

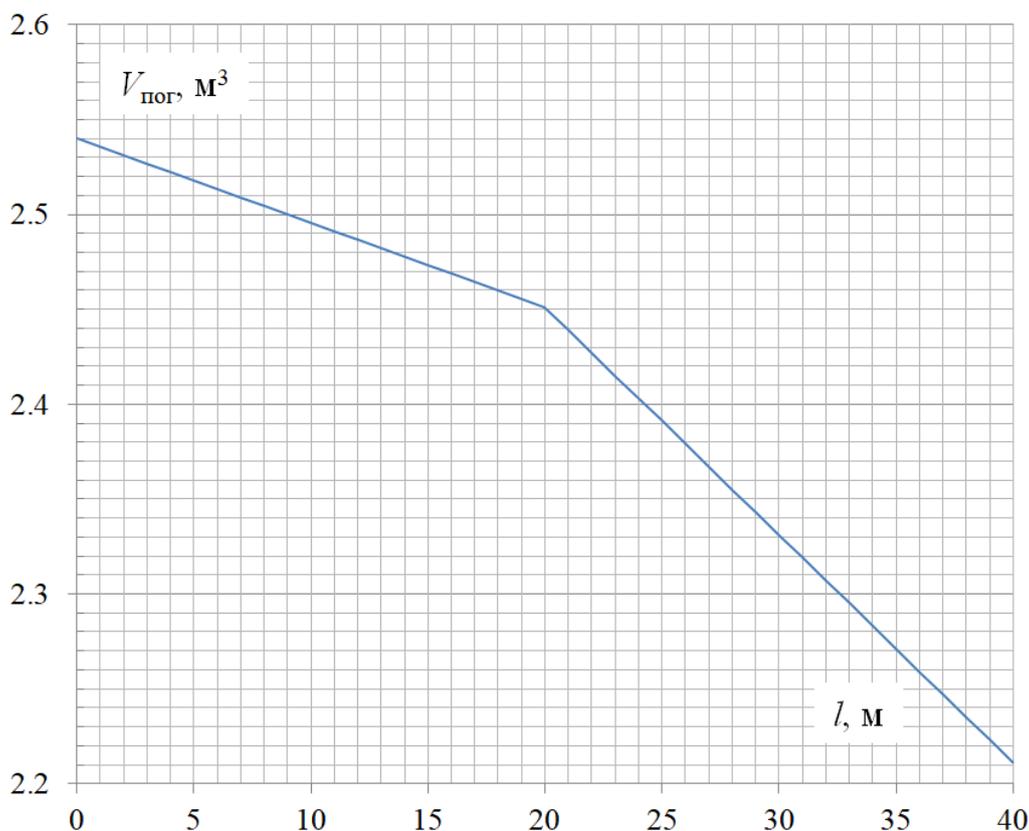
Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Физика»
заключительный этап
2025-2026 учебный год (решения)
9 класс

Пояснения к критериям оценивания

Для получения полного балла по каждому пункту критериев в решении должен присутствовать закон, уравнение, неравенство, идея или прием, подходящий конкретно к данной задаче и записанный верно. При наличии общей формулировки или ошибки по данному пункту выставляется балл меньше максимального, включая 0 баллов. Решения далекие от авторского оцениваются вне критериев. Баллы за правильный ответ выставляются только при наличии корректного решения.

Задание 1. (20 б.)

Небольшая лодка взяла на борт массивную однородную цепь и использует ее в качестве якоря. Чтобы опускать и поднимать цепь, рыбак использует лебедку. Медленно опуская с помощью лебедки цепь (без якоря) с лодки в озеро, рыбак каким-то образом замерил погруженный объем $V_{\text{пог}}$ корпуса лодки в зависимости от длины цепи l , спущенной в воду. Эта зависимость приведена на графике (см. рисунок). Определите по этим данным массу одного метра цепи λ и плотность металла ρ , из которого сделана цепь. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$.



Возможное решение

По графику видно, что при определенной длине спущенной цепи происходит качественное изменение зависимости. Это связано с достижением дна концом цепи.

Рассмотрим условие равновесия для лодки отдельно на двух этих участках.

