

Казанский (Приволжский) федеральный университет  
Межрегиональная предметная олимпиада

---



ШИФР

048-77

(заполняется оргкомитетом)

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**  
**участника Олимпиады**

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по математике для 8 классов,  
заключительный этап, 2024-2025 учебный год

Математика

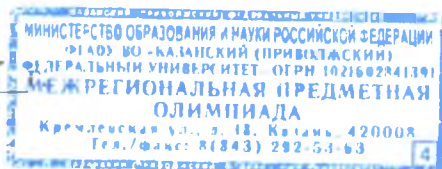
(наименование дисциплины)

**Данные участника**

ID номер участника

997972

Дата "22" января 2025



Шифр М8-77  
(заполняется оргкомитетом)

### Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	20	20	20	20	0											80
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																<i>[Signature]</i>

Математика

(профиль олимпиады)

8

(класс участия)

№2.

Пусть с момента полудня прошло  $x$  минут. Тогда:

$x = 24\left(\frac{y}{60} + (x-y)\right)$ , где  $y$  — неполное частное от деления  $x$  на 60, а  $x-y$  — остаток от деления  $x$  на 60. (y:60)

$$x = \frac{24y}{60} + 24x - 24y$$

$$23x = 24y - \frac{24y}{5}$$

$$23x = \frac{118y}{5}$$

$$115x = 118y$$

т.е.  $x = 24\left(\frac{y}{60} + x - y\right)$ , то и обе части натуральные, то  $x \div 24$ .

т.е. 115 и 118 взаимнопросты, то  $x \div 118$  и  $x \div 24$ .

$$\text{НОК}(24; 118) = 1416 \text{ мин.}$$

1416 мин = 23ч 36 мин. Следующее число, кратное 118 и 24 — это 2832 = 47ч 12 мин, что больше, чем 23ч 59 мин. Ответ: полдень 23ч 36 мин.

№2.

Путь кренило  $x$  минут. Тогда сейчас, а в часе 4 20 минут

$$x = 60(10a+b) + 10c+d, \quad 0 \leq a \leq 2; 0 \leq b \leq 9; 0 \leq c \leq 5; 0 \leq d \leq 9$$

Тогда:

$$60(10a+b) + 10c+d = 24(a+b+c+d)$$

$$600a + 60b + 10c + d = 24a + 24b + 24c + 24d$$

$$576a + 36b = 14c + 23d$$

$$36(16a+b) = 14c + 23d \Rightarrow 14c + 23d : 36$$

$$14c + 23d : 36, \text{ когда } d - \text{ перемен}$$

~~Реш.~~ Переберем все варианты:

$d=2$  - нет таких  $c$

$d=4$  - нет таких  $c$

$d=6$   $c=3$

$d=8$  - нет таких  $c$

$d=0$  - нет таких  $c$

$c=3; d=6; a=0; b=5 \Rightarrow$  сейчас 5 часов 36 минут.

Ответ: 05:36.

№3.

Возрастающее число четное, когда его последняя цифра четная

Возрастающее число нечетное в противном случае

Переберем пол-во вариантов поставив цифру той или иной четности на последнее место. Это зависит только от предпоследней цифры.

цифры. Будем рассматривать числа длиной хотя бы 2 цифры, т.к. если считать однозначное число возрастающим, то их поровну.

(2 и н.)

Предпол. цифра числа

пол-во вариантов

0

Ч

Н

1

4

4

2

3

4

3

3

3

4

2

3

5

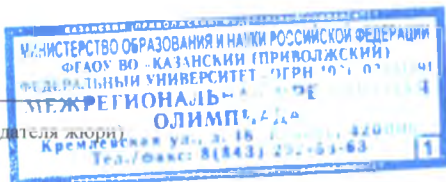
2

2

6

1

2



## Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 8 класс, $\sqrt{3}$  (продолжение)7  
8  
91 1  
0 1  
0 0

Нечетных вариантов больше.

Ответ: нечетных.

 $\sqrt{1}$ Заметим, что, если дробь ~~натуральная~~ <sup>истинное</sup> правильная, то числитель будет меньше.Т.к. натуральное число натуральное, то 1000 делится на знаменатель, даже после сокращения дроби  $\Rightarrow$  знаменатель ~~делится~~ <sup>дел</sup>на 4 после сокращения имеет множители 2 и 5, но не более, <sup>т.к.</sup> ~~и~~ <sup>и</sup> в 4 степени ~~и~~ <sup>и</sup> никакими другими.Чем больше знаменатель и меньше числитель, тем меньше ~~число~~.~~число~~ истинное число.Было:  $\frac{a}{b}$ 

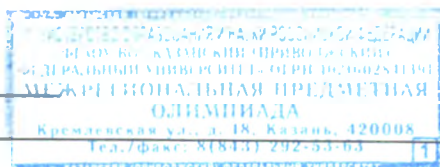
$$\text{Стало: } \frac{1000a}{b} = \frac{1000 \cdot mx}{2^k \cdot 5^n \cdot x}$$

$$\max_{2^k \cdot 5^n = 80} \frac{1000a}{b} = 125.$$

Ответ: 125.







## Межрегиональная предметная олимпиада КФУ

по « математике », 8 класс,

вариант \_\_\_\_\_

№4 (продолжение)

Теперь нужно провести четвертую прямую. Она может пересекать сторону  $AC$ , а может пересечь её продолжение. Если она пересекнет ее сторону, то по теореме Фалеса  $BM$  делит  $AC$  в отношении  $2:1$ . Это можно сделать 2-мя способами.

Если пересекает продолжение, то по теореме Фалеса  $BM$  делит  $AC$  в отношении  $1:1$  (1 способ), а четвертую прямую можно расположить 2-мя способами.

Итого для 1 стороны <sup>(если все они разные)</sup> есть 4 способа расположить прямые, а сторон 3  $\rightarrow$  Всего вариантов  $3 \cdot 4 = 12$ .  
Ответ: 12 результатов