

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональная предметная олимпиада



ШИФР

М8-48

(заполняется оргкомитетом)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 8 классов,
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

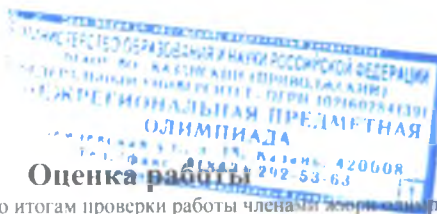
(наименование дисциплины)

Данные участника

ID номер участника

933465

Дата "22" января 2025 г.



Шифр М8-48
(заполняется оргкомитетом)

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	10	15											85
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика

(профиль олимпиады)

8

(класс участия)

№1

первое исходное число $ab = 10a + b$
второе исходное число $cd = 10c + d$

$$\frac{10a+b}{10c+d} = \frac{n}{1000}, \text{ чтобы } n \text{ было (max), нужно,}$$

чтобы $10a+b$ было (min), а $10c+d$ (max). $\Rightarrow 10a+b = 10$ (наименьшее двуз. число)

Тогда $\frac{10}{10c+d} = \frac{n}{1000}$

$$\frac{10 \cdot 1000}{10c+d} = n \Rightarrow \text{Разложим на множ. } 10000 : 10c+d$$

$$\begin{array}{r} 10000 : 2 \\ 5000 : 2 \\ 2500 : 2 \\ 1250 : 2 \\ 625 : 5 \\ 125 : 5 \\ 25 : 5 \end{array}$$

Получается, что, чтобы $10000 : 10c+d$, $10c+d$ должно состоять из 2-х и 5-х $\Rightarrow 10c+d : 10$, а наибольшее двуз. : 10 - это 90 и 80

Но $90 \nmid 10000$ в разложении есть 3 и $10000 \nmid 90$. Следующее наибольшее 80. \Rightarrow

$$\Rightarrow \text{Проверим } \frac{10}{80} \cdot 1000 = \frac{1}{8} \cdot 1000 = \frac{1000}{8} = 125.$$

125 $\in \mathbb{N}$, подходит. Наименьшее нет, т.к. мы брали наименьшее ab и наибольшее возможное cd

Ответ: 125.

№ 3

чёт. растущие - те растущие, которые окан. на 0, 2, 4, 6, 8.

неч. растущие - те растущие, которые окан. на 1, 3, 5, 7, 9.

Рассмотрим растущие окан. на 9:

Т.к. 9 посл. ~~то~~ и это растущее число, то перед ней (перед 9) стоит тоже растущее число. Таким образом, чтобы получить все растущие числа окан. 9, нужно ^{ко} все растущие числа, оканчивающиеся от 2 до 8, приписать в конце 9. ~~и получить~~

нельзя не оканч., т.к. тогда это будет не раст.

Кол.-во растущих чисел окан. на 9 =

= кол.-во растущих чисел окан. на все другие цифры кроме 0 и 1, а так же 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89. (их до этого не было, т.к. если убрать 9, то будет цифра).

В кол.-во растущих чисел окан. на все другие цифры входят все растущие чётные числа \Rightarrow Кол.-во чёт. растущих = кол.-во неч. растущих.

Ответ: нечётных.

№ 5

2024 | 2 ; НОД(a, b)

1012 | 2 ; a и b - не взаимно простые и являются делителями 2024

506 | 2

253 | 11

23 | 23

1 | 1

Кол.-во ^{РАЗЛИЧНЫХ} делителей 2024 = $(3+1)(1+1)(1+1) = 16$.

2024 = $2^3 \cdot 11 \cdot 23$ 1) 1. можно убрать, т.к. она взаимно просто со всеми числами.

2) 11 взаимно просто с $2; 2^2; 2^3; 23; 2 \cdot 23; 2^2 \cdot 23; 2^3 \cdot 23$

3) 23 взаимно просто с $2; 2^2; 2^3; 11; 2 \cdot 11; 2^2 \cdot 11; 2^3 \cdot 11$ \Rightarrow