1. Цепь не достигла дна. Суммарная сила тяжести уравновешивается суммарной силой Архимеда:

$$\rho_{\text{в}} V_{\text{пог}} g + \frac{\rho_{\text{в}} \lambda l g}{\rho} = mg + L \lambda g,$$

где L — полная длина цепи, m — снаряженная масса лодки, g — ускорение свободного падения.

$$V_{\text{пог}} = \frac{m}{\rho_{\text{в}}} + \frac{L \lambda}{\rho_{\text{в}}} - \frac{\lambda l}{\rho}.$$

Таким образом,

$$V_{\text{пог}} = \text{const} - \frac{\lambda}{\rho} l.$$

2. Цепь достигла дна. Обозначим глубину озера H (длина цепи, достающая до дна). Тогда:

$$\rho_{\text{в}} V_{\text{пог}} g + \frac{\rho_{\text{в}} \lambda H g}{\rho} = mg + (L + H - l) \lambda g.$$

Преобразуем:

$$V_{\text{пог}} = \frac{m}{\rho_{\text{в}}} + \frac{(L + H) \lambda}{\rho_{\text{в}}} - \frac{\lambda H}{\rho} - \frac{\lambda}{\rho_{\text{в}}} l.$$

Получаем линейную зависимость:

$$V_{\text{пог}} = \text{const} - \frac{\lambda}{\rho_{\text{в}}} l.$$

Из графика видим два линейных участка. Тангенс угла наклона второго участка (цепь лежит на дне):

$$\frac{\lambda}{\rho_{\text{в}}} = \frac{0.24 \text{ м}^3}{20 \text{ м}} = 0.012 \text{ м}^2.$$

Отсюда:

$$\lambda = 0.012 \cdot 1000 = 12 \text{ кг/м}.$$

Для первого участка (цепь висит в воде) тангенс угла наклона:

$$\frac{\lambda}{\rho} = \frac{0.089 \text{ м}^3}{20 \text{ м}} = 0.00445 \text{ м}^2.$$

Используем найденное λ :

$$\rho = \frac{\lambda}{0.00445} = \frac{12}{0.00445} \approx 2.7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Критерии оценивания

Критерий	Баллы
Идея о соответствии момента касания конца цепи и дна точке перелома графика	3
Условие равновесия для случая, когда цепь не касается дна	4
Условие равновесия для случая, когда цепь касается дна	4
Вычисление коэффициента наклона прямых на графике (погрешность 5 %)	2
Составление системы уравнений для λ и ρ или их последовательное вычисление	3
Вычисление λ (погрешность 5 %)	2
Вычисление ρ (погрешность 5 %)	2

Задание 2. (20 б.)

На пассажирском сиденье полноприводной машины укреплена наклонная плоская доска под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонтали. Если ускорение автомобиля, направленное вперед, будет достаточно велико, телефон не будет соскальзывать с этой наклонной плоскости, если перестать его придерживать. Коэффициент трения между телефоном и доской равен $\mu = 0,5$. Примем для простоты, что мощность автомобиля с учетом потерь во внутренних узлах может меняться под контролем водителя от 0 до $P_{\max} = 250$ кВт вне зависимости от скорости. Снаряженная масса автомобиля с водителем составляет $M = 1,5$ т. Коэффициент трения между колесами и дорогой $\mu_d = 0,9$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха и прочими аэродинамическими силами пренебречь.

а) Какой интервал времени телефон не будет соскальзывать, если стартовать из состояния покоя, поддерживая постоянно максимальную мощность автомобиля, разгоняясь по прямой горизонтальной дороге? Подразумевается, что телефон прекращают поддерживать, когда автомобиль начинает ускоряться, с этого же момента начинается отсчет времени.

б) Какой максимальный интервал времени можно непрерывно удерживать таким способом телефон от соскальзывания вниз, разгоняясь по прямой горизонтальной дороге?

