Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Физика»
заключительный этап
2025-2026 учебный год (решения)
8 класс

Пояснения к критериям оценивания

Для получения полного балла по каждому пункту критериев в решении должен присутствовать закон, уравнение, неравенство, идея или прием, подходящий конкретно к данной задаче и записанный верно. При наличии общей формулировки или ошибки по данному пункту выставляется балл меньше максимального, включая 0 баллов. Решения далекие от авторского оцениваются вне критериев. Баллы за правильный ответ выставляются только при наличии корректного решения.

Задание 1. (20 б.)

Однородный цилиндр высотой $H = 20\,\text{см}$ и плотностью $\rho_{\text{ц}} = 1{,}25\,\text{г/см}^3$ плавает в двухслойной жидкости. В первом сосуде нижняя жидкость имеет плотность $2\,\text{г/см}^3$, а верхняя — $1\,\text{г/см}^3$, причем высота верхнего слоя равна x см. Во втором сосуде нижняя жидкость имеет плотность $3\,\text{г/см}^3$, верхняя — $2\,\text{г/см}^3$, а высота верхнего слоя равна 5 см. В обоих случаях цилиндр плавает вертикально, пересекая границу раздела жидкостей. Объем части цилиндра, погруженной в нижнюю жидкость в первом случае, в 1,5 раза больше объема части, погруженной в нижнюю жидкость во втором случае. Найдите x.

Возможное решение

Пусть S — площадь основания цилиндра. Условие плавания (равенство веса и силы Архимеда) в каждом случае:

$$\rho_{\text{ц}} H = \rho_1 h_{\text{в}} + \rho_2 h_{\text{н}},$$

где $h_{\text{в}}$ – высота части цилиндра в верхней жидкости, $h_{\text{н}}$ – в нижней, причем полная глубина погружения $h_{\text{п}} = h_{\text{в}} + h_{\text{н}}$. Ускорение здесь и далее сокращено.
Первый сосуд: $\rho_1 = 1\,\text{г/см}^3$, $\rho_2 = 2\,\text{г/см}^3$.

$$1{,}25\,\text{г/см}^3 \cdot 20\,\text{см} = 1\,\text{г/см}^3 \cdot h_{\text{в1}} + 2\,\text{г/см}^3 \cdot h_{\text{н1}}$$

Объем, погруженный в нижнюю жидкость:

$$V_{\text{н1}} = S \cdot h_{\text{н1}} = S \cdot \frac{25\,\text{см} - h_{\text{в1}}}{2}.$$

Второй сосуд: $\rho_1' = 2\,\text{г/см}^3$, $\rho_2' = 3\,\text{г/см}^3$, $h_{\text{в2}} = 5\,\text{см}$.

$$1{,}25\,\text{г/см}^3 \cdot 20\,\text{см} = 2\,\text{г/см}^3 \cdot 5\,\text{см} + 3\,\text{г/см}^3 \cdot (h_{\text{п2}} - 5\,\text{см})$$

$$h_{\text{п2}} = 10\,\text{см}.$$

Объем, погруженный в нижнюю жидкость:

$$V_{\text{н2}} = S \cdot (h_{\text{п2}} - 5\,\text{см}) = S \cdot 5\,\text{см}.$$

По условию $V_{\text{н1}} = 1{,}5 \cdot V_{\text{н2}}$:

$$S \cdot \frac{25\,\text{см} - h_{\text{в1}}}{2} = 1{,}5 \cdot S \cdot 5\,\text{см}$$

$$\frac{25\,\text{см} - h_{\text{в1}}}{2} = 7{,}5\,\text{см}$$

$$h_{\text{в1}} = 10\,\text{см}.$$

Учитывая, что $h_{\text{п}} = 17{,}5\,\text{см} < H$, находим искомую толщину слоя $x = h_{\text{в}} = 10\,\text{см}$.

Критерии оценивания

Критерий	Баллы
Баланс сил по вертикали для первого сосуда	6
Баланс сил по вертикали для второго сосуда	6
Найдена полная глубина погружения во втором сосуде	3
Найден объем погруженный в нижнюю жидкость во втором сосуде	3
Найдена искомая высота	2

Задание 2. (20 б.)

