

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональная предметная олимпиада



ШИФР	М8-58
------	-------

(заполняется оргкомитетом)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 8 классов,
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

(наименование дисциплины)

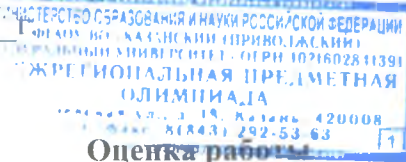
Данные участника

ID номер участника

933364

Дата "22" января

2025



Шифр

М8-58

(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	5	20	10	15											70
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Математика

(профиль олимпиады)

8

(класс участия)

Задание 1.
Есть надо, чтобы получилось N число, со всех вида abc невозможны. Значит, возьмем дробь, в которой числитель - наим. двузн., а знаменатель - наиб. двузн.: $\frac{10}{99} \cdot 1000$ - получается число с дробной частью, а такое по условию невозможно. Поэтому р/н все двузн. числа от 10 до 99. Возьмем дробь $\frac{1}{10}$, домножим на 10, т.к. в условии двузначные: получается $\frac{10}{100}$, такого быть не может, значит нужна другая дробь. Возьмем $\frac{1}{9}$, также домножим: $\frac{10}{90} \cdot 1000 = \frac{1000}{9} = 111,11...$, тоже не может. Возьмем $\frac{1}{8}$, домножим: $\frac{10}{80} \cdot 1000 = \frac{1000}{8} = 125$, подходит. Возьмем $\frac{1}{7}$, домножим: $\frac{1000}{7}$, тоже с дробной частью \Rightarrow не подходит, т.е. наим. N число можно получить получится только 125, т.к. $\frac{10}{80} = 0,125$; $0,125 \cdot 1000 = 125$.
Ответ: 125.

Задание 2.
В условии сказано переписать все моменты строк, в которых число минут, прошедших с полудня, ... \Rightarrow первые две цифры на часах $\rightarrow 00$. Обозначим сумму цифр за x , а кол-во минут за y ; \Rightarrow надо найти такие x и y , чтобы выполнялось неравенство: $x = 24y$, где 24 - кол-во раз, в которое кол-во минут больше, чем сумма цифр, т.е. $x : 24$ и

$x \leq 59$, т.е. на часах не может быть больше $\Rightarrow x:24$ и $x \leq 59$, т.е. подходит одно число 24 и 48. Р/н сначала даю. 00:24, в ней сумма цифр равна $0+0+2+4=6$, а т.к. я уже ранее писал, $x=6 \cdot 24$, а $6 \cdot 24$ будет 144, а часы такое показывать не могут, \Rightarrow 00:24 не подходит. Р/н 00:48, в этой тоже сумма цифр $= 0+0+4+8=12$, а $x=12 \cdot 24$, т.е. 288, тоже не может \Rightarrow 00:48 не подходит. Т.е. надо брать "мин" даты, т.е. с мин. суммой цифр. Р/н 00:01, сумма цифр $= 0+0+0+1=1$, а $12 \cdot 1=12$, а $12 \neq 12^1 \Rightarrow$ не подходит. Р/н 00:00, сумма цифр $= 0+0+0+0=0$, а мы знаем, что $x \neq 24 y \Rightarrow \cancel{0 \neq 24} \Rightarrow 0 = 24 \cdot 0$, т.е. $0=0$, подходит.

З3. Ответ: 00:00. П.

Для начала р/н все чет. цифр: 1, 3, 5, 7, 9 — всего их 5; р/н все чет. цифр: 0, 2, 4, 6, 8 — их тоже 5. Но надо заметить вот факт, что в некоторых растущих числах числа могут с любой цифрой, кроме 9, т.к. больше нечет цифр; а в четные числа могут начинаться с любой цифр, а не с 4, как в чет, т.к. с нуля число тоже не может начинаться, как и с 8. Запишем данные в таблицу:

//////	четн.	нечетн.
однознач.	4	5
двузнач.	$3+2+1=6$	$4+3+2+1=10$
трехзнач.	$7+6+...+1=28$	$8+7+...+1=36$
четырёхз.	$15+14+...+1=120$	$16+...+2+1=136$
пятизнач.	$31+...+3+2+1;$	$32+...+2+1;$

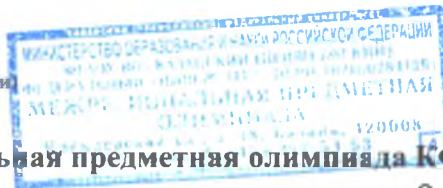
Из таблицы мы видим, что у четных на одну "первую" цифру меньше, из-за чего всегда будет меньше четных растущих чисел, т.к. еще с

однозначных четных было меньше \Rightarrow нечетных больше.

