

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональная предметная олимпиада



| | |
|------|--------|
| ШИФР | 148-36 |
|------|--------|

(заполняется оргкомитетом)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 8 классов,
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

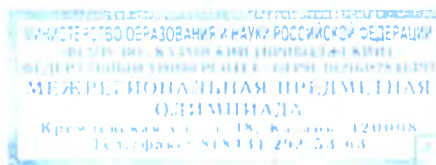
(наименование дисциплины)

Данные участника

ID номер участника

1092266

Дата "22" января 2025 г.



Шифр

МР-36

(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

| № задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри) |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|--|
| Балл | 20 | 20 | 20 | 10 | 10 | | | | | | | | | | | 80 |
| № задания | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | |
| Балл | | | | | | | | | | | | | | | | |

Математика

(профиль олимпиады)

8

(класс участия)

Задача 1

Т.к. мы хотим получить наименьшее число, то нам нужно, чтобы числитель был маленьким, а знаменатель - большим. Также, чтобы получить наименьшее число, нужно убрать как можно больше множителей у 1000, разделив на как можно большее число. $1000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$. Т.к. нужно натуральное, то максимальное 2-значное число из этих множителей: $2 \cdot 5 \cdot 5 = 50$, тогда $1000 : 50 = 20$, но мы не можем поделить 2-значное число (иначе знаменатель будет не 2-значный), но минимальное 2-значное число $= 10 \Rightarrow 10 \cdot 20 = 200$. Следующее 2-значное число из этих множителей по максимальной $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 40$, тогда $1000 : 40 = 25$, мин. 2-знач. число $= 10$, но 40 мы можем увеличить,

домножив на 2 и тогда: $\frac{25 \cdot 10}{2} = 125$.

Из этого делаем вывод, что мин. 2-знач. число $= 2 \cdot 5$, $1000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \Rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$. Макс.

2-знач. число, на которое можно разделить

из этих множит. $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 80 \Rightarrow$ Ответ: $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

Задача 2

Максимальная сумма всех цифр на часах:

$2+3+5+9=19$ (выбери макс. цифру на каждом месте)

Теперь мы можем перебрать все возможные суммы

цифр и ^{нужные часы и} ^{сумма цифр} ~~если время~~ совпадет с ^{предположим} ~~указателем~~, то у нас получится ответ: (X - не подходит) (сумма цифр $\cdot 24$ = минуты)

(Первое число - сумма цифр) 1: $24 \text{ мин} = 6$ (сумма цифр) X, 2: $48 \text{ мин} = 12$ (сумма цифр) X,

3: $72 \text{ мин} = 1 \text{ ч } 12 \text{ мин} = 4$ X, 4: $96 \text{ мин} = 1 \text{ ч } 36 \text{ мин} = 10$ X, 5: $120 \text{ мин} = 2 \text{ ч } = 2$ X,

6: $144 \text{ мин} = 2 \text{ ч } 24 \text{ мин} = 8$ X, 7: $168 \text{ мин} = 2 \text{ ч } 48 \text{ мин} = 14$ X, 8: $192 \text{ мин} = 3 \text{ ч } 12 \text{ мин} =$

$= 6$ X, 9: $216 \text{ мин} = 3 \text{ ч } 36 \text{ мин} = 12$ X, 10: $240 \text{ мин} = 4 \text{ ч } = 4$ X, 11: $264 \text{ мин} = 4 \text{ ч } 24 \text{ мин} =$

$= 10$ X, 12: $288 \text{ мин} = 4 \text{ ч } 48 \text{ мин} = 16$ X, 13: $312 \text{ мин} = 5 \text{ ч } 12 \text{ мин} = 8$ X,

14: $336 \text{ мин} = 5 \text{ ч } 36 \text{ мин} = 14$ \checkmark , 15: $360 \text{ мин} = 6 \text{ ч} = 6$ X, 16: $384 \text{ мин} = 6 \text{ ч } 24 \text{ мин} =$

$= 12$ X, 17: $408 \text{ мин} = 6 \text{ ч } 48 \text{ мин} = 18$ X, 18: $432 \text{ мин} = 7 \text{ ч } 12 \text{ мин} = 10$ X, 19: $456 \text{ мин} = 7 \text{ ч } 36 \text{ мин} =$

$= 16$ X. Т.к. больше 19 сумма цифр на часах быть не может,

Ответ: ~~05:36~~ 05:36 (5 ч 36 мин)

Задача 3

Чётное - на конце числа 0, 2, 4, 6, 8; нечёт - 1, 3, 5, 7, 9.

Распределим ^{различные} числа на пары: те, которые заканчиваются 0 - те, которые заканчиваются на 1; те, которые заканчиваются на 2 - те, которые заканчиваются на 3 и так далее, до 8-9. Поймём, что в каждой

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « Математике », 8 класс,

вариант _____

такой паре чисел, чисел, заканчивающихся на нечётное число больше, т.к. мы просто увеличиваем самое большое число на 1-и оно остаётся самым большим, но тогда у каждого числа, заканчивающегося на неч. число добавятся варианты расстановки чисел \Rightarrow нечётных больше.

Задача 4

Если параллельные прямые находятся на равном расстоянии и ~~тогда, через которые мы можем их провести~~ не на одной прямой, то при повороте плоскости у нас получится ещё 1 способ. Т.к. нужно найти наибольшее кол-во способов, то ~~рассмотрим варианты, где~~ никакие 2 точки не лежат на 1 прямой. Т.к. у нас 3 точки, то у нас 4 способа как провести 4-ую прямую, на одинак. расстоянии, а также +1 способа на каждый за счёт поворота плоскости \Rightarrow 8 разл. результ. (12)

Задача 5

$2024 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 23 \Rightarrow$ имеет такие 16 делителей:
1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, 88, 23, 46, 92, (23·8), (23·11), (23·12), (23·44), (23·88). Решим перебором, какие не взаимно простые делители может она выбрать к каждому:

учитывая предыдущие выборы (1, 2 и 2, 1 не подходят, т.к. это один и тот же способ по условию):

Если $a=1$, b можно выбрать 15 сп.

$a=2$, $b=$ 11 способов; $a=4$, $b=7$ способов;

$a=8$, $b=3$ способа; $a=11$, $b=7$ способов;

$a=22$, $b=5$ способов; $a=44$, $b=3$ способа;

$a=88$, $b=1$ способ; $a=23$, $b=7$ способов;

$a=46$, $b=5$ способов; $a=92$, $b=3$ способа;

$a=(23 \cdot 8)$, $b=1$ способ; $a=(23 \cdot 11)$, $b=3$ способа;

$a=(23 \cdot 22)$, $b=2$ способа; $a=(23 \cdot 44)$, $b=1$ способ;

$a=(23 \cdot 88)$, $b=0$ способов (уже было в других способах) \Rightarrow

\Rightarrow всего: 74 варианта такого задания

она может приготовить. Ещё 15 раз если!