup>пары</sup> от каждого четного числа к не повторяющимся нечетным <sup>растущим</sup> числам.

Пусть у нас есть четное растущее число  $a$ .

П.к. оно четное то в разряде единиц стоит цифра не более 8. Поставим этому числу в ~~соответствующие~~ <sup>растущим</sup> пару число  $a+1$ . Это число будет растущим, т.к.

все цифры кроме разряда единиц не изменились потому, что перехода через разряд не было, и цифра разряда единиц, которая была максимальной в числе стала на 1 больше.

~~Вот так мы привязали каждому четному числу~~

По этим причинам можем сказать что все четные растущие попали в пары к ~~на~~ различным растущим нечетным.

Рассмотрим число 88. Если бы оно было растущее неч. ~~и~~ если бы оно стояло в паре, то в паре было бы число 89, но оно не растущее. Значит не все неч. растущие ~~были~~ попали в пары, значит их больше.

Ответ: нечетных растущих больше.

Задача 4.

Трав Проведен треугольник с вершинами в точках  $A; B; C$ . Мы сможем это сделать т.к. они лежат на 1 прямой и где лежат на плоскости.

Проведен ~~недостающую~~ <sup>недостающую</sup> прямую - медиану ~~из~~ <sup>из</sup> одной из вершин точек. Через оставшиеся две точки проведем прямые параллельные медиане.



## Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

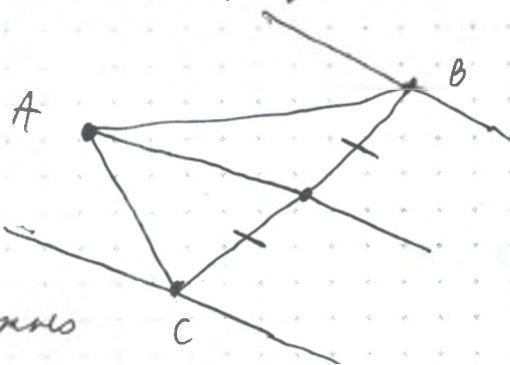
по « Математике », 8 класс,

**вариант** \_\_\_\_\_

Таким образом получились, что одна из сторон треугольника СК катэры проведи медиану / пересекается с двумя параллельными своими концами, а третьей пересекается ровно на середине.

Получается такая картина.

Т.е. и. Это сторона пересекает  
прямые под углом и тем же  
углом и ~~так~~ делится таким  
образом на две части, меньшую



сказать, что эти параллельные находятся на  
одинаковом расстоянии.

Что прямого нельзя поставить между  
этими тремя, т.к. тогда расстояния не  
будут равны. Значит её можно поставить  
2мя способами, то есть с двух разных краёв.

Это можно проделать с 2 оставшимися медианами, это составляет так же. Значит ~~способов~~ результатов решений не более  $3 \cdot 2 = 6$  (На другом месте дано решение)

Ответ: 1) решение 2) 12

Задача 1

Пусть первое ~~число~~  $x$  двузнач. число  $= x$ , второе  
двузнач.  $= y$ ; найдем наименьшее ~~наим~~ число  $= 6$ .

~~$$\frac{x \cdot 1000}{y} = n \rightarrow n \cdot y = 1000x$$~~



Значит  $n \cdot y = 23.58 \cdot x$

Мы стараемся мы хотим получить наименьший  $n$ , значит наименьший  $y$  при этом  $x \geq 2.5$ ;

$$y < 100, y \geq 10$$

Задача 2

Найдем макс. сумму цифр за всё время.

Это 19:59. 59 - очевидно; 19 - если использовать 20, 21, 22, 23 макс. сумма = 5, что не подходит.

Максимальная сумма цифр = 24. Значит макс. время до которого происходили некие или случаи это до 576 минут от полуночи или до 09:36. Проверим все числа минут до 576 включ. которые кратны 24, а следовательно и всевозможные подходящие варианты.

Слева будет писаться отображение на часах, справа минуты от полуночи, еще правее  $x$  если не подходит и если подходит.