Ответ: нечет. больше.

З4.

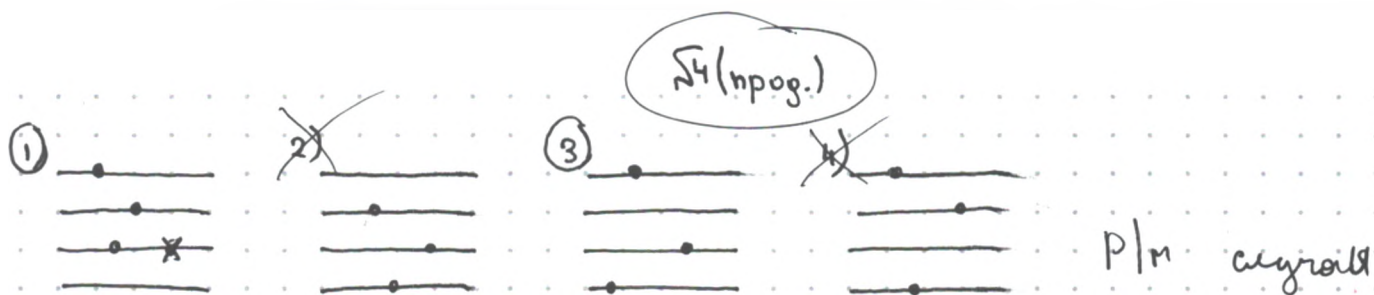
Всего возможны 4 случая:



Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

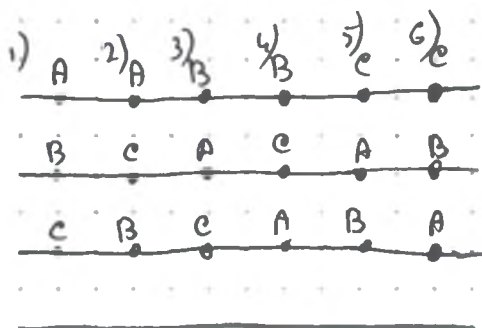
по « Математике »8

класс,



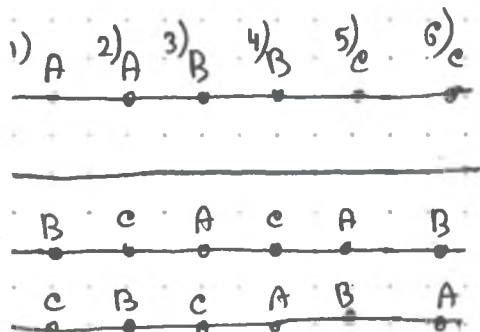
1 и 3, и 2 и 4: ~~1 и 3~~ 2 и 4 являются зеркальными для случаев 1 и 3, поэтому в ответ они не идут.

Р/м случаев 1 и все возможные места расположения точек A, B и C:



⇒ по рисунку видно, что всего возможных 6 случаев.

Р/м случаев 3 и все возможные места расположения точек A, B и C:



как построили
мет. объединения
⇒ по рисунку также видно,
что возможно 6 случаев.

Значит, всего может быть 12 ($6+6=12$) случаев.

Ответ: 12.

5.

Разложим 2024 на простые мн., чтобы узнать кол-во его делителей:

$$\begin{array}{r|l} 2024 & 2 \\ 1012 & 2 \\ 506 & 2 \\ 253 & 11 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array}$$

, т.е. $2024 = 2^3 \cdot 11 \cdot 23 \Rightarrow (3+1)(1+1)(1+1) = 16,$

значит, 2024 имеет ровно 16 делителей:

2024, 1, 23, 11, 88, 44, 23, 506, 2, 46, 4, 22, 92, 1012, 253 и 1 - всего 16.

Заметим, что 11 и 23 имеют только одно взаимно-аб-
солютно пар. Всего из 14 чисел состоит (пар):
 $11+10+\dots+2+1.$

У 23 и 7 чисел, которые из пар взаимно просты;

у 11 всего 8 пар; т.е.:

$$56+7+8 = 81 \text{ пар.}$$

Ответ: 81 пар.

(89) еще 8 пар!
↑