Возможное решение

Минимальное ускорение для удержания телефона

Рассмотрим телефон в неинерциальной системе отсчета, связанной с автомобилем. На телефон действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, сила инерции $-m\vec{a}$ (направлена назад, так как автомобиль ускоряется вперед), сила нормальной реакции \vec{N} и сила трения $\vec{f}_{\text{тр}}$, направленная вверх вдоль плоскости (против возможного соскальзывания вниз). Ось x направим вверх вдоль наклонной плоскости, ось y — перпендикулярно плоскости вверх.

Уравнения равновесия:

$$\begin{aligned}x : & -mg \sin \alpha + ma \cos \alpha + f_{\text{тр}} = 0, \\y : & -mg \cos \alpha - ma \sin \alpha + N = 0.\end{aligned}$$

Условие отсутствия проскальзывания: $f_{\text{тр}} \leq \mu N$. Подставляя $f_{\text{тр}}$ и N , получаем неравенство:

$$mg \sin \alpha - ma \cos \alpha \leq \mu(mg \cos \alpha + ma \sin \alpha),$$

откуда

$$a \geq g \frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}.$$

Подставляя $\alpha = 60^\circ$, $\mu = 0,5$, $g = 10$ м/с²:

$$a_{\min} = 10 \cdot \frac{\sin 60^\circ - 0,5 \cos 60^\circ}{\cos 60^\circ + 0,5 \sin 60^\circ} \approx 10 \cdot \frac{0,6160}{0,9330} \approx 6,60 \text{ м/с}^2.$$

Ограничение ускорения силой сцепления колес

Поскольку автомобиль полноприводной, максимальная сила тяги ограничена только сцеплением всех колес с дорогой. Сила трения покоя со стороны является единственной внешней к автомобилю силой, дающей вклад в горизонтальное ускорение. Она не может превышать силу трения скольжения. Для горизонтальной дороги получаем:

$$F_{\text{тяги}}^{\max} = \mu_d Mg.$$

Соответствующее максимальное ускорение:

$$a_{\max} = \frac{F_{\text{тяги}}^{\max}}{M} = \mu_d g = 0,9 \cdot 10 = 9,0 \text{ м/с}^2.$$

Так как $a_{\min} < a_{\max}$, удержание телефона принципиально возможно.

Разгон с постоянной максимальной мощностью

При движении с **полезной** мощностью P , когда сила сонаправлена со скоростью, выполняется соотношение $P = Fv$. Ускорение в этом случае

$$a = \frac{F}{M} = \frac{P}{Mv}.$$

Но на начальном этапе максимальное ускорение ограничено величиной a_{\max} (из-за ограниченной силы). Избыток мощности расходуется на нагрев при пробуксовке колес.

Найдем скорость v_1 , при которой это условие $Ma_{\max}v \leq P_{\max}$ перестает выполняться:

$$Ma_{\max}v_1 = P_{\max}$$
$$v_1 = \frac{P_{\max}}{Ma_{\max}} = \frac{250 \cdot 10^3}{1500 \cdot 9,0} \text{ м/с} \approx 18,52 \text{ м/с}.$$

Время разгона до v_1 с постоянным ускорением a_{\max} :

$$t_1 = \frac{v_1}{a_{\max}} \approx \frac{18,52}{9,0} \approx 2,058 \text{ с}.$$

Далее ускорение уменьшается: $a = P_{\max}/(Mv)$. Телефон начнет соскальзывать, когда a станет меньше a_{\min} . Определим скорость v_2 , при которой $a = a_{\min}$:

$$\frac{P_{\max}}{Mv_2} = a_{\min}$$
$$v_2 = \frac{P_{\max}}{Ma_{\min}} \approx \frac{250 \cdot 10^3}{1500 \cdot 6,60} \text{ м/с} \approx 25,24 \text{ м/с}.$$

