

Казанский (Приволжский) федеральный университет  
Межрегиональная предметная олимпиада

---



ШИФР	148-33
------	--------

(заполняется оргкомитетом)

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**  
**участника Олимпиады**

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 8 классов,  
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

---

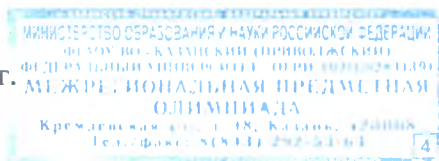
(наименование дисциплины)

**Данные участника**

ID номер участника

925055

Дата "22" 01 2025 г.



Шифр 148-33  
(заполняется оргкомитетом)

### Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	10	0											70
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика

(профиль олимпиады)

8 класс

(класс участия)

допустим эти два двузначных числа  $\equiv x$  и  $y$ .  
 $x$  либо  $y \cdot 1000$  было минимальным, надо, чтобы  
 $x$  было минимальным, либо  $y \cdot 1000$  было минимальным,  
 надо, чтобы  
 представим

№5

2024 делится на: 1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, 88, 2024.

1 будет взаимно простыми с любыми числами, т.к. все числа

делится на 1 - на само себя и 2024 будет взаимно  
 простыми с любыми числами из множества делителей 2024,  
 т.к. 2024 на всех из них делится.  $\Rightarrow$  1 и 2024 не могут  
 быть  $a$  и  $b$ .

2 не является взаимно простыми к 11  $\Rightarrow$  существует пара  
 $a$  и  $b$ , в которой  $a$  и  $b$  равны 2 и 11.

4 не является взаимно простыми к 11 и 22.

8 не является взаимно простыми к 11, 22, 44.

11 не является взаимно простыми к 2, 4, 8.

22 не является взаимно простыми к 4, 8.

44 не является взаимно простыми к 8.

~~88 не имеет.~~ ~~88~~ является взаимно простым числом к

1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, 2024  $\Rightarrow$  пары с 88 более быть

не может.

Наибольшее число различных вариантов такое задание =

$$= \frac{1+2+3+3+2+1}{2} = 6.$$

т.к. ~~другими~~ пары чисел такие как (2, 11) и (11, 2) надо учитывать за одну.

Ответ: 6 пар.

№2  
Сумма цифр на часах  $\in \mathbb{Z}$ , т.к. все цифры на циферблате

часов целые  $\Rightarrow$  кол-во прошедших минут: 24

минуты время суммы цифр совпадает или нет

Очки	0	+
24 мин.	1	—
48 мин.	2	—
01:12	3	—
01:36	4	—
02:00	5	—
02:24	6	—
02:48	7	—
03:12	8	—
03:36	9	—
04:00	10	—



Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 8 класс,  
вариант \_\_\_\_\_

№2 (продолжение)

04:24	11	—	Ответ: 2 раза. В 0.00 и в
04:48	12	—	5:36
05:12	13	—	
05:36	14	+	
06:00	15	—	
06:24	16	—	
06:48	17	—	
07:12	18	—	
07:36	19	—	
08:00	20	—	
08:24	21	=	
08:48	22	+	
09:12	23	+	
09:36	24	—	
09:59	25	—	
10:24	26		
10:48	27		
11:12	28	*	
11:36	29		
12:00	30		
12:24	31	*	

Дальше смотреть смысла нет,  
так как сумма всех цифр на  
циферблоке будет максимум 25.  
1 число  $\leq 2$  В сумме 25  
2 число  $\leq 9$   
3 число  $\leq 5$   
4 число  $\leq 9$

№3

Допустим это два числа  $x$  и  $y$ . Допустим

$\frac{x}{y}$  можно сократить до  $\frac{m}{n}$ .

$\frac{m}{n} \cdot 1000$  будет наименьшим натуральным при 1)  $1000 \div n$

~~$\frac{y}{x}$  - максимум будет при  $\frac{99}{10} \Rightarrow n=99, m=$~~

2)  $\frac{n}{m} = \frac{y}{x} =$

Делители 1000: ~~1, 2, 4, 5, 20, 25, 50, 100, 125, 200, 250, 500, 1000~~ <sup>максимальное</sup> 1, 2, 4, 5, 8, 20, 25, 40, 50, 100

$\frac{y}{x}$  максимален при  $\frac{99}{10}$ , но  $\frac{99}{10}$  не  $\in$  делители 1000  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  невозможно  $\Rightarrow \frac{y-m}{x \cdot m} 99$  и должен  $\in$  делители 1000  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{y-8}{x \cdot m} = 8 \Rightarrow$  минимальное натуральное число

