

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Межрегиональная предметная олимпиада



ШИФР	148-55
------	--------

(заполняется оргкомитетом)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
участника Олимпиады

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 8 классов,
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

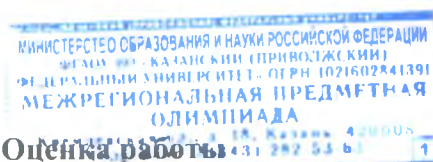
(наименование дисциплины)

Данные участника

ID номер участника

1175195

Дата "12" января 2025 г.



Шифр М8-55
(заполняется оргкомитетом)

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	5	15											80
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																<i>[Signature]</i>

МАТЕМАТИКА

(профиль олимпиады)

8

(класс участия)

a, b - двузначные числа $N1$

$$\frac{a}{b} \cdot 1000 = c \quad c - \text{мин?} \quad c \in \mathbb{N}$$

Реш: $1000 - \text{const} \Rightarrow$

$$\Rightarrow c - \text{мин при } a \text{ мин и } b \text{ max} \Rightarrow c \text{ min} \geq \frac{a_{\text{min}}}{b_{\text{max}}} \cdot 1000$$

$$a_{\text{min}} = 10, b_{\text{max}} = 99, c_{\text{min}} \geq \frac{10}{99} \cdot 1000$$

$$\begin{array}{r} 10000 \overline{) 99} \\ 99 \overline{) 101} \\ 100 \\ 99 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$c_{\text{min}} \geq 101 \frac{1}{99}, c \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c \geq 102, \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{1000}$$

$$\text{if } c = 102, \frac{a}{b} = \frac{102}{1000} = \frac{51}{500} \quad ; \quad \text{if } c = 103, \frac{a}{b} = \frac{103}{1000} \rightarrow$$

$$\text{if } c = 104, \frac{a}{b} = \frac{104}{1000} = \frac{52}{500} = \frac{26}{250} \rightarrow \quad ; \quad \text{if } c = 105, \frac{a}{b} = \frac{105}{1000} = \frac{21}{200} \rightarrow$$

$$\text{if } c = 106, \frac{a}{b} = \frac{106}{1000} = \frac{53}{500} \rightarrow \quad ; \quad \text{if } c = 107, \frac{a}{b} = \frac{107}{1000} \rightarrow$$

$$\text{if } c = 108, \frac{a}{b} = \frac{108}{1000} = \frac{54}{500} = \frac{27}{250} \rightarrow \quad ; \quad \text{if } c = 109, \frac{a}{b} = \frac{109}{1000} \rightarrow$$

$$\text{if } C = 110, \frac{a}{b} = \frac{110}{1000} = \frac{11}{1000} = \frac{11}{100} \neq$$

$$\text{if } C = 111, \frac{a}{b} = \frac{111}{1000} \neq$$

$$\text{if } C = 112, \frac{a}{b} = \frac{112}{1000} = \frac{56}{500} = \frac{28}{250} = \frac{14}{125} \neq$$

$$\text{if } C = 113, \frac{a}{b} = \frac{113}{1000} \neq$$

$$\text{if } C = 114, \frac{a}{b} = \frac{114}{1000} = \frac{57}{500} \neq$$

$$\text{if } C = 115, \frac{a}{b} = \frac{115}{1000} = \frac{23}{200} \neq$$

$$\text{if } C = 116, \frac{a}{b} = \frac{116}{1000} = \frac{58}{500} = \frac{29}{250} \neq; \text{if } C = 117, \frac{a}{b} = \frac{117}{1000} \neq$$

$$\text{if } C = 118, \frac{a}{b} = \frac{118}{1000} = \frac{59}{500} \neq$$

$$\text{if } C = 119, \frac{a}{b} = \frac{119}{1000} \neq$$

$$\text{if } C = 120, \frac{a}{b} = \frac{120}{1000} = \frac{60}{500} = \frac{6}{50} = \frac{12}{100} \neq$$

$$\text{if } C = 121, \frac{a}{b} = \frac{121}{1000} \neq$$

$$\text{if } C = 122, \frac{a}{b} = \frac{122}{1000} = \frac{61}{500} \neq$$

$$\text{if } C = 123, \frac{a}{b} = \frac{123}{1000} \neq$$

$$\text{if } C = 124, \frac{a}{b} = \frac{124}{1000} = \frac{62}{500} = \frac{31}{250} \neq$$

$$\text{if } C = 125, \frac{a}{b} = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8} = \frac{10}{80} \Rightarrow V$$

$$C_{\min} = 125$$

Ответ: 125

N3

Чтобы понять, какие числа больше, давайте сначала рассмотрим все растущие числа от 10 до 100:

