Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Физика»
заключительный этап
2025-2026 учебный год (решения)
7 класс

Пояснения к критериям оценивания

Для получения полного балла по каждому пункту критериев в решении должен присутствовать закон, уравнение, неравенство, идея или прием, подходящий конкретно к данной задаче и записанный верно. При наличии общей формулировки или ошибки по данному пункту выставляется балл меньше максимального, включая 0 баллов. Решения далекие от авторского оцениваются вне критериев. Баллы за правильный ответ выставляются только при наличии корректного решения.

Задание 1. (25 б.)

Однородная прямая шестигранная призма с основанием в виде правильного шестиугольника и весом $1000\sqrt{3}$ Н может стоять на идеально гладкой горизонтальной поверхности двумя различными способами. При этом давление на поверхность составляет 4000 Па, когда призма опирается на прямоугольную боковую грань, и 1500 Па, когда призма опирается на шестиугольное основание. Найдите объем призмы.

Указание. Площадь правильного шестиугольника со стороной a равна $S_{\text{осн}} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}a^2$. Объем призмы $V = S_{\text{осн}} \cdot h$, где h — высота призмы (длина бокового ребра). Боковая грань — прямоугольник со сторонами a и h.

Возможное решение

Пусть a — сторона шестиугольного основания, h — высота призмы. Вес призмы $P = 1000\sqrt{3}$ Н. Когда призма стоит на прямоугольной боковой грани, площадь опоры $S_1 = ah$. Давление

$$p_1 = \frac{P}{S_1} = \frac{P}{ah} = 4000\,\text{Па}.$$

Когда призма стоит на шестиугольном основании, площадь опоры $S_2 = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}a^2$. Давление

$$p_2 = \frac{P}{S_2} = \frac{2P}{3\sqrt{3}a^2} = 1500\,\text{Па}.$$

Объем призмы

$$V = S_2 \cdot h = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2h.$$

Можно заметить, что произведение p_1^2 на p_2 содержит в знаменателе выражение a^4h^2, как и квадрат объема.

$$a^4h^2 = \frac{4V^2}{27}$$

$$p_1^2p_2 = \frac{2P^3}{3\sqrt{3}a^4h^2}$$

$$p_1^2p_2 = \frac{9P^3}{2\sqrt{3}V^2}$$

Выражаем искомый квадрат объема

$$V^2 = \frac{9P^3}{2\sqrt{3}p_1^2p_2}$$

Подставляем численные значения и получаем

$$V^2 = \frac{9}{16}\text{м}^6$$

$$V = \frac{3}{4}\text{м}^3 = 0.75\,\text{м}^3$$

Критерии оценивания.

Элемент решения	**Балл**
Формулы для давления в обоих случаях через геометрические параметры призмы	6
Формула для объема через сторону и высоту	2
Прямая связь между известными давлениями и объемом или выражения для высоты и длины стороны через давления	8
Формула для объема или квадрата объема	4
Численное значение объема призмы	5

Задание 2. (25 б.)

У Родиона есть одинаковые по размеру кубики двух цветов — черные и белые. Кубики одного цвета имеют одинаковую массу. Решив сделать шахматную доску, он склеил из этих кубиков доски размером 5×5 и 7×7. При этом масса досок оказалась равна 13 кг и $25,5$ кг соответсвенно. Для создания доски из кубиков есть 2 правила:

1. Кубики выставлены плотно друг к другу в виде клетчатого квадрата.
2. Соседи по граням имеют разные цвета.

Массой клея пренебречь. Найдите возможные массы одного белого и одного черного кубика.

Возможное решение

Пусть m и n — массы белого и черного кубиков (в кг).

Для доски 5×5 возможны две раскраски:

$$\text{Белый угол: } 13m + 12n = 13, \quad \text{Черный угол: } 12m + 13n = 13.$$

Для доски 7×7 ($25,5$ кг $= 51/2$ кг):

$$\text{Белый угол: } 25m + 24n = \frac{51}{2}, \quad \text{Черный угол: } 24m + 25n = \frac{51}{2}.$$

Случай 1: углы одной расцветки.

$$\begin{cases} 13m + 12n = 13, \\ 25m + 24n = \dfrac{51}{2}. \end{cases} \Rightarrow m = \frac{1}{2},\ n = \frac{13}{24}.$$

Случай 2: углы разной расцветки.

$$\begin{cases} 13m + 12n = 13, \\ 24m + 25n = \dfrac{51}{2}. \end{cases} \Rightarrow m = \frac{19}{37},\ n = \frac{39}{74}.$$

Ответ

$$\text{Белый: } \frac{1}{2} \text{ кг, черный: } \frac{13}{24} \text{ кг или наоборот}$$

$$\text{Белый: } \frac{19}{37} \text{ кг, черный: } \frac{39}{74} \text{ кг или наоборот.}$$

Критерии оценивания.