У Родиона есть одинаковые по размеру кубики двух цветов — черные и белые. Кубики одного цвета имеют одинаковую массу. Решив сделать шахматную доску, он склеил из этих кубиков доски размером 5×5 и 7×7. При этом масса досок оказалась равна 13 кг и $25,5$ кг соответсвенно. Для создания доски из кубиков есть 2 правила:

1. Кубики выставлены плотно друг к другу в виде клетчатого квадрата.

2. Соседи по граням имеют разные цвета.

Массой клея пренебречь. Найдите возможные массы одного белого и одного черного кубика.

Возможное решение

Пусть m и n — массы белого и черного кубиков (в кг).

Для доски 5×5 возможны две раскраски:

$$\text{Белый угол: } 13m + 12n = 13, \quad \text{Черный угол: } 12m + 13n = 13.$$

Для доски 7×7 ($25,5$ кг $= 51/2$ кг):

$$\text{Белый угол: } 25m + 24n = \frac{51}{2}, \quad \text{Черный угол: } 24m + 25n = \frac{51}{2}.$$

Случай 1: углы одной расцветки.

$$\begin{cases} 13m + 12n = 13, \\ 25m + 24n = \dfrac{51}{2}. \end{cases} \Rightarrow m = \frac{1}{2},\ n = \frac{13}{24}.$$

Случай 2: углы разной расцветки.

$$\begin{cases} 13m + 12n = 13, \\ 24m + 25n = \dfrac{51}{2}. \end{cases} \Rightarrow m = \frac{19}{37},\ n = \frac{39}{74}.$$

Ответ

$$\text{Белый: } \frac{1}{2} \text{ кг, черный: } \frac{13}{24} \text{ кг или наоборот}$$

$$\text{Белый: } \frac{19}{37} \text{ кг, черный: } \frac{39}{74} \text{ кг или наоборот.}$$

Критерии оценивания.

Элемент решения	Балл
В решении сказано или явно используется два возможных варианта: одинаковый цвет углов у досок и разный цвет углов	2
Составлена система в случае с одинаковым цветом углов	5
Составлена система в случае с разным цветом углов	5
Решена система в случае с одинаковым цветом углов. Получен корректный ответ для масс ($m = 0.5$, $n = 13/24$).	3
Решена система в случае с разным цветом углов. Получен корректный ответ для масс ($m = 19/37$, $n = 39/74$).	3
Даны окончательные ответы в виде возможных пар масс белого и черного кубиков, с указанием, что цвета в каждой паре могут быть взаимозаменяемы (т.е. представлены все 4 комбинации). Если не указана хотя бы одна комбинация за данный пункт 0 баллов.	2

Задание 3. (20 б.)

Петя и Вася бегут по окружности длиной 50 м с постоянной скоростью 5 м/с, всегда находясь на противоположных концах диаметра. По окружности также бегает пес с начальной скоростью 8 м/с. При встрече с Васей пес меняет направление движения на противоположное. При встрече с Петей он увеличивает или уменьшает скорость на 1 м/с, чередуя увеличение и уменьшение. В некоторый момент пес обогнал Петю и увеличил скорость до 9 м/с. Спустя какое время после этого момента он встретит Васю в 50-й раз?

Возможное решение

Рассмотрим движение пса после того, как он обогнал Петю и увеличил скорость до 9 м/с. Направление движения Пети будем считать положительным. В системе отсчета, связанной с Петей, Петя неподвижен, а Вася всегда находится на расстоянии 25 м от него (так как они на противоположных концах окружности длиной 50 м).

В начальный момент ($t = 0$) пес находится у Пети и начинает движение. Его скорость относительно земли 9 м/с, направление совпадает с Петей, поэтому скорость относительно Пети равна $9 - 5 = 4$ м/с.

Правила:

- При встрече с Васей направление меняется на противоположное.
- При встрече с Петей скорость изменяется на 1 м/с: если ранее увеличилась, то теперь уменьшается, и наоборот.

Поскольку в начальный момент скорость увеличилась до 9 м/с, следующая встреча с Петей приведет к уменьшению скорости на 1 м/с.

Опишем полный цикл, который повторяется:

1. **Движение от Пети к Васе.** Скорость относительно Пети: 4 м/с. Расстояние: 25 м. Время:

$$t_1 = \frac{25}{4} \text{ с.}$$

Встреча с Васей: направление меняется.

