

Казанский (Приволжский) федеральный университет  
Межрегиональная предметная олимпиада

---



|      |       |
|------|-------|
| ШИФР | М8-89 |
|------|-------|

(заполняется оргкомитетом)

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**  
**участника Олимпиады**

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 8 классов,  
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

---

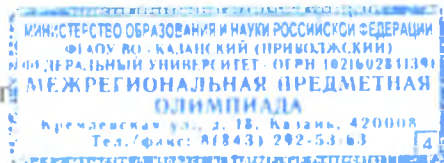
(наименование дисциплины)

**Данные участника**

ID номер участника

1098167

Дата "22" 01 2025



Шифр 148-88  
(заполняется оргкомитетом)

### Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

| № задания | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | Итого<br>(итоговый балл,<br>подпись<br>председателя<br>жюри) |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|--|
| Балл      | 20 | 20 | 20 | 10 | 0  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 70   |
| № задания | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |  |
| Балл      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |  |

МАТЕ МАТИКА  
(профиль олимпиады)

8  
(класс участия)

~ 4

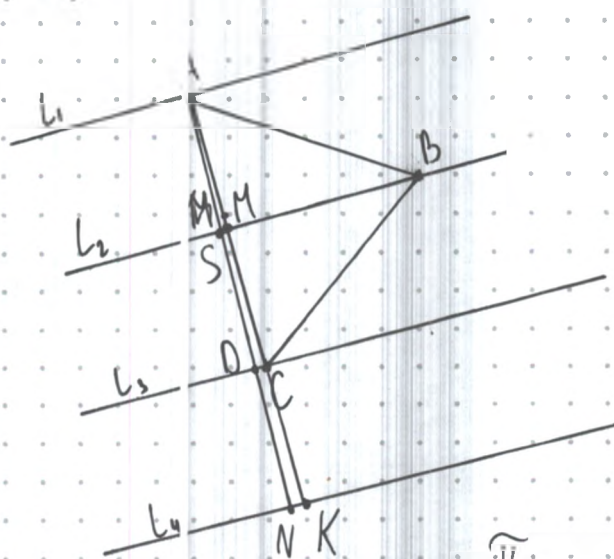
а)

Ученики могли провести 3 разных медианы и достроить 4 треугольника с 2 сторонами отрезками медианы => всего могло получиться 3\*2 разных вариантов.

Ответ: 6.

справа и слева можно еще

2.4 (Проговорите)  
 а)



Дано:

$\angle A; \angle B; \angle C$

Прямые:  $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4$ ;

$AS = SD = DN$

Прямые:

- 1)  $M \in AC$   
 $MA = M$ ;
- 2)  $BM$  - медиана
- 3)  $A \in L_1$   
 $L_1 \parallel BM$
- 4)  $L_3 \parallel BM$   
 $C \in L_3$
- 5)  $K \in AC$   
 $MC = CK$
- 6)  $L_4 \parallel L_3$   
 $K \in L_4$

Доказательство:

$AN \perp L_1, L_2, L_3, L_4 \Rightarrow AS, SD, DN$  - три равных отрезка

$\angle KAN, AM = MC = CK$  (по условию)  
 $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4 \Rightarrow AS = SD = DN$  т.н.м.г.



## Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « МАТЕМАТИКЕ », 8 класс,

№ 2

Посчитаем, какая максимальная сумма цифр может быть на часах.

Максимальная сумма цифр у минут -  $5+9=14$ , т.к. в десятках самая большая цифра - 5, а в ед. - 9.

Максимальную сумму цифр в часах рассмотрим в связи с десятками:

19 - сумма 10; 09 - сумма 9; 23 - сумма 5

Максимальная при 19 - 10.  $\Rightarrow$  максимальная сумма будет  $14+10=24$

Составим таблицу

| X  | 24X | на часах | сумма цифр |
|----|-----|----------|------------|
| 24 | 546 | 9:36     | 18         |
| 23 | 552 | 9:12     | 12         |
| 22 | 528 | 8:48     | 20         |
| 21 | 504 | 8:24     | 14         |
| 20 | 480 | 8:00     | 8          |
| 19 | 456 | 7:36     | 16         |
| 18 | 432 | 7:12     | 10         |
| 17 | 408 | 6:48     | 18         |
| 16 | 384 | 6:24     | 12         |
| 15 | 360 | 6:00     | 6          |
| 14 | 336 | 5:36     | 14         |
| 13 | 312 | 5:12     | 8          |
| 12 | 288 | 4:48     | 16         |
| 11 | 264 | 4:24     | 10         |
| 10 | 240 | 4:00     | 4          |
| 9  | 216 | 3:36     | 12         |
| 8  | 192 | 3:12     | 6          |
| 7  | 168 | 2:48     | 14         |
| 6  | 144 | 2:24     | 8          |
| 5  | 120 | 2:00     | 2          |

| X | 24X | на часах | сумма ч. |
|---|-----|----------|----------|
| 4 | 96  | 1:36     | 10       |
| 3 | 72  | 1:12     | 4        |
| 2 | 48  | 0:48     | 12       |
| 1 | 24  | 0:24     | 6        |

