

Казанский (Приволжский) федеральный университет  
Межрегиональная предметная олимпиада

---



ШИФР	М8-8С
------	-------

(заполняется оргкомитетом)

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**  
**участника Олимпиады**

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 8 классов,  
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

---

(наименование дисциплины)

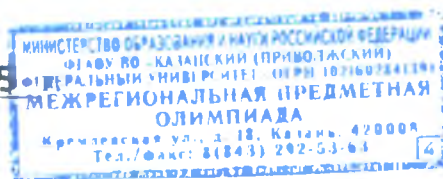
**Данные участника**

ID номер участника

999860

Дата "22" ЯНВАРЯ

2025



Шифр

118-86

(заполняется оргкомитетом)

### Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	5	20											85
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																<i>[Signature]</i>

МАТЕМАТИКА

(профиль олимпиады)

8

(класс участия)

### Задача 1.

Пусть есть числа  $p, q \in \mathbb{N}$ ,  $p \geq q$  тогда  $\frac{p}{q} \geq \frac{q}{p} \Rightarrow$   
~~для нахождения~~  $1000 \cdot \frac{p}{q} \geq \frac{q}{p} \cdot 1000$ . Тогда если число  
 $\frac{q}{p} \cdot 1000$  натуральное, то  $1000 : \frac{p}{q}$ . Заметим, что  
 наибольшее возможное число  $\frac{p}{q}$  (при том, что  
 $p, q$  - двузначные), подходящее под данное условие -  
 это 8, т.к. следующий по величине натуральный  
 делитель 1000 - это 10, а отношение двух двузнач-  
 ных чисел не может быть 10 (иначе одно из  
 чисел  $\geq 10 \cdot 10 = 100$ )  $\Rightarrow$  наименьшее значение числа  
 $\frac{q}{p} \cdot 1000 = \frac{1000}{8} = 125$  (при данных условиях), например  
 при  $q=10, p=80$ .

Ответ: 125.

### Задача 2.

Заметим, что наибольшая возможная

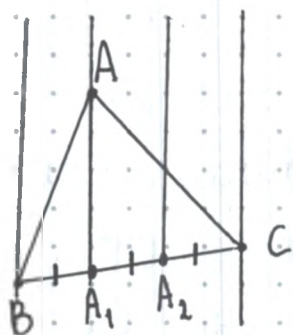
сумма цифр на часах равна 24 (при 19:59), т.е. последний промежуток времени не позже 24:24 минут от полуночи (т.е. 9:36).

Рассмотрим все моменты, когда количество времени в минутах было : 24. (P.S. Далее над каждым моментом будет написана сумма его цифр, а под ним - результат деления времени в минутах на 24; время 00:00 не учитывается, т.к. на 0 делить нельзя).

$0:24$  (сумма 6, деление 1),  $0:48$  (сумма 12, деление 2),  $1:12$  (сумма 4, деление 3),  $1:36$  (сумма 10, деление 4),  $2:00$  (сумма 2, деление 0),  $2:24$  (сумма 8, деление 6),  $2:48$  (сумма 14, деление 7),  $3:12$  (сумма 6, деление 8),  $3:36$  (сумма 12, деление 9),  
 $4:00$  (сумма 4, деление 10),  $4:24$  (сумма 10, деление 11),  $4:48$  (сумма 16, деление 12),  $5:12$  (сумма 8, деление 13),  $5:36$  (сумма 14, деление 14),  $6:00$  (сумма 6, деление 15),  $6:24$  (сумма 12, деление 16),  $6:48$  (сумма 18, деление 17),  $7:12$  (сумма 10, деление 18),  
 $7:36$  (сумма 16, деление 19),  $8:00$  (сумма 8, деление 20),  $8:24$  (сумма 14, деление 21),  $8:48$  (сумма 20, деление 22),  $9:12$  (сумма 12, деление 23),  $9:36$  (сумма 18, деление 24).

⊕ Ответ: 5:36.

#### Задача 4.



В треугольнике ABC на стороне BC отметили точки  $A_1, A_2$  такие, что  $BA_1 = A_1A_2 = A_2C$  и провели медиану  $AA_1$ , затем через точки B,  $A_2$ , C провели прямые, параллельные прямой  $AA_1$  (см. рисунок).

При этом мы можем через точки B,  $A_1$ , C проводить прямые, параллельные  $AA_2$ , или проводить аналогичные действия на любой из двух других сторон треугольника ABC, т.е. всего можно получить  $3 \cdot 2 = 6$  различных чертежей.

⊖ Ответ: 6.



## Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « МАТЕМАТИКЕ », 8 класс,

Zadara S.

2024	2
1012	2
506	2
253	11
23	23
1	

$2024 = 2^3 \cdot 11^1 \cdot 23^1$ , тогда кол-во делителей числа 2024 равно  $(3+1)(1+1)(1+1) = 16$ .

$$2024 = 1 \cdot 2024 = 2 \cdot 1012 = 4 \cdot 506 = 8 \cdot 253 = 11 \cdot 184 =$$

$$= 23 \cdot 88 = 22 \cdot 92 = 46 \cdot 44$$

Всего из данных делителей можно составить  $\frac{16 \cdot 15}{2} = 120$  различных пар, из

которых 15 заведомо взаимнопростых (пары с 1)

число

1  
2  
4  
8  
11  
23  
44  
46  
88  
92  
184  
253  
506  
1012  
2024  
22

кол-во взаимнопростых пар чисел

15  $283$   
4 (1, 11, 23, ~~2023~~)

4 (1, 11, 23, 253)

4 (1, 11, 23, 253)

8 (1, 2, 4, 8, 184, 23, 92, 46)

$$8(1, 2, 4, 8, 11, 88, 22, 44)$$
 $2(1, 23)$ 
$$2 \quad (1, 11)$$
 $2 \quad (1, 23)$  $2(1, 11)$ 
$$2(1, 1)$$
 $4(1, 2, 4, 8)$ 

11

1  
1
$$2. (1 \ 2 \ 3)$$

Wisc

22. Тогда всего <sup>различных</sup> взаимно простых пар  $\frac{15+1 \cdot 3+2 \cdot 6+4 \cdot 4+8 \cdot 2}{2} = 31$

$$120 - 31 = 89.$$

Ombem: 89.

### Задача 6.

В одном десятии, содержащем  $n$ -ое количество

поряд идущих возрастающих чисел ( $n \leq 8$ , т.к. возрастающие числа не могут оканчиваться на 0 или 1). кол-во нечетных чисел либо равно кол-ву четных, либо больше его на 1, т.к. если предпоследняя цифра в данных числах нечетна, то  $n:2$  (т.к. нечет. числа от 0 до 9 стоят на четных позициях), а если предпоследняя цифра в данных числах четна, то данный ряд начинается на нечет. число (на 1 больше предпоследнего) и оканчивается также нечетным с 9 на конце  $\Rightarrow$  нечет. на 1 больше чет.  $\Rightarrow$  нечетных ~~возр~~ растущих чисел больше.

Ответ: нечетных.