2. **Движение от Васи к Пете.** Скорость относительно земли: 9 м/с (против направления Пети). Относительно Пети: $-9 - 5 = -14$ м/с. Расстояние: 25 м. Время:

$$t_2 = \frac{25}{14} \text{ с.}$$

Встреча с Петей: скорость уменьшается на 1 м/с, становится 8 м/с; направление не меняется.

3. **Движение от Пети к Васе** (в прежнем направлении). Скорость относительно земли: 8 м/с (против Пети). Относительно Пети: $-8-5=-13$ м/с. Расстояние: 25 м. Время:

$$t_3 = \frac{25}{13} \text{ с.}$$

   Встреча с Васей: направление меняется на положительное.

4. **Движение от Васи к Пете.** Скорость относительно земли: 8 м/с (в направлении Пети). Относительно Пети: $8-5=3$ м/с. Расстояние: 25 м. Время:

$$t_4 = \frac{25}{3} \text{ с.}$$

   Встреча с Петей: скорость увеличивается на 1 м/с, становится 9 м/с; направление не меняется. Состояние возвращается к начальному.

Длительность цикла:

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = \frac{25}{4} \text{ с} + \frac{25}{14} \text{ с} + \frac{25}{13} \text{ с} + \frac{25}{3} \text{ с} = \frac{19975}{1092} \text{ с.}$$

За один цикл происходят две встречи с Васей:

- первая через $T_1 = t_1 = \dfrac{25}{4}$ с,
- вторая через $T_2 = t_1 + t_2 + t_3 = \dfrac{3625}{364}$ с.

Чтобы найти время 50-й встречи, заметим, что 50 — четное число. Поэтому 50-я встреча соответствует формуле для четных встреч: если номер встречи $n = 2k$, то время встречи равно

$$t_n = T_2 + (k-1)T.$$

Для $n = 50$ имеем $k = 25$. Следовательно,

$$t_{50} = T_2 + 24T = \frac{3625}{364} \text{ с} + 24 \cdot \frac{19975}{1092} \text{ с.}$$

Приведем к общему знаменателю:

$$T_2 = \frac{3625}{364} \text{ с} = \frac{3625 \cdot 3}{1092} \text{ с} = \frac{10875}{1092} \text{ с,}$$

$$24T = 24 \cdot \frac{19975}{1092} \text{ с} = \frac{479400}{1092} \text{ с.}$$

Суммируем:

$$t_{50} = \frac{10875 + 479400}{1092} \text{ с} = \frac{163425}{364} \text{ с} \approx 449 \text{ с.}$$

Критерии оценивания

Элемент решения	Баллы
Определено, что Вася всегда находится на расстоянии 25 м от Пети вдоль окружности	1
Выделен полный цикл движения пса (например, от встречи с Петей до следующей такой же встречи)	3
Вычислена длительность первого этапа: $$t_1 = \frac{25}{4} \text{ (с)}$$	3
Вычислена длительность второго этапа: $$t_2 = \frac{25}{14} \text{ (с)}$$	3
Вычислена длительность третьего этапа: $$t_3 = \frac{25}{13} \text{ (с)}$$	3
Вычислена длительность четвертого этапа: $$t_4 = \frac{25}{3} \text{ (с)}$$	3
Найдена длительность полного цикла $T = t_1 + t_2 + t_3 + t_4$	1
Записана формула для времени 50-й встречи: $t_{50} = T_2 + 24T$	2
Получен ответ $$t_{50} = \frac{163425}{364} \text{ с} \approx 449 \text{ с}$$	1

Задание 4. (20 б.)

Длинный кабель представляет собой две коаксиальные (с совпадающей осью) цилиндрические жилы, разделенные слоем изоляции. Внутренняя жила представляет из себя цилиндр, внешняя – цилиндрический слой. При протекании тока через каждую из жил температура внутренней жилы с хорошей точностью постоянна по объему и равна 45°C. Температура внешней жилы также почти постоянна по объему и равна 35°C. В каждой жиле выделяется равная тепловая мощность тока. Если увеличить тепловую мощность тока в каждой жиле в 4 раза, внутренняя жила нагреется до 90°C. Найдите температуру внешней жилы в этом случае. Температура внешней среды предполагается постоянной и не зависящей от тока в кабеле.

