

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональная предметная олимпиада



ШИФР	М8-12
------	-------

(заполняется оргкомитетом)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 8 классов,
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

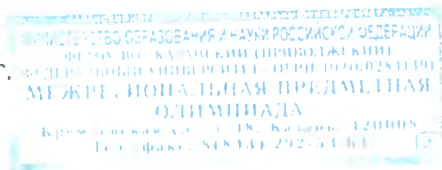
(наименование дисциплины)

Данные участника

ID номер участника

1012789

Дата "22" 01 2025 г.



Шифр М8-12
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	10	0											70
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																<u> </u>

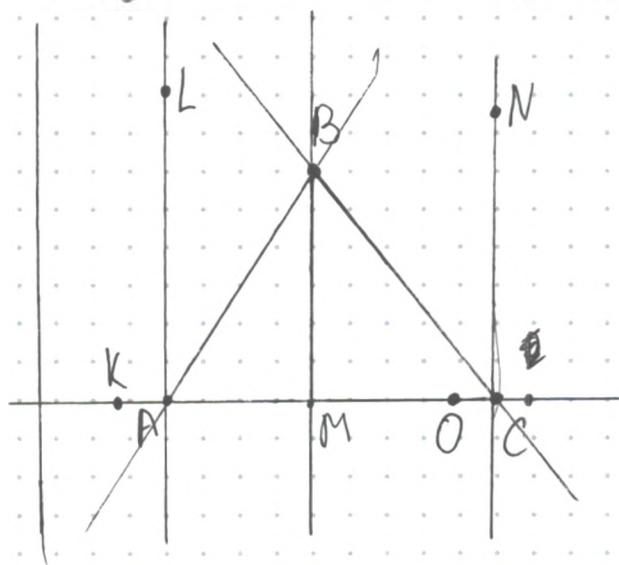
МАТЕМАТИКА

(профиль олимпиады)

8

(класс участия)

4. У нас есть 3 произвольных точки, образуем из них треугольник $\triangle ABC$. Проведем медиану BM . Продолжим все



стороны $\triangle ABC$ и медиану BM . Отложим угол $\angle AMB$ и с помощью него образуем 2 новых угла $\angle KAL$ и $\angle OCN$. Прямые AL и CN будут параллельны прямой BM , так как будут равны соответственные углы $\angle KAL = \angle OCN = \angle AMB$.
 ~~$\angle KAL = \angle OCN = \angle AMB$~~
 $\angle KAL = \angle AMB = \angle OCN$.

расстояние между ними будет равно, так как BM - медиана. Чтобы провести 4-ую прямую нам нужно с каждой из 2-ух сторон отложить расстояние AM и $\angle KAL$.

Т.к. у нас в треугольнике может быть только 3 медианы и у каждой медианы есть 2 случая, как расположить 4 параллельную прямую. $2 \cdot 3 = 6$. *Случаев, случаев! можно!*

Ответ: 6 различных случаев можно получить у учеников.

3. Посмотрим сколько у нас четных и нечетных цифр.

1; 3; 5; 7; 9 - нечетные 5 штук

2; 4; 6; 8 - четные 4 штуки.

Цифру "0" мы не считаем, т.к. её нельзя поставить в начало числа.

~~Каждому нечетному нечетному растущему числу мы~~

Каждому нечетному растущему числу x мы можем представить к нему четное растущее число $x+1$, кроме чисел, которые оканчиваются на цифру "9", поэтому нечетных растущих чисел будет больше. (цифра 9 - неч.)

1. Составим формулу наших действий.

$$\frac{x}{y} \cdot 1000 \in \mathbb{N}$$

Чтобы у нас получилось наименьшее натуральное

x - должно быть минимальным.

y - должно быть максимальным.

Также дополнительные условия $y : x \text{ и } 1000 : \frac{x}{y} \in \mathbb{Z}$

Потом подбираем число x с наименьшего двузначного

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « МАТЕМАТИКЕ », 8 класс,

вариант _____

"10", а число y наименьшим подбираем с наибольшего звездчатого числа "99".

Убедимся и найдем, что наименьшим числом $x = 12$ и наибольшим числом $y = 26$ подходит.

$$\frac{1000 \cdot x}{y} = \frac{12 \cdot 1000}{26} = 125$$

Эти числа подходят и они являются наименьшими по все условию.