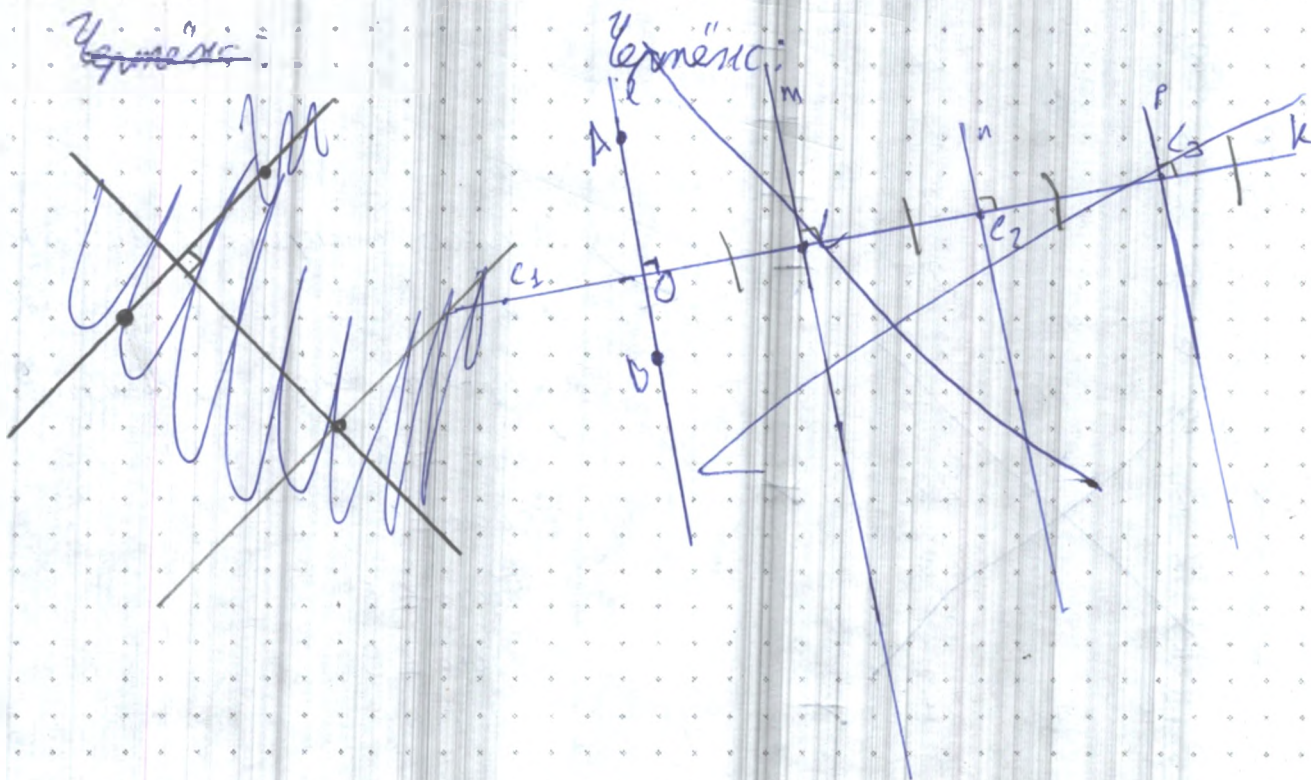
получится  $\frac{1000}{8} = 125$

Ответ: 125

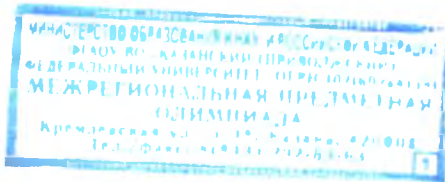
№4

~~Углы~~

Углы







Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 8 класс,

Решение:

~~Соединим  $AB$  и пров. проведем прямую через  $A$  и  $B$ , назовем ее  $l$ . проведем прямую  $k \perp l$  и  $C \in k \subseteq \omega$  левую часть и шайки (свойства  $\omega$  в  $A$  и  $B$  строим  $\omega_1(A, AC)$  и  $\omega_2(B, BC)$   $\omega_1 \cap \omega_2 = C_1$  и  $C_2$  (соединим их и получим прямую  $\perp l$ . Строим прямую  $m$  ~~и~~  $C \in m$ ;  $m \perp k$ . Отложим  $k \cap l = O$ . Строим  $\triangle OAC$  за  $C$  и получим  $C_1$ , построим прямую  $n$ , чтобы  $C_2 \in n$  и  $n \perp k$ . Строим  $\triangle OBC$  за  $C$  и получим  $C_2$ , построим прямую  $p$ , чтобы  $C_3 \in p$  и  $p \perp k$ .~~

№3

Если у числа последняя цифра делится на 2, то и оно само делится на 2.  $\Rightarrow$  мы будем определять  $\bar{e}$  по последней цифре. Последняя цифра будет может не 0 и не 1, т.к.  $\bar{e} \neq 1$  Чем больше цифра, тем больше  $\bar{e}$  ~~в~~ <sup>растущего</sup> вероятность оказаться в конце ~~числа~~ <sup>растущего</sup> числа. Докажем эту гипотезу: допустим в конце ~~числа~~ <sup>растущего</sup> стоит цифра  $n$ , тогда само ~~число~~ <sup>каждая следующая</sup> имеет  $\leq n$  ~~за~~ <sup>т.к.</sup> цифр, т.к. цифра увеличивается.  $\Rightarrow$  тем больше последняя цифра ~~растущего~~ <sup>растущего</sup> числа, тем больше еще вариантов могло оказаться на эту цифру  $\Rightarrow$  вероятность оказаться в конце ~~числа~~ <sup>растущего</sup> числа возрастает. Последней цифрой ~~растущего~~ <sup>растущего</sup> числа