Время разгона от v_1 до v_2 при постоянной мощности можно найти, приравняв изменение кинетической энергии автомобиля к совершенной двигателем работе:

$$\frac{M(v_2^2 - v_1^2)}{2} = P_{\max}(t_2 - t_1).$$

Отсюда:

$$t_2 - t_1 = \frac{M}{2P_{\max}}(v_2^2 - v_1^2) \approx 0,883 \text{ с}$$

Общее время удержания при разгоне с постоянной максимальной мощностью:

$$t_a = t_1 + (t_2 - t_1) \approx 2,058 + 0,883 \approx 2,94 \text{ с}.$$

Максимальный интервал времени удержания

Чтобы удерживать телефон максимально долго, нужно поддерживать ускорение постоянным и равным a_{\min} до тех пор, пока это позволяет мощность. Как только требуемая мощность превысит P_{\max} , дальнейшее поддержание ускорения a_{\min} станет невозможным. Критическая скорость уже была найдена ранее:

$$v_2 = \frac{P_{\max}}{Ma_{\min}} \approx 25,24 \text{ м/с}.$$

Время разгона от 0 до v_2 с постоянным ускорением a_{\min} :

$$t_{\max} = \frac{v_2}{a_{\min}} \approx \frac{25,24}{6,60} \approx 3,82 \text{ с}.$$

После достижения v_2 мощность P_{\max} уже недостаточна для поддержания ускорения a_{\min} , поэтому телефон начнет соскальзывать.

Критерии оценивания

Критерий	Баллы
Уравнение движения / равновесия для телефона с учетом ускорения автомобиля	3
Условие отсутствия проскальзывания и получение формулы для минимального ускорения a_{\min}	2
Численное значение минимального необходимого ускорения	1
Учет ограничения ускорения силой сцепления колес и расчет максимального ускорения	2
Анализ разгона с постоянной максимальной мощностью: определение участков ограничения ускорения силой трения и мощностью	3
Расчет скорости перехода v_1 и времени разгона с максимальным ускорением a_{\max}	2
Определение скорости v_2 , при которой $a = a_{\min}$, и времени разгона от v_1 до v_2	1
Определение общего времени для пункта а)	2
Максимальное время удержания достигается при постоянном ускорении a_{\min}	2
Расчет максимального времени удержания (пункт б)	2

Задание 3. (20 б.)

Очень длинный кабель представляет собой две коаксиальные (с совпадающей осью) цилиндрические медные жилы, разделенные слоем изоляции. Внутренняя жила представляет из себя цилиндр, внешняя – цилиндрический слой. Внешний радиус кабеля подобран таким образом, что площади поперечного сечения жил равны. При протекании тока I_0 через каждую из жил, температура внутренней жилы постоянна по объему с хорошей точностью и равна 45°C , температура внешней жилы также почти постоянна по объему и равна 35°C . При токе $2I_0$, протекающем по каждой жиле, внутренняя жила нагревается до 90°C .

- Найдите температуру внешней жилы в этом случае (ток $2I_0$ в обеих жилах).
- Найдите температуру обеих жил при протекании тока $3I_0$ в каждой жиле.
- Найдите температуру обеих жил, когда ток $4I_0$ течет по внутренней жиле, а по внешней не течет вовсе.

Зависимостью сопротивления меди от температуры в данной задаче следует пренебречь. Температура внешней среды предполагается постоянной и не зависящей от тока в кабеле.

Возможное решение

Тепловая модель

Введем обозначения: T_1 – температура внутренней жилы, T_2 – температура внешней жилы, T_0 – температура окружающей среды (постоянна), R – электрическое сопротивление единицы длины каждой жилы (жилы имеют равные сечения, материал одинаков, зависимость от температуры пренебрегаем), R_{T1} – тепловое сопротивление между внутренней и внешней жилой (на единицу длины), R_{T2} – тепловое сопротивление между внешней жилой и окружающей средой (на единицу длины).

Мощность джоулева тепла, выделяемая на единицу длины:

$$P_1 = I_1^2 R, \quad P_2 = I_2^2 R.$$

Тепловой баланс устанавливается из условия, что все тепло, выделяемое во внутренней жиле, передается через изоляцию к внешней жиле, а суммарное тепло от внутренней и внешней жил