четные

12; 14; 16; 18; 20; 22; 24; 26; 28; 30;
32; 34; 36; 38; 40; 42; 44; 46; 48; 50; 52;
54; 56; 58; 60; 62; 64; 66; 68; 70;
72; 74; 76; 78; 80; 82; 84; 86; 88; 90;
92; 94; 96; 98; 100

нечетные

13; 15; 17; 19; 21; 23; 25; 27; 29; 31; 33; 35; 37; 39; 41; 43; 45;
47; 49; 51; 53; 55; 57; 59; 61; 63; 65; 67; 69; 71; 73; 75; 77; 79;
81; 83; 85; 87; 89; 91; 93; 95; 97; 99

всего 16 чисел

всего 19 чисел

Теперь докажем, что нечетные больше:

1) Разобьем все цифры на пары: 0 1, 2 3, 4 5, 6 7, 8 9

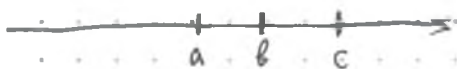
2) Заметим, что в паре первая цифра - четная \Rightarrow в ситуации, когда мы в больших разряде переходим в другой разряд (из нечетного числа в четное), мы четное из исходной пары использовать уже нельзя, а нечетное можно.

Отобразим это на схеме:

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « МАТЕМАТИКА », 8 класс,

№3 (продолжение)



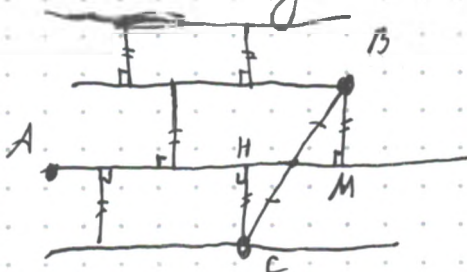
"в" и "с" образуют пару, а стоит перед в.
чет нечет

В числовой виде $\dots a$ на месте \square можно ставить и в, и с,
но уже в числовой виде $\dots b$ на месте \square можно ставить только с. \Rightarrow
 \Rightarrow возможностей использовать четные числа меньше и ~~того~~ нечетных
чисел будет больше.

Ответ: нечетных больше.

№4

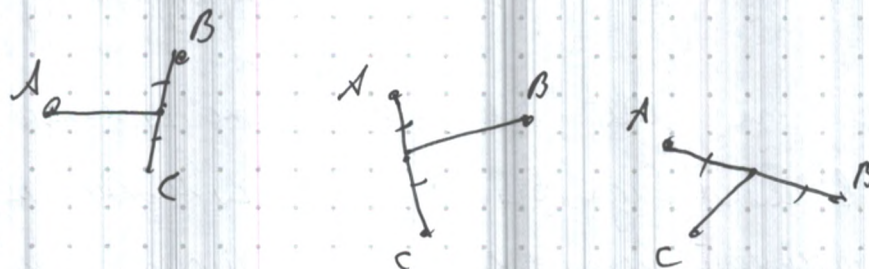
На плоскости произвольно взят ~~3~~ точки A, B, C , чтобы
провести 4 параллельные прямые (3 из которых через A, B и C),
надо соединить две точки, отметить середину этого отрезка (пусть
точка D) ^{напрямик B и C} , соединить D с третьей точкой ^{напрямик A} и продлить
эту первую прямую. Затем опустить из двух данных
точек B и C перпендикуляры на AD (пусть точки H и M , перпендикуляры
 BH и CM). $BH = CM$ (т.к. $BD = CD$). Проведем от AD в обе стороны
перпендикуляры, равные BH и CM и соединим их вершины,
не лежащие на AD ~~линии~~, с точками B и C . Получим
3 готовые параллельные прямые. Чтобы получить 4-ую, опустим
от любой крайней прямой ~~отрезок~~ перпендикуляры, равные
 BH и CM и соединим их вершины, не лежащие на прямой.



2.4 (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

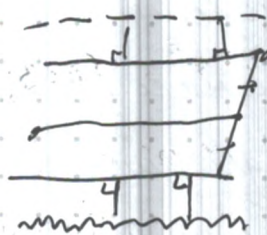
В. Всего возможно несколько вариантов расположения, это зависит от того, какие две точки мы соединим в начале 4-й от какой крайней прямой будем строить 4.