4) 11 · 23 взаимно просто с $2; 2^2; 2^3$ ^{повторяется}

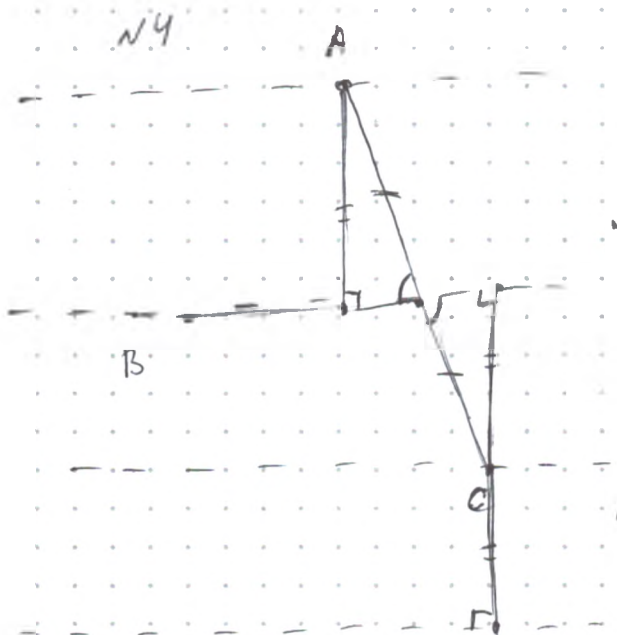
\Rightarrow 16 пар можно убрать.

$\frac{15}{1} \cdot \frac{14}{2} = 210$ - вариантов взять пару делителей.

$210 - 16 = 194$ - вариантов. Ответ: 194 вариантов.

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « Математике », 8 класс,



1) Для начала проведем прямую между A и C , потом отложим середину на AC и проведем к ней из T в отрезок.

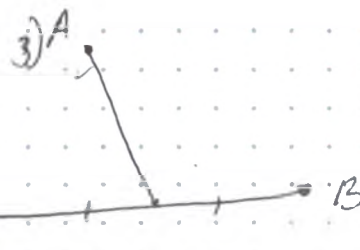
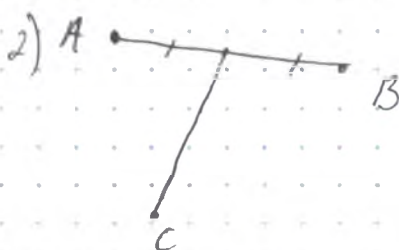
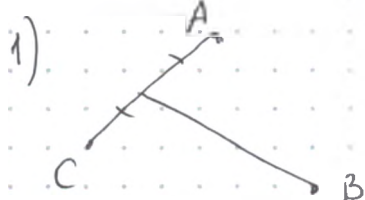
Поме проведен паралелен с правите
чрез T, C, B и S, AC, A .

Проведем из C на прямую B перпендикуляр и из T , A на эту же прямую. \Rightarrow

⇒ Образован. Δ равный по гипот. и ост-
ному углу. Значит перпендик. равны.

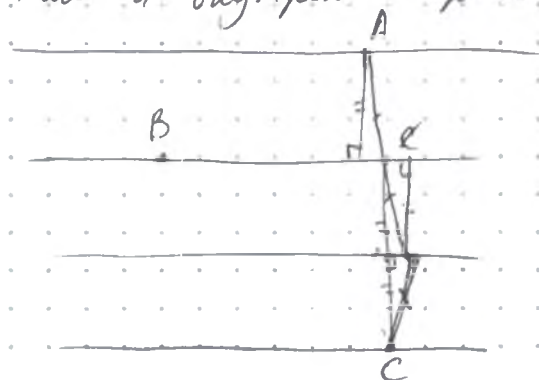
На таком же расстоянии проведем 4
прямоуго параллельную этим трем.

Таких вариантов может быть 6:



И также в каждом случае 4-ую прямую можно проводить с двух краёв. Получаем $3 \cdot 2 = 6$.
Относительно разных точек

Также возможно провести 4-ую прямую между внешней и внутренней прямой:



Получили еще 2 варианта:

1. Если между 1 и 3 прямой

2. Если между 2 и 4: прямой



$$6 + 2 = 8$$

① $ub_{cm} : 8$.

N 2

00:00 до 23:59

\overline{ab} - число часов

число минут с секундами = $\overline{cd} + \overline{ab} \cdot 60$

\overline{cd} - число минут

Сумма цифр = $a+b+c+d$

если часы показывают 05:36, то

$$\overline{c.d} + \overline{ab} \cdot 60 = 36 + 5 \cdot 60 = 336$$

$$a+b+c+d = 14$$

$$\frac{336}{14} = 24$$

~~05:36~~

Ответ: 1 случай - 05:36