отводится от внешней жилы в окружающую среду:

$$P_1 = \frac{T_1 - T_2}{R_{\tau 1}}, \quad (1)$$

$$P_1 + P_2 = \frac{T_2 - T_0}{R_{\tau 2}}. \quad (2)$$

Из условия при токе I_0 ($I_1 = I_2 = I_0$) $T_1 = 45^\circ\text{C}$, $T_2 = 35^\circ\text{C}$. Из (1):

$$I_0^2 R = \frac{45^\circ\text{C} - 35^\circ\text{C}}{R_{\tau 1}} = \frac{10^\circ\text{C}}{R_{\tau 1}} \quad (3)$$

$$R_{\tau 1} = \frac{10^\circ\text{C}}{I_0^2 R}. \quad (4)$$

Из (2):

$$2I_0^2 R = \frac{35^\circ\text{C} - T_0}{R_{\tau 2}} \quad (5)$$

$$R_{\tau 2} = \frac{35^\circ\text{C} - T_0}{2I_0^2 R}. \quad (6)$$

При токе $2I_0$ ($I_1 = I_2 = 2I_0$) известно, что $T'_1 = 90^\circ\text{C}$. Подставим токи в (1):

$$(2I_0)^2 R = \frac{90^\circ\text{C} - T'_2}{R_{\tau 1}}$$

$$4I_0^2 R = \frac{90^\circ\text{C} - T'_2}{10/(I_0^2 R)}$$

$$90 - T'_2 = 4I_0^2 R \cdot \frac{10^\circ\text{C}}{I_0^2 R} = 40^\circ\text{C}.$$

Отсюда температура внешней жилы:

$$T'_2 = 90^\circ\text{C} - 40^\circ\text{C} = 50^\circ\text{C}. \quad (\text{ответ на пункт а})$$

Определим теперь температуру окружающей среды T_0 , она будет нужна в дальнейшем. Из (2) для этого случая:

$$4I_0^2 R + 4I_0^2 R = \frac{T'_2 - T_0}{R_{\tau 2}}$$

Подставим выражение для $R_{\tau 2}$ из (6):

$$8I_0^2 R = \frac{2I_0^2 R(50^\circ\text{C} - T_0)}{35^\circ\text{C} - T_0}.$$

$$8 = \frac{2(50^\circ\text{C} - T_0)}{35^\circ\text{C} - T_0}$$

$$140^\circ\text{C} - 4T_0 = 50^\circ\text{C} - T_0$$

$$T_0 = 30^\circ\text{C}.$$

Тогда из (6):

$$R_{\tau 2} = \frac{35^\circ\text{C} - 30^\circ\text{C}}{2I_0^2 R} = \frac{5^\circ\text{C}}{2I_0^2 R}.$$

Ток $3I_0$ (пункт б)

При $I_1 = I_2 = 3I_0$:

$$P_1 = P_2 = 9I_0^2 R.$$

Из (1):

$$9I_0^2 R = \frac{T_1 - T_2}{R_{\tau 1}}, \quad (7)$$

$$T_1 - T_2 = 9I_0^2 R \cdot \frac{10}{I_0^2 R} = 90^\circ \text{C}. \quad (8)$$

Из (2):

$$9I_0^2 R + 9I_0^2 R = \frac{T_2 - T_0}{R_{\tau 2}},$$
$$T_2 - 30^\circ \text{C} = 18I_0^2 R \cdot \frac{5}{2I_0^2 R} = 45^\circ \text{C}.$$

Отсюда:

$$T_2 = 30^\circ \text{C} + 45^\circ \text{C} = 75^\circ \text{C}.$$

Из (8):

$$T_1 = T_2 + 90^\circ \text{C} = 75^\circ \text{C} + 90^\circ \text{C} = 165^\circ \text{C}.$$

Ответ для пункта (б): $T_1 = 165^\circ \text{C}$, $T_2 = 75^\circ \text{C}$.