Возможное решение

Введем обозначения: P — тепловая мощность, выделяемая в каждой жиле в первом случае, $T_1 = 45°\text{C}$ — температура внутренней жилы в первом случае, $T_2 = 35°\text{C}$ — температура внешней жилы в первом случае, T_0 — температура окружающей среды, R_1 — тепловое сопротивление изоляции между жилами, R_2 — тепловое сопротивление между внешней жилой и окружающей средой. Тепловой поток от внутренней жилы к внешней равен мощности, выделяемой во внутренней жиле:

$$P = \frac{T_1 - T_2}{R_1}.$$

Тепловой поток от внешней жилы к окружающей среде равен сумме мощностей, выделяемых в обеих жилах:

$$2P = \frac{T_2 - T_0}{R_2}.$$

Из первого уравнения находим R_1:

$$R_1 = \frac{T_1 - T_2}{P} = \frac{45°\mathrm{C} - 35°\mathrm{C}}{P} = \frac{10°\mathrm{C}}{P}.$$

Теперь рассмотрим случай, когда мощность в каждой жиле увеличена в 4 раза, то есть стала $4P$. Температура внутренней жилы стала $T_1' = 90°\mathrm{C}$, а внешней — T_2' (неизвестна). Уравнения теплового баланса принимают вид:

$$4P = \frac{T_1' - T_2'}{R_1}, \qquad 8P = \frac{T_2' - T_0}{R_2}.$$

Подставим $R_1 = 10°\mathrm{C}/P$ в первое уравнение:

$$4P = \frac{(90°\mathrm{C} - T_2')P}{10°\mathrm{C}}.$$

$$40°\mathrm{C} = 90°\mathrm{C} - T_2'$$

$$T_2' = 50°\mathrm{C}.$$

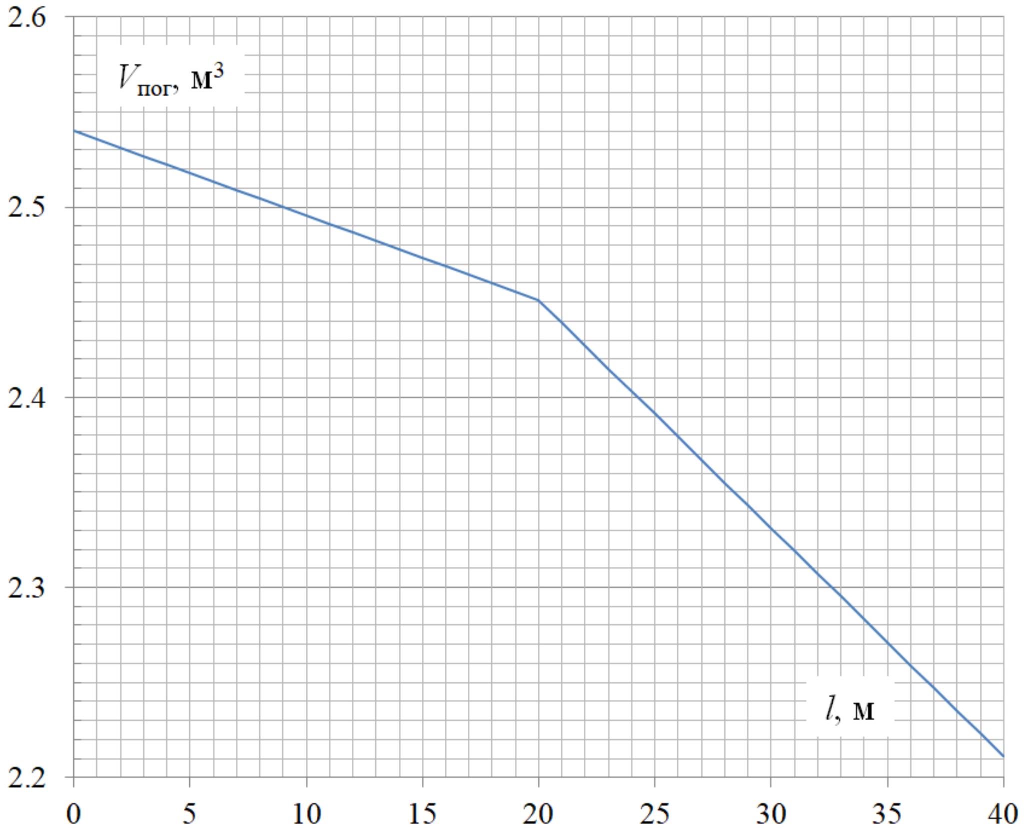
Таким образом, температура внешней жилы во втором случае равна 50°C.

