

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональная предметная олимпиада



ШИФР

М8-74

(заполняется оргкомитетом)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 8 классов,
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

математика

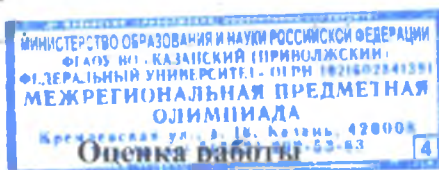
(наименование дисциплины)

Данные участника

ID номер участника

1013612

Дата "22" января 2025



Шифр 148-74
(заполняется оргкомитетом)

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	10	20	20	0											70
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																<i>[Signature]</i>

математика

(профиль олимпиады)

8

(класс участия)

Если цифры в числе могут повторяться,
то вариантов будет бесконечно много.
Если цифры в числе повторяться не могут,
то получим:

Чётные могут складываться на 0, 2, 4, 6, 8.
Нечётные на 1, 3, 5, 7, 9.

Сравним кол-во возможных чётных и
нечётных чисел:

Чётные: $2^0 + 2^1 + 2^3 + 2^5 + 2^7$

; степени двойки,
т.к. Число (цифры)
можно поставить или
не поставить.

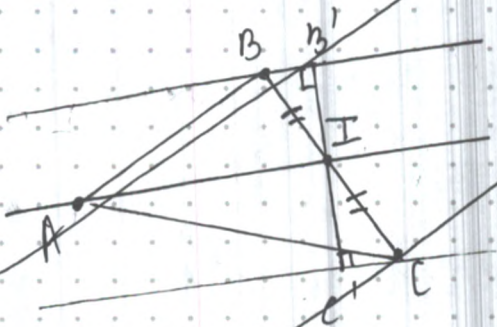
Нечётные: $2^0 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + 2^8$

Итого получаем: $2^0 + 2^1 + 2^3 + 2^5 + 2^7 < 2^0 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + 2^8$

Ответ: не меньше.

№4.

Способ: построить треугольник с вершинами в точках A, B и C.



На одной из его сторон отметить середину, и провести из противоположной стороне точки, прямую.

Затем через точки B и C провести прямые, параллельные построенной.

Отметим точки B' и C' (как на рисунке) так, чтобы прямая проходящая через середину стороны AB и треугольника (изначальной), была \perp параллельным прямым.

I - центр BC.

Тогда $\triangle IBB' = \triangle ICC'$ ($BI = IC$, $\angle BB'I = \angle CC'I = 90^\circ$, $\angle B'IB = \angle C'IC$ (верт.))

$\Rightarrow B'I = IC'$ - равносторонний

между пр. BB' и AI; и C'C и AI

тогда провести четвертую прямую

только 2 варианта, на том же

расстоянии либо выше к BB', либо к CC' (не между).

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 8 класс,

Аналогичная ситуация для двух оставшихся сторон \Rightarrow всего различных результатов $(\max) = 2 \cdot 3 = 6$.

Ответ: 6 решений.

पू. ५.

Различные 2024 на против монумента.

2024	2
1012	2
506	2
253	11
23	23
1	

$$\Rightarrow 2024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 23$$

Нужно чтобы a и b были
не взаимно простыми.

⇒ Единственные варианты

ans: 2u4; 2u22; 2u44; 2u46;
2u92; 22u46; 44u46; 22u92.

\Rightarrow всего 8 вариантов.

Ответ: 8 различных вариантов.

п52

С паузами \Rightarrow с 00:00.

Найдём $\max \Sigma$ цифр на часах: $1+9+5+9=$
 $=24.$

$\Rightarrow \max$ кол-во прошедших минут
 $=24 \cdot 24 = 576.$

576 минут = 9 часов 36 минут.

~~max Σ до 9 часов 36 минут = $9+9+9=27.$
 $20 \cdot 24 = 480 = 8$ часов $8+8+8=$
 $\max \Sigma$ до 8 часов = 24.~~

кол-во прошедших минут $\div 24$, т.к.
 Σ цифр - чётное.

Время на часах = кол-во прош. минут - вох
 минут

x - кол-во часов.

Пусть кол-во прошедших минут = n ,
 тогда $n = x + \frac{n-60x-y}{10} + y$, y - единицы в минуте

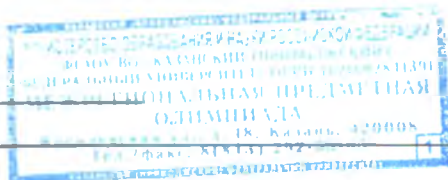
$$n = \frac{10x}{10} + \frac{n-60x-y}{10} + \frac{10y}{10} = \frac{10x+n-60x-y+10y}{10} =$$

$$= \frac{-50x+n+9y}{10} = -5x + \frac{n}{10} + \frac{9}{10}y$$

$$\Rightarrow \frac{9}{10}n = -5x + \frac{9}{10}y \Rightarrow 9n = -50x + 9y$$

$$\Rightarrow 9n - 9y = -50x \Rightarrow x \div 9 \quad (50, 9) \text{ н.д. } \text{вс} = 0$$

~~max~~ но max до не можем найти т.к.
 $\max \Sigma = 9+9+9=27$; $27 \cdot 24 = 648$; мин. $n = 576 - 36 = 540$. Ответ: 00:00
 $\text{вс} = 0.$



Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « Математике », 8 класс,

вариант _____

п54.
Способ: построить треугольник с вершинами в точках A, B и C.