Ответ: 125.

5 Разобьем число 2024 на простые множители.

$$\begin{array}{r|l} 2024 & 2 \\ 1012 & 2 \\ 506 & 2 \\ 253 & 11 \\ 23 & 23 \\ 1 & 1 \\ 0 & \end{array}$$

$$2024 = 2^3 \cdot 11 \cdot 23$$

Составим всевозможные пары так, чтобы небыло взаимно простых чисел.

Пары:

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 2 \text{ и } 11 & 2^2 \text{ и } 23 & 2 \cdot 23 \text{ и } 11 & 2 \cdot 11 \text{ и } 23 & 23 \text{ и } 11 \\ 1^2 \text{ и } 11 & 2^2 \text{ и } 23 & 2^2 \cdot 23 \text{ и } 11 & 2^2 \cdot 11 \text{ и } 23 & \\ 2^3 \text{ и } 11 & 2^3 \text{ и } 23 & 2^3 \cdot 23 \text{ и } 11 & 2^3 \cdot 11 \text{ и } 23 & \end{array}$$

Числа в паре не взаимнопростые и являются делителями числа 2024. Ответ: 13 пар

2. Считаем максимально возможную сумму цифр

19:59

$$1+9+5+9=24$$

Минут, которых придёт с полудня $24 \cdot 60 - 1 = 1439$

Значит ^{сумма цифр} в ~~время~~ ^{сумма цифр}, которое показывают часы в 24 раза меньше, чем в ~~время~~ ^{сумма цифр} придущих минут с полудня.

$$24 \cdot 24 = 576$$

↑
максимально возможная сумма цифр

↑
условие из задачи.

Значит, что после 576 мин. с полудня не будет такого времени, чтобы подходило под условие.

Начнем перебирать суммы от 1 до 24

$$1) 24 \cdot 1 = 24 \quad \begin{array}{r} 24 \overline{) 60} \\ \underline{40} \quad 0 \text{ ост } 24 \end{array}$$

$$\overline{) 24} \quad 6 \neq 1 \text{ не подходит}$$

$$2+4=6$$

$$2) 24 \cdot 2 = 48 \quad \begin{array}{r} 48 \overline{) 60} \\ \underline{48} \quad 0 \text{ ост } 48 \end{array}$$

$$\overline{) 48} \quad 12 \neq 2$$

$$4+8$$

$$3) 24 \cdot 3 = 72 \quad \begin{array}{r} 72 \overline{) 60} \\ \underline{60} \quad 12 \text{ ост } 12 \end{array}$$

$$\overline{) 12} \quad 4 \neq 3$$

$$0+1+1+2$$

$$4) 24 \cdot 4 = 96 \quad \begin{array}{r} 96 \overline{) 60} \\ \underline{60} \quad 36 \text{ ост } 36 \end{array}$$

$$\overline{) 36} \quad 10 \neq 4$$

$$1+3+6=10$$

$$5) 24 \cdot 5 = 120 \quad \begin{array}{r} 120 \overline{) 60} \\ \underline{60} \quad 0 \text{ ост } 0 \end{array}$$

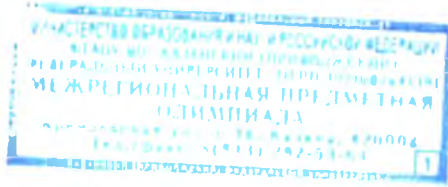
$$\overline{) 120} \quad 2 \neq 5$$

$$2+0+0+0=2$$

$$6) 24 \cdot 6 = 144 \quad \begin{array}{r} 144 \overline{) 60} \\ \underline{120} \quad 24 \text{ ост } 24 \end{array}$$

$$\overline{) 24} \quad 8 \neq 6$$

$$0+2+2+4$$



Межрегиональная предметная олимпиада КФУ
по «МАТЕМАТИКЕ», 8 класс,

$$7) 24 \cdot 7 = 168 \quad \begin{array}{r} 168 \overline{)60} \\ -120 \overline{)20} \text{ост } 48 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$02 : 48 \quad 14 \neq 7 \\ 2 + 4 + 8 = 14$$

$$8) 24 \cdot 8 = 192 \quad \begin{array}{r} 192 \overline{)60} \\ -180 \overline{)12} \text{ост } 12 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$03 : 12 \quad 6 \neq 8 \\ 3 + 1 + 2 = 6$$