Критерии оценивания

Критерий	**Баллы**
Идея о том, что тепло передается от внутренней жилы к внешней, а затем в окружающую среду	3
Уравнения/уравнение теплового баланса для исходного случая	5
Уравнения/уравнение теплового баланса для случая с увеличенной мощностью	5
Тепловое сопротивление или аналогичный коэффициент найден из исходного случая	5
Численное значение искомой температуры	2

Задание 5. (20 б.)

Небольшая лодка взяла на борт массивную однородную цепь и использует ее в качестве якоря. Чтобы опускать и поднимать цепь, рыбак использует лебедку. Медленно опуская с помощью лебедки цепь (без якоря) с лодки в озеро, рыбак каким-то образом замерил погруженный объем $V_{\text{пог}}$ корпуса лодки в зависимости от длины цепи l, спущенной в воду. Эта зависимость приведена на графике (см. рисунок). Определите по этим данным массу одного метра цепи λ и плотность металла ρ, из которого сделана цепь. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000\,\text{кг/м}^3$.



Возможное решение

По графику видно, что при определенной длине спущенной цепи происходит качественное изменение зависимости. Это связано с достижением дна концом цепи.

Рассмотрим условие равновесия для лодки отдельно на двух этих участках.

1. Цепь не достигла дна. Суммарная сила тяжести уравновешивается суммарной силой Архимеда:
$$\rho_{\text{в}} V_{\text{пог}} g + \frac{\rho_{\text{в}} \lambda l g}{\rho} = mg + L\lambda g,$$
где L — полная длина цепи, m – снаряженная масса лодки, g – ускорение свободного падения.
$$V_{\text{пог}} = \frac{m}{\rho_{\text{в}}} + \frac{L\lambda}{\rho_{\text{в}}} - \frac{\lambda l}{\rho}.$$
Таким образом,
$$V_{\text{пог}} = \text{const} - \frac{\lambda}{\rho} l.$$

2. Цепь достигла дна. Обозначим глубину озера H (длина цепи, достающая до дна). Тогда:
$$\rho_{\text{в}} V_{\text{пог}} g + \frac{\rho_{\text{в}} \lambda H g}{\rho} = mg + (L + H - l)\lambda g.$$

Преобразуем:

$$V_{\text{пог}} = \frac{m}{\rho_{\text{в}}} + \frac{(L+H)\lambda}{\rho_{\text{в}}} - \frac{\lambda H}{\rho} - \frac{\lambda}{\rho_{\text{в}}} l.$$

Получаем линейную зависимость:

$$V_{\text{пог}} = \text{const} - \frac{\lambda}{\rho_{\text{в}}} l.$$

Из графика видим два линейных участка. Тангенс угла наклона второго участка (цепь лежит на дне):

$$\frac{\lambda}{\rho_{\text{в}}} = \frac{0.24\,\text{м}^3}{20\,\text{м}} = 0.012\,\text{м}^2.$$

Отсюда:

$$\lambda = 0.012 \cdot 1000 = 12\,\text{кг/м}.$$

Для первого участка (цепь висит в воде) тангенс угла наклона:

$$\frac{\lambda}{\rho} = \frac{0.089\,\text{м}^3}{20\,\text{м}} = 0.00445\,\text{м}^2.$$

Используем найденное λ:

$$\rho = \frac{\lambda}{0.00445} = \frac{12}{0.00445} \approx 2.7 \cdot 10^3\,\text{кг/м}^3.$$

Критерии оценивания

Критерий	**Баллы**
Идея о соответствии момента касания конца цепи и дна точке перелома графика	3
Условие равновесия для случая, когда цепь не касается дна	4
Условие равновесия для случая, когда цепь касается дна	4
Вычисление коэффициента наклона прямых на графике (погрешность 5 %)	2
Составление системы уравнений для λ и ρ или их последовательное вычисление	3
Вычисление λ (погрешность 5 %)	2
Вычисление ρ (погрешность 5 %)	2