Элемент решения	**Балл**
В решении сказано или явно используется два возможных варианта: одинаковый цвет углов у досок и разный цвет углов	3
Составлена система в случае с одинаковым цветом углов	6
Составлена система в случае с разным цветом углов	6
Решена система в случае с одинаковым цветом углов. Получен корректный ответ для масс ($m = 0.5$, $n = 13/24$).	4
Решена система в случае с разным цветом углов. Получен корректный ответ для масс ($m = 19/37$, $n = 39/74$).	4
Даны окончательные ответы в виде возможных пар масс белого и черного кубиков, с указанием, что цвета в каждой паре могут быть взаимозаменяемы (т.е. представлены все 4 комбинации). Если не указана хотя бы одна комбинация – за данный пункт 0 баллов.	2

Задание 3. (25 б.)

Имеются два типа идеальных пружин: тип А (одинаковые пружины) и тип Б (одна пружина, отличная от типа А). Известно, что:

1. Если подвесить груз массой 2 кг к двум последовательно соединенным пружинам типа А, то их общее (суммарное) удлинение составит 4 см.

2. Если подвесить груз массой 3 кг к двум последовательно соединенным пружинам: одна типа А и одна типа Б, то их общее удлинение составит 5 см.

Найдите общее удлинение, если подвесить груз массой 6 кг к трем последовательно соединенным пружинам: две типа А и одна типа Б. Массой пружин пренебречь.

Возможное решение

Введем обозначения: жесткость каждой пружины типа А равна k_A, жесткость пружины типа Б равна k_B.

Рассмотрим первый случай: две пружины типа А соединены последовательно.

$$\Delta l_1 = 2\frac{m_1 g}{k_A}$$

Здесь и далее g — ускорение свободного падения, $m_1 = 2$ кг, $\Delta l_1 = 4$ см.

Рассмотрим второй случай: последовательно соединены одна пружина типа А и одна типа Б.

$$\Delta l_2 = \frac{m_2 g}{k_A} + \frac{m_2 g}{k_B},$$

$m_2 = 3$ кг, $\Delta l_2 = 5$ см.

Теперь рассмотрим третий случай: три пружины последовательно: две типа А и одна типа Б.

$$\Delta l_3 = \frac{m_3 g}{k_A} + \frac{m_3 g}{k_A} + \frac{m_3 g}{k_B},$$

$m_3 = 6$ кг, Δl_3 – искомое удлинение. На этом этапе удобно использовать, что $m_3 = 3m_1$ и $m_3 = 2m_2$

$$\Delta l_3 = \frac{3m_1 g}{k_A} + \frac{2m_2 g}{k_A} + \frac{2m_2 g}{k_B}$$

$$\Delta l_3 = \frac{3}{2}\frac{2m_1 g}{k_A} + \frac{2m_2 g}{k_A} + \frac{2m_2 g}{k_B}$$

$$\Delta l_3 = \frac{3}{2}\Delta l_1 + 2\Delta l_2 = 16 \text{ см}$$

Критерии оценивания.

Элемент решения	**Балл**
Равенство сил, действующих на пружины, в последовательной цепочке и корректное использование закона Гука в задаче	4
Общее удлинение выражено через вес груза в первом случае или выражена жесткость пружины типа A	4
Общее удлинение выражено через вес груза во втором случае или выражена жесткость пружины типа B	4
Общее удлинение выражено через вес груза в третьем случае или записано выражение для жесткости системы пружин в третьем случае	5
Общее удлинение выражено в виде линейной комбинации известных удлинений или записано и упрощено общее выражение для удлинения через жесткость системы пружин	4
Численный ответ	4

Задание 4. (25 б.)

Петя и Вася бегут по окружности длиной 50 м с постоянной скоростью 5 м/с, всегда находясь на противоположных концах диаметра. По окружности также бегает пес с начальной скоростью 8 м/с. При встрече с Васей пес меняет направление движения на противоположное. При встрече с Петей он увеличивает или уменьшает скорость на 1 м/с, чередуя увеличение и уменьшение. В некоторый момент пес обогнал Петю и увеличил скорость до 9 м/с. Спустя какое время после этого момента он встретит Васю в 50-й раз?