$$9) 24 \cdot 9 = 216 \quad \begin{array}{r} 216 \overline{)60} \\ -180 \overline{)36} \text{ост } 36 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$03 : 36 \quad 12 \neq 9 \\ 3 + 4 + 6 = 12$$

$$10) 24 \cdot 10 = 240 \quad \begin{array}{r} 240 \overline{)60} \\ -240 \overline{)0} \text{ост } 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$04 : 00 \quad 4 \neq 10 \\ 4 + 0 + 0 + 0 = 4$$

$$11) 24 \cdot 11 = 264 \quad \begin{array}{r} 264 \overline{)60} \\ -240 \overline{)24} \text{ост } 24 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$04 : 24 \quad 10 \neq 11 \\ 4 + 2 + 4 = 10$$

$$12) 24 \cdot 12 = 288 \quad \begin{array}{r} 288 \overline{)60} \\ -240 \overline{)48} \text{ост } 48 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$04 : 48 \quad 16 \neq 12 \\ 4 + 4 + 8 = 16$$

$$13) 24 \cdot 13 = 312 \quad \begin{array}{r} 312 \overline{)60} \\ -300 \overline{)12} \text{ост } 12 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$05 : 12 \quad 8 \neq 13 \\ 5 + 1 + 2 = 8$$

$$14) 24 \cdot 14 = 336 \quad \begin{array}{r} 336 \overline{)60} \\ -300 \overline{)36} \text{ост } 36 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$05 : 36 \quad 14 = 14 \quad \text{Подходит!!}$$

$$15) 24 \cdot 15 = 360 \quad \begin{array}{r} 360 \overline{)60} \\ -360 \overline{)0} \text{ост } 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$06 : 00 \quad 6 \neq 15 \\ 0 + 6 + 0 + 0 = 6$$

$$16) 24 \cdot 16 = 384 \quad \begin{array}{r} 384 \overline{)60} \\ -360 \overline{)24} \text{ост } 24 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$06 : 24 \quad 12 \neq 16 \\ 6 + 2 + 4 = 12$$

$$17) 24 \cdot 17 = 408 \quad \begin{array}{r} 408 \overline{)60} \\ -360 \overline{)48} \text{ост } 48 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$06 : 48 \quad 18 \neq 17 \\ 0 + 6 + 4 + 8 = 18$$

$$18) 24 \cdot 18 = 432 \quad \begin{array}{r} 432 \overline{)60} \\ -420 \overline{)12} \text{ост } 12 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$07 : 12 \quad 10 \neq 18 \\ 0 + 7 + 1 + 2 = 10$$

$$19) 24 \cdot 19 = 456 \quad \begin{array}{r} 456 \overline{)60} \\ -420 \overline{)36} \text{ост } 36 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$07 : 36 \quad 16 \neq 19 \\ 0 + 7 + 3 + 6 = 16$$

$$20) 24 \cdot 20 = 480 \quad \begin{array}{r} 480 \overline{)60} \\ -480 \overline{)0} \text{ост } 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$08 : 00 \quad 8 \neq 20 \\ 8 + 0 + 0 + 0 = 8$$

$$21) \quad 24 \cdot 21 = 504 \quad \begin{array}{r} 504 \overline{) 60} \\ -480 \overline{) 8} \text{ rem } 24 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$08 : 24$$

$$8 + 2 + 4 = 14$$

$$19 \neq 21$$

$$22) \quad 24 \cdot 22 = 528 \quad \begin{array}{r} 528 \overline{) 60} \\ -480 \overline{) 48} \\ \hline 48 \end{array}$$

$$08 : 48$$

$$8 + 4 + 8 = 20$$

$$20 \neq 22$$

$$23) \quad 23 \cdot 24 = 552 \quad \begin{array}{r} 552 \overline{) 60} \\ -540 \overline{) 12} \\ \hline 12 \end{array}$$

$$09 : 12$$

$$9 + 1 + 2 = 12$$

$$12 \neq 23$$

$$24) \quad 24 \cdot 24 = 576 \quad \begin{array}{r} 576 \overline{) 64} \\ -540 \overline{) 36} \\ \hline 36 \end{array}$$

$$09 : 36$$

$$9 + 3 + 6 = 18$$

$$18 \neq 24$$

Answer: 05 : 36