1) 00:00	0	$x$ (0 не больше 0 в 24 раза)	11) 04:00	240	$x$
2) 00:24	24	$x$	12) 04:24	264	$x$
3) 00:48	48	$x$	13) 04:48	288	$x$
4) 01:12	72	$x$	14) 05:12	312	$x$
5) 01:36	96	$x$	15) 05:36	336	$\checkmark$
6) 02:00	120	$x$	16) 06:00	360	$x$
7) 02:24	144	$x$	17) 06:24	384	$x$
8) 02:48	168	$x$	18) 06:48	408	$x$
9) 03:12	192	$x$	19) 07:12	432	$x$
10) 03:36	216	$x$	20) 07:36	456	$x$
			21) 08:00	480	$x$
			22) 08:24	504	$x$
			23) 08:48	528	$x$
			24) 09:12	552	$x$
			25) 09:36	576	$x$



Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « Математика », 8 класс,

вариант \_\_\_\_\_

Мы проверили ~~все подходящие варианты~~ все возможные варианты и нашли только 1 подходящий. Для простоты проверки можно использовать то, что ~~потер~~ сумма цифр должна равняться номеру варианта - 1.

Ответ: Подходит только 05:36

Задача 1.

Пусть первое двузначное число  $x$ ; второе  $y$ ; искомого нами число  $n$ .

$$\text{Поскольку } n = \frac{x \cdot 1000}{y} \rightarrow n \cdot y = 1000 \cdot x.$$

П.к.  $n$  надо наименьшее,  $y$  наибольшее,

$$y < 100; y \geq 10; x \geq 10; x < 100$$

$$\text{т.к. } n \cdot y = 2^3 \cdot 5^3 \cdot x$$

если  $n = 2^2 \cdot 5^2$  то  $y = 2 \cdot 5 \cdot x$ , что невозможно.

Также можем сказать, что

$$\frac{x}{y} = \frac{n}{1000}$$

П.к. ~~то~~  $n = 200$  подходит, надо проверить на этой дроби подходит ли какое-нибудь значение.

П.к. эта дробь <sup>или целое</sup> двузначная, то дробь сокращения до <sup>или целое</sup> ~~либо~~  $\frac{1}{5}$  <sup>или целое</sup> ~~либо~~ где в числителе натур. а в знамен. целое или нецелое, так что  $n$  так и так числа ~~не больше 10~~ не равно и не больше 10, либо др. правильной дроби, где опять же ~~не~~ все не равно и не больше 10.



длина нам дробь в диапазоне от  $\frac{1}{10}$  до  $\frac{2}{10}$ ,  
т.к.  $n = 200$  подходит. Дробь должна быть такой,  
что  $y : 10 \cdot \text{числ} = \text{нч}$  число.  $y : 10 < 10$

~~Дробь  $\frac{125}{10}$  при  $y=80$  и  $x=70$~~

Также эти цифры после запятой не более 2,  
т.к.  $n$  - натур.

Из  $y : 10$  следует, хорошо заметно, что  $\frac{125}{10}$  при  
 $y=80$ ,  $x=70$   $n=125$ . Есть ли дробь меньше?

Проверим перебором из каких-ли получить из  
оставшихся только целые числа. (Знаком Нет)

1)  $\frac{124}{10}$  2)  $\frac{123}{10}$  3)  $\frac{122}{10}$  4)  $\frac{121}{10}$  5)  $\frac{12}{10}$

Знаком Нет  
Знаком на 5,  
50 и 100 =  $y$  не подходят  
знаком не возможно.

№ 4 (доп.)

С выбранной вершиной с которой мы полу-  
чили 2 варианта через медианы можно получить  
еще 2. Проведем из этой вершины прямую так,  
чтобы она делила сторону треугольника  
в отношении 1:2. Из других вершин проведем  
через параллельные этой прямой. Что проводим  
через середину "длинной" части разреза-  
ной стороны. Так прямые поделят сторону  
на 3 равные части.

Из каждой вершины 4 результата. Значит  
всего результатов возможно  $4 \cdot 3 = 12$

№ 7 (доп.)

Знаем, что все числа  $\neq$  вида  $\dots, 1 \dots$  не подходят,  
как и  $\dots, 0 \dots$ , потому что чтобы получить  
целое число в  $n$ х раз должно быть минимальное  
деление на 10, что нельзя при  $x$  и  $y$  т.к.  
они двузнач.

Значит наименьшее  $n = 125$ ,  $y = 80$ ,  $x = 70$

Ответ: 125