Возможное решение

Рассмотрим движение пса после того, как он обогнал Петю и увеличил скорость до 9 м/с. Направление движения Пети будем считать положительным. В системе отсчета, связанной с Петей, Петя неподвижен, а Вася всегда находится на расстоянии 25 м от него (так как они на противоположных концах окружности длиной 50 м).

В начальный момент ($t = 0$) пес находится у Пети и начинает движение. Его скорость относительно земли 9 м/с, направление совпадает с Петей, поэтому скорость относительно Пети равна $9 - 5 = 4$ м/с.

Правила:

- При встрече с Васей направление меняется на противоположное.
- При встрече с Петей скорость изменяется на 1 м/с: если ранее увеличилась, то теперь уменьшается, и наоборот.

Поскольку в начальный момент скорость увеличилась до 9 м/с, следующая встреча с Петей приведет к уменьшению скорости на 1 м/с.

Опишем полный цикл, который повторяется:

1. **Движение от Пети к Васе.** Скорость относительно Пети: 4 м/с. Расстояние: 25 м. Время:

$$t_1 = \frac{25}{4} \text{ с.}$$

Встреча с Васей: направление меняется.

2. **Движение от Васи к Пете.** Скорость относительно земли: 9 м/с (против направления Пети). Относительно Пети: $-9-5=-14$ м/с. Расстояние: 25 м. Время:

$$t_2 = \frac{25}{14} \text{ с.}$$

Встреча с Петей: скорость уменьшается на 1 м/с, становится 8 м/с; направление не меняется.

3. **Движение от Пети к Васе** (в прежнем направлении). Скорость относительно земли: 8 м/с (против Пети). Относительно Пети: $-8-5=-13$ м/с. Расстояние: 25 м. Время:

$$t_3 = \frac{25}{13} \text{ с.}$$

Встреча с Васей: направление меняется на положительное.

4. **Движение от Васи к Пете.** Скорость относительно земли: 8 м/с (в направлении Пети). Относительно Пети: $8-5=3$ м/с. Расстояние: 25 м. Время:

$$t_4 = \frac{25}{3} \text{ с.}$$

Встреча с Петей: скорость увеличивается на 1 м/с, становится 9 м/с; направление не меняется. Состояние возвращается к начальному.

Длительность цикла:

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = \frac{25}{4} \text{ с} + \frac{25}{14} \text{ с} + \frac{25}{13} \text{ с} + \frac{25}{3} \text{ с} = \frac{19975}{1092} \text{ с.}$$

За один цикл происходят две встречи с Васей:

- первая через $T_1 = t_1 = \dfrac{25}{4}$ с,
- вторая через $T_2 = t_1 + t_2 + t_3 = \dfrac{3625}{364}$ с.

Чтобы найти время 50-й встречи, заметим, что 50 — четное число. Поэтому 50-я встреча соответствует формуле для четных встреч: если номер встречи $n = 2k$, то время встречи равно

$$t_n = T_2 + (k-1)T.$$

Для $n = 50$ имеем $k = 25$. Следовательно,

$$t_{50} = T_2 + 24T = \frac{3625}{364} \text{ с} + 24 \cdot \frac{19975}{1092} \text{ с.}$$

Приведем к общему знаменателю:

$$T_2 = \frac{3625}{364} \text{ с} = \frac{3625 \cdot 3}{1092} \text{ с} = \frac{10875}{1092} \text{ с,}$$

$$24T = 24 \cdot \frac{19975}{1092} \text{ с} = \frac{479400}{1092} \text{ с.}$$

Суммируем:

$$t_{50} = \frac{10875 + 479400}{1092} \text{ с} = \frac{163425}{364} \text{ с} \approx 449 \text{ с.}$$

Критерии оценивания

Элемент решения	**Баллы**
Определено, что Вася всегда находится на расстоянии 25 м от Пети вдоль окружности	1
Выделен полный цикл движения пса (например, от встречи с Петей до следующей такой же встречи)	3
Вычислена длительность первого этапа: $$t_1 = \frac{25}{4}\ \text{(с)}$$	4
Вычислена длительность второго этапа: $$t_2 = \frac{25}{14}\ \text{(с)}$$	4
Вычислена длительность третьего этапа: $$t_3 = \frac{25}{13}\ \text{(с)}$$	4
Вычислена длительность четвертого этапа: $$t_4 = \frac{25}{3}\ \text{(с)}$$	4
Найдена длительность полного цикла $T = t_1 + t_2 + t_3 + t_4$	1
Записана формула для времени 50-й встречи: $t_{50} = T_2 + 24T$	3
Получен ответ $$t_{50} = \frac{163425}{364}\ \text{с} \approx 449\ \text{с}$$	1