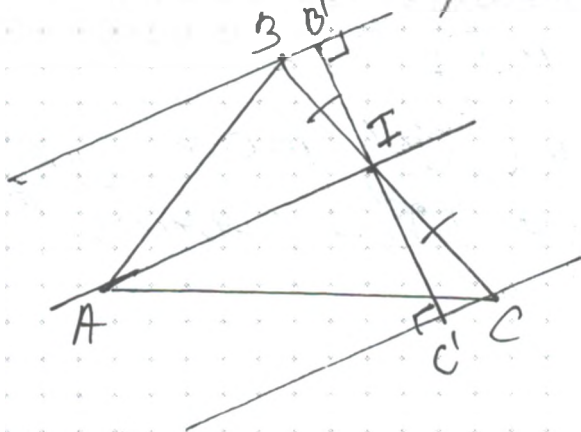


рис. 1

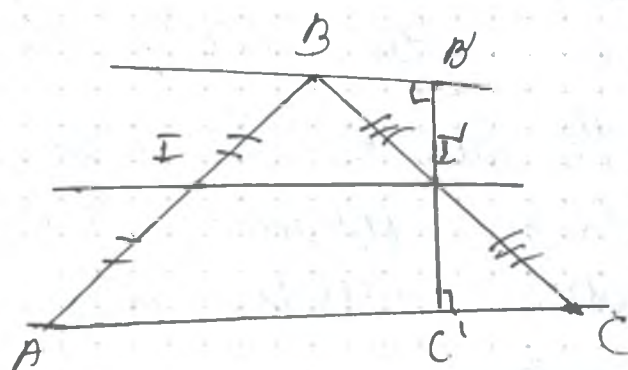


рис. 2.

I. Отметим середину стороны Δ -ка и проведем прямую из противоположной точки к середине. (I).

Через точки B и C проведем прямые, перпендикулярные AI.

Построим точки B' и C' (рис. 1) так, чтобы $B'C' \perp AI$.

Рассмотрим $\Delta IB'B'$ и $\Delta ICC'$.

$\angle B' = \angle C' = 90^\circ$; $BI = IC$; $\angle B'IB = \angle C'IC$ (верт.)
 $\Rightarrow \Delta IB'B' = \Delta ICC'$.

I. Проведем среднюю линию и продолжим ее через точку B так, чтобы $пр. AC \parallel BI' \parallel B'B'$

(рис 2)

$\Delta IB'B' = \Delta ICC'$

(аналогично как и рис. 1.).

~~Провести~~

$$\Rightarrow B'I = C'I$$

- расстояния.

$$\Rightarrow B'I = C'I$$

- расстояния.

В обоих случаях будет по 2 варианта построения и прямой, либо линии к BB' , либо линии к CC' (на расстояниях $= B'I$)

Но никак не между BB' и CC' , так как нарушится равенство расстояний от прямой AI .

~~\Rightarrow всего~~

Аналогичная ситуация и для 2 оставшихся сторон Δ -ков.

$$\Rightarrow \text{Всего } 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 12 \text{ вариантов. (max)}$$

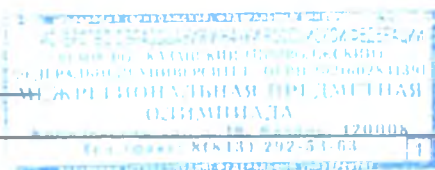
Ответ: 12 различных решений.

$$\text{Б.1.} \quad \min_{\text{Nat}} \text{число} = \frac{10}{99} \cdot 1000 = 101,0101 \dots \dots$$

(не кат.).

$$\Rightarrow \text{должно быть } > 101,0101 \dots \dots$$

$\frac{1000x}{y}$ = кат. число; $\frac{x}{y}$ должно быть кат. число
так мыльные (иные, при $\cdot 1000$ не будет целых кат. чисел).



Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 8 класс,

вариант _____

min $n=125$ (при 10 и 80), т.к.
все остальные дроби вида $\frac{x}{y}$, будут
давать больше 3 цифр после запятой.
($\frac{1}{80} < \frac{x}{y} < \frac{1}{10}$).

Проверка: $\frac{10}{80} = 0,125$
 $0,125 \cdot 1000 = 125$.

Ответ: 125.