Если 1 столбец совпадает со 4, то время в 3 столбце - нулевой момент. 1 столбец совпал с 4 только тогда, когда  $X=14$ , и нулевой момент - 5:36 - это 336 минут с полудня

$$5+3+6=14$$

$$336:14=24 \quad \text{Ответ: } 5:36$$



~3

Для начала возьмем все "растущие" числа заканчивающиеся на какую-либо цифру которую мы возьмем за  $X$  и цифру 1 (~~или 0~~ ("растущие" числа мы берем любой длины))

Составим таблицу

| $X$ | кач-во растущих чисел с $X$ конц | чет цифр $> X$ | нечет $> X$ | чет цифр $> X$<br>(кач-во растущих чисел) | нечет цифр $> X$<br>(кач-во растущих чисел) |
|-----|----------------------------------|----------------|-------------|---|---|
| 1   | $X \leq$                         | 2, 4, 6, 8     | 3, 5, 7, 9  | 4 $\leq$                                  | 4 $\leq$                                    |
| 2   | $Y$                              | 4, 6, 8        | 3, 5, 7, 9  | 3 $Y$                                     | 4 $Y$                                       |
| 3   | $Z$                              | 4, 6, 8        | 5, 7, 9     | 3 $Z$                                     | 3 $Z$                                       |
| 4   | $K$                              | 6, 8           | 5, 7, 9     | 2 $K$                                     | 3 $K$                                       |
| 5   | $L$                              | 6, 8           | 7, 9        | 2 $L$                                     | 2 $L$                                       |
| 6   | $m$                              | 8              | 7, 9        | 1 $m$                                     | 2 $m$                                       |
| 7   | $n$                              | 8              | 9           | 1 $n$                                     | 1 $n$                                       |
| 8   | $p$                              | —              | 9           | 0   | 1 $p$                                       |
| 9   | $r$                              | —              | —           | 0   | —   |

На любой  $X$  находится хотя-бы 1 растущее число заканчивающееся на него  $\Rightarrow$  все в столбце  $> 0$

5 столбец - сколько чисел может получиться, если ко всем растущим числам заканчивающимся на  $X$  приписать все нечетные <sup>цифры</sup> ~~числа~~  $> X$

6 столбец показывает сколько чисел может получиться, если ко всем растущим числам, заканч. на  $X$  приписать все четные <sup>цифры</sup> ~~числа~~  $> X$

Все чис. во 2 столбце  $> 0 \Rightarrow y + K + m + p > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y + K + m + p + 4S + 3Y + 3Z + 2K + 2L + m + n > 4S + 3Y + 3Z + 2K + 2L \Rightarrow$

$\Rightarrow$  растущих чисел заканчив. на нечетные ~~числа~~  $>$  заканч. на четные  $\Rightarrow$  нечетных растущих чисел больше.

Ответ: нечетных.



## Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « МАТЕМАТИКЕ », 8 класс,

 $\sim 1$ 

$$\frac{1000x}{y} = z$$

$1000x = zy$ , мы делим обе стороны на НОД  $z$  и  $1000$ , получим:  
 $mx = ky$ ,  $m$  и  $k$  - взаимнопросты  $\Rightarrow x:k; y:m$

$$\left. \begin{array}{l} y:m \Rightarrow m - \text{двузначное} \\ 1000 = 2^3 \cdot 5^3 \end{array} \right\} \Rightarrow z:25 \text{ или } z:40$$

$$\frac{x}{y} \geq 0,1, \text{ т.к. даем } \frac{99}{10} \cdot \frac{10}{99} \approx 0,101 \Rightarrow \frac{x \cdot 1000}{y} \geq 100$$

Наименьшее  $z < 100$ ;  $z:25$  или  $z:40$  это  $z = 120$

$$1000x = 120zy$$

$$25x = 3zy, x:3 \Rightarrow x = 3n; z = 25s$$

$25 \cdot 3n = 3 \cdot 25s \Rightarrow n = s$ , но нет такого  $n$ , чтобы  $3n$  и  $25n$  были двузначными  $\Rightarrow z \neq 120$

Следующее наименьшее  $z < 100$ ;  $z:25$  или  $z:40$ , это  $z = 125$

$$1000x = 125zy$$

$8x = zy$ , такое может быть:

пример:

$$\frac{10}{80} \cdot 1000 = \frac{10000}{80} = 125$$

Ответ: наименьший натуральный результат = 125.