3 различными способами можно провести первую прямую (прямая через А или В или С в центре)



а также в каждом варианте доступно 2 способа проведения 4-ой прямой

--- - первый способ
 ~~~ - второй способ

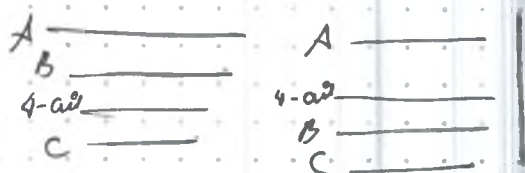


<> Всего есть  $2 \cdot 3 = 6$  вариантов

Ответ: 6 вариантов

2.5)  $\Rightarrow$  а; в состоят из 4-х множителей 1, 2, 2, 11, 23

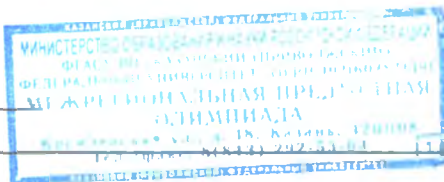
но стоит также учитывать, что используя другую матрицу, можно считать так, что 4-ая прямая будет не в краю, а в середине



$\Rightarrow$  + еще 2 варианта

Ответ:  $6 + 2 = 8$  вариантов





## Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « МАТЕМАТИКЕ », 8 класс,

вариант \_\_\_\_\_

N5

$$\begin{array}{r} 1024 \\ 1072 \\ 506 \\ 253 \\ \cdot 23 \\ 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 11 \\ 23 \end{array} \right.$$
 $\Rightarrow$  а и в состоят из множителей  $2, 2, 2, 11, 23$ 

Разделим наш подсчёт на группы:

- 1)  $2^n \cdot 2^k$ : 3 вар. ( $2, 2^2, 2^2, 2^3, 2, 2^3$ )
- 2)  $2^n \cdot 11, 2^k$  9 вар ( $n=3, k=3 \Rightarrow 3 \cdot 3$ )
- 3)  $2^n \cdot 23, 2^k$  9 вар ( $n=3, k=3 \Rightarrow 3 \cdot 3$ )
- 4)  $2^n \cdot 11 \cdot 23, 2^k$  9 вар ( $n=3, k=3 \Rightarrow 3 \cdot 3$ )
- 5)  $2^n \cdot 11, 2^k \cdot 23$  9 вар ( $n=3, k=3 \Rightarrow 3 \cdot 3$ )
- 6)  $2^n \cdot 11 \cdot 23, 2^k \cdot 11$  9 вар ( $n=3, k=3 \Rightarrow 3 \cdot 3$ )
- 7)  $2^n \cdot 11 \cdot 23, 2^k \cdot 23$  9 вар ( $n=3, k=3 \Rightarrow 3 \cdot 3$ )
- 8)  $2^n \cdot 11, 11$  3 вар      9)  $2^n \cdot 23, 23$  3 вар
- 10)  $2^n \cdot 11 \cdot 23, 11$  3 вар      11)  $2^n \cdot 11 \cdot 23, 23$  3 вар
- 12)  $11 \cdot 23, 23$       13)  $11 \cdot 23, 11$       14)  $2^2 \cdot 11 \cdot 23, 2 \cdot 11 \cdot 23$
- 15)  $2^3 \cdot 11 \cdot 23, 2 \cdot 11 \cdot 23$       16)  $2^3 \cdot 11 \cdot 23, 2^2 \cdot 11 \cdot 23$
- 17)  $2^n \cdot 11 \cdot 23, 11 \cdot 23$  3 вар ( $n=3$ )

Еще есть варианты.

$$\text{Сумма всех вариантов} = 9 \cdot 6 + 3 \cdot 6 + 5 = 78$$

Ответ: 78

N2

$$\overline{cd} + 60\overline{ab} = 24a + 24b + 24c + 24d$$

$$10\overline{cd} + 60\overline{ab}$$

$$(10c+d) + 60(10a+b) = 24a + 24b + 24c + 24d$$

$$10c + d + 600a + 60b = 24a + 24b + 24c + 24d$$

$$576a + 36b = 14c + 23d$$

$$216a + 360a + 36b = 4c + 22d + 10c + d$$

$$216a + 36\overline{ab} = 4c + 22d + \overline{cd}$$

$b \neq 0$ , м.к. можно получить

$$10c + d = 24c + 24d$$

$$-23d = 14c \quad \emptyset$$

$$a \leq 2 \quad a, b, c, d \in \mathbb{N}$$

$$b \leq 9$$

$$c \leq 5$$

$$d \leq 9$$

$$\frac{21}{9} \\ 198$$

$$\begin{array}{r} 198 \\ \times 14 \\ \hline 792 \\ 1782 \\ \hline 2772 \end{array}$$

$$216a + 36\overline{ab} \leq 216 \cdot 2 + 36 \cdot 99 = 24$$

$$216a + 36\overline{ab} \leq 1296$$

$$4c + 22d + \overline{cd} \leq 10 + 22 \cdot 9 + 59 \\ 20$$

$$4c + 22d + \overline{cd} \leq 277 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 216a + 36\overline{ab} \leq 277$$

$a$  или  $1$  или  $0$

~~исследовать~~

исследовательский анализ  
получилось число 05:36

Ответ: 05:36