

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональная предметная олимпиада



ШИФР

М8-79

(заполняется оргкомитетом)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 8 классов,
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

(наименование дисциплины)

Данные участника

ID номер участника

996710

Дата "22" января 2025 г.



Шифр

148-78

(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	10	20	0	20											70
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																<i>[Signature]</i>

математика

(профиль олимпиады)

8

(класс участия)

Пусть два исходных двузначных числа $= m$ и n , $m < n$.
 Поделив m на n получим число < 1 ; поделив n на m , число < 10 , т.к.
 $m \times \frac{n}{m} = \frac{99}{10} = 9,9 < 10$.
 Работаем с дробью $\frac{n}{m}$. Сохраним, и получим $\frac{a}{b}$, a и b взаимно простые.
 Т.к. искомое натуральное число $= \frac{a}{b} \cdot 1000$, то b может ~~только~~ раскладываться
 на множители: $b = 2^i \cdot 5^j$, где $0 \leq i \leq 9$ и $j \leq 3$.
 Возможные b : 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50 (так как $b \leq n \leq 99$).
 Минимальные $\frac{a}{b}$: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{3}{10}$ (т.к. a и b взаимно простые), $\frac{3}{20}, \frac{3}{25}, \frac{47}{40}, \frac{87}{50}$.

Приведем их к общему знаменателю:

$\frac{500}{1000}, \frac{250}{1000}, \frac{200}{1000}, \frac{125}{1000}, \frac{300}{1000}, \frac{150}{1000}, \frac{120}{1000}, \frac{175}{1000}, \frac{140}{1000}$

Самая маленькая $\frac{a}{b} = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$, минимальное число, на которое нужно разделить
 числитель, чтобы он стал двузначным $= 4$, но $25 \cdot 4 > 99$ — противоречие $\Rightarrow \frac{a}{b} \neq \frac{1}{8}$.

Следующее $\frac{125}{b} = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$, можно разделить на 10; 11; 12 \Rightarrow подходит.

$$\frac{a}{b} \cdot 1000 = \frac{1}{8} \cdot 1000 = 125$$

Примеры: 10 и 80; 11 и 88; 12 и 96.

Ответ: 125.

~ 29.

Максимальная сумма цифр на часах $= 24$ (19:59)

А значит кол-во минут может быть равно 0:24, 1:24, 2:24, ..., 24:24

$\sum 00:00 = 0$ $\sum 02:48 \neq 7$ $\sum 05:36 = 14$ $\sum_{цифры} \sum_{цифры} \sum_{цифры} \sum_{цифры}$

$\sum 00:24 \neq 1$ $\sum 03:12 \neq 8$ $\sum 06:00 \neq 15$

$\sum 00:48 \neq 2$ $\sum 03:36 \neq 9$ $\sum 06:24 \neq 16$ $\sum 08:24 \neq 21$

$\sum 01:12 \neq 3$ $\sum 04:00 \neq 10$ $\sum 06:48 \neq 13$ $\sum 08:48 \neq 22$

$\sum 01:36 \neq 4$ $\sum 04:24 \neq 11$ $\sum 07:12 \neq 18$ $\sum 09:12 \neq 23$

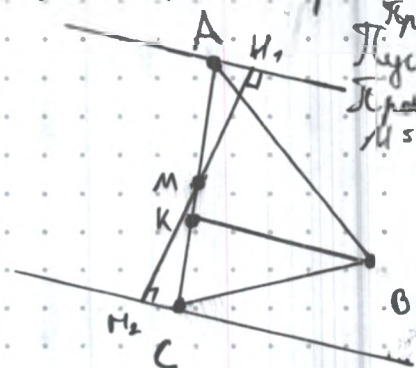
$\sum 02:00 \neq 5$ $\sum 04:48 \neq 12$ $\sum 07:36 \neq 19$ $\sum 09:36 \neq 24$

$\sum 02:24 \neq 6$ $\sum 05:12 \neq 13$ $\sum 08:00 \neq 20$ Ответ: 00:00; 05:36

Меньше времени
 Как получить 05:36?

~ 4.

Если какая-то прямая (a) проходит через две точки, то пусть третья, проходящая через третью точку = b. Если третья прямая (c) проходит через третью точку и она не равна b, то c не проходит через 1 или 2 точки и не равна a, то c не проходит через 1 точку.

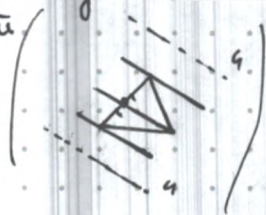


Прямая из B и AC. Пусть прямая из B и AC не мед. AC.

Проведем прямую из A и C. Пусть прямая из A и C не мед. AC. Тогда $MH_1 = MH_2$ (о. H, C, M, A, M по углу и медиане)

Высоты из K равны, если K=M, прямая из B = медиане AC.

Есть 3 варианта медиан и 2 варианта для четвертой прямой. Всего 3 * 2 = 6 вариантов.



Ответ: 6.

~ 5.

Различные a и b:

2	2-2	2-2-2	2-2-2-11	2-2-2-11-23
11	2-11	2-2-11	2-2-2-23	
23	2-23	2-2-23	2-2-11-23	
	11-23	2-11-23		

$$2024 = 2^3 \cdot 11 \cdot 23$$

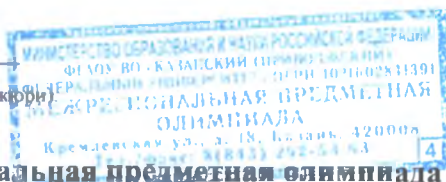
Если a=2, то b=11 вариантов

a=11	b=7
a=23	b=7
a=2-2	b=11
a=2-11	b=13
a=2-23	b=13
a=11-23	b=11
a=2-2-2	b=11
a=2-2-11	b=13
a=2-2-23	b=13
a=2-11-23	b=14
a=2-2-2-11	b=13
a=2-2-2-23	b=13
a=2-2-11-23	b=14
a=2-2-2-11-23	b=14

$$\Sigma = 2 \cdot 2 + 4 \cdot 11 + 6 \cdot 13 + 3 \cdot 14 = 14 \cdot 4 + 44 + 42 = 56 + 122 = 178$$

Итак a и b = различные пары, Σ надо поделить на 2 $\Rightarrow \text{НОД}(a, b) = \frac{178}{2} = 89$ вариантов

Ответ: 89 вариантов



Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 8 класс,

~4.

Последнее растущее число: 123456789

От 1^{го} и 9^{го} одитори.

от 10⁸ до 99: количество баллов

2 6 7

1 2

1,2 7

7.2.3 4

7, 2, 3, 9 5

1, 2, 3, 4, 5 6

1,2,3,4,5,6 1

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 8

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

десяток единиц

от 160 до 999: неметаллы простые

♂ ?

0 2

7 7

3 4

10 6

15 7

21 8

26 9

Таким образом ^{первое} если растущая число в диапазоне $10^i \leq n < 10^{i+1}$: ~~тогда~~ ~~тогда~~

{ чётное, то нечётных разностей чисел больше } \Rightarrow нечётных разностей чисел больше.
 { нечётное, то чётных разностей чисел больше.

Ответ: нечётными