Ток $4I_0$ только во внутренней жиле (пункт в)

При $I_1 = 4I_0$, $I_2 = 0$:

$$P_1 = (4I_0)^2 R = 16I_0^2 R, \quad P_2 = 0.$$

Из (1):

$$16I_0^2 R = \frac{T_1 - T_2}{R_{\tau 1}} \quad (9)$$

$$T_1 - T_2 = 16I_0^2 R \cdot \frac{10^\circ \text{C}}{I_0^2 R} = 160^\circ \text{C}. \quad (10)$$

Теперь все тепло, выделяемое во внутренней жиле, передается внешней и отводится в среду, поэтому уравнение (2) принимает вид:

$$P_1 + 0 = \frac{T_2 - T_0}{R_{\tau 2}}$$

$$T_2 - 30^\circ \text{C} = 16I_0^2 R \cdot \frac{5}{2I_0^2 R} = 40^\circ \text{C}.$$

Отсюда:

$$T_2 = 30^\circ \text{C} + 40^\circ \text{C} = 70^\circ \text{C}.$$

Из (10):

$$T_1 = T_2 + 160^\circ \text{C} = 70^\circ \text{C} + 160^\circ \text{C} = 230^\circ \text{C}.$$

Ответ для пункта (в): $T_1 = 230^\circ \text{C}$, $T_2 = 70^\circ \text{C}$.

Критерии оценивания

Критерий	Баллы
Уравнения теплового баланса для жил	4
Тепловая мощность тока в жилах	2
Связь тепловых сопротивлений (или связанных величин), известных температур, тока и сопротивления	2
Температура окружающей среды T_0 найдена или выражена через известные температуры	2
Ответ на пункт а) с обоснованием	2
Ответ на пункт б) с обоснованием	4
Ответ на пункт в) с обоснованием	4

Задание 4. (20 б.)

На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F находится отрезок длиной $L \ll F$, расположенный вдоль главной оптической оси. Центр отрезка расположен на расстоянии $d > F$ от линзы. Если отрезок развернуть на 90° относительно его середины, длина его изображения уменьшится в k раз. Найдите d .

Указание: $(1 + a)^\gamma \approx 1 + \gamma a$, при $a \ll 1$.

Возможное решение

Рассмотрим два случая: исходное положение отрезка вдоль главной оптической оси и после поворота на 90° .

Отрезок вдоль главной оптической оси

Пусть середина отрезка находится на расстоянии d от линзы. Тогда расстояния от линзы до ближнего и дальнего концов равны соответственно:

$$d_1 = d - \frac{L}{2}, \quad d_2 = d + \frac{L}{2}.$$

Для каждого конца найдем расстояние до изображения по формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}.$$

Выразим f :

$$f = \frac{Fd}{d - F}.$$

Для концов:

$$f_1 = \frac{Fd_1}{d_1 - F}, \quad f_2 = \frac{Fd_2}{d_2 - F}.$$

Оба знаменателя не обращаются в 0, в противном случае изображение отрезка будет иметь бесконечную длину. Длина изображения вдоль оси:

$$L_{\text{oc}} = |f_2 - f_1|.$$

Далее рассмотрим 2 способа:

способ 1

Подставим расстояния концов отрезка в выражение для L_{oc}

$$L_{\text{oc}} = F \left(\frac{d - \frac{L}{2}}{d - \frac{L}{2} - F} - \frac{d + \frac{L}{2}}{d + \frac{L}{2} - F} \right).$$

$$L_{\text{oc}} = F \left(\frac{FL}{(d-F)^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2} \right).$$

Строго говоря, далее следует рассмотреть 2 случая:

1. $(d-F) \gg L$ Тогда вторым слагаемым можно пренебречь

$$L_{\text{oc}} = \frac{LF^2}{(d-F)^2}.$$

2. $(d-F)$ порядка L . В этом случае ответ на вопрос задачи с достаточной точностью уже известен: $d \approx F$. Рассмотрение этого случая не требуется для получения максимальной оценки за задачу.

способ 2

Поскольку $L \ll F$, можно использовать дифференциальное приближение. Из формулы линзы дифференцированием получаем продольное увеличение:

$$\frac{df}{dd} = - \left(\frac{f}{d} \right)^2.$$

Тогда для малого приращения $\Delta d = L$ изменение положения изображения:

$$\Delta f \approx \frac{df}{dd} \cdot L = - \left(\frac{f}{d} \right)^2 L.$$

Длина изображения равна модулю этого изменения:

$$L_{\text{oc}} = \left(\frac{f}{d} \right)^2 L.$$

Подставляем $f = \frac{Fd}{d-F}$:

$$\left(\frac{f}{d} \right)^2 = \left(\frac{F}{d-F} \right)^2.$$

Таким образом,

$$L_{\text{oc}} = L \cdot \frac{F^2}{(d-F)^2}.$$

Отрезок перпендикулярно главной оптической оси

После поворота отрезок расположен в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси, его середина по-прежнему на расстоянии d , а длина отрезка равна L . Все точки отрезка находятся примерно на одном расстоянии d от линзы. Поперечное увеличение линзы равно:

$$V = \frac{f}{d} = \frac{F}{d-F}.$$

Длина изображения в поперечном направлении:

$$L_{\text{перп}} = |V| \cdot L = L \cdot \frac{F}{d-F}.$$

Поворот отрезка

По условию длина изображения уменьшается в k раз после поворота, то есть:

$$L_{\text{перп}} = \frac{L_{\text{oc}}}{k}.$$

Подставляем выражения для длин изображений:

$$L \cdot \frac{F}{d-F} = \frac{1}{k} \cdot L \cdot \frac{F^2}{(d-F)^2},$$

$$\frac{1}{d-F} = \frac{F}{k(d-F)^2},$$

$$d-F = \frac{F}{k}.$$

Находим искомое значение d :

$$d = F + \frac{F}{k} = F \left(1 + \frac{1}{k} \right).$$

Критерии оценивания

Критерий	Баллы
Определение расстояний от линзы до концов отрезка в исходном положении	1
Применение формулы тонкой линзы для нахождения положений изображений концов отрезка в исходном положении	4
Использование приближения $L \ll F$ или понятия продольного увеличения нахождение длины осевого изображения	3
Корректный расчет длины осевого изображения с использованием $L \ll F$ / вычисление продольного увеличения любым способом или использование готовой формулы (продольное увеличение) для расчета длины осевого изображения	3
Нахождение поперечного увеличения для повернутого отрезка и длины поперечного изображения	4
Составление уравнения из условия уменьшения длины изображения в k раз	3
Решение уравнения и получение окончательной формулы для d	2

Задание 5. (20 б.)

В сосуд налиты вода и масло, образующие два слоя разной высоты (нижний слой — вода, верхний — масло). Общая высота слоев от дна сосуда до верхней поверхности масла $h = 110$ см. На дне сосуда закреплен маленький шарик. Когда шарик открепили, он, всплыв, подскочил на высоту $H = 20$ см над верхней поверхностью масла. Найдите отношение высоты слоя масла к высоте слоя воды $h_{\text{м}}/h_{\text{в}}$. Плотность материала шарика $\rho = 800$ кг/м³, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³, плотность масла $\rho_{\text{м}} = 900$ кг/м³. В этой задаче предполагается, что поверхность шарика обладает совершенно фантастическим свойством двигаться в жидкостях и газах без трения.

Возможное решение

Запишем второй закон Ньютона для шарика в воде, в масле и в воздухе. На него действует сила Архимеда (вверх) и сила тяжести (вниз):

$$ma_{\text{в}} = \rho_{\text{в}}gV - mg,$$

$$ma_{\text{м}} = \rho_{\text{м}}gV - mg,$$

$$ma = -mg,$$

где m — масса шарика, V — объем шарика, g — ускорение свободного падения, $a_{\text{в}}$, $a_{\text{м}}$, a — ускорения шарика в воде, в масле и в воздухе соответственно. Отсюда ускорения:

$$a_{\text{в}} = \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho} - 1 \right) g, \quad a_{\text{м}} = \left(\frac{\rho_{\text{м}}}{\rho} - 1 \right) g, \quad a = -g.$$

Пусть v_B — скорость шарика на границе раздела жидкостей (верхняя поверхность воды), а v_M — скорость шарика у верхней поверхности масла. Используя формулы равноускоренного движения, выразим высоты:

$$h_B = \frac{v_B^2}{2a_B}, \quad h_M = \frac{v_M^2 - v_B^2}{2a_M}, \quad H = \frac{v_M^2}{2g}.$$

Из выражения для H получим $v_M^2 = 2gH$. Подставим в формулу для h_M :

$$h_M = \frac{2gH - v_B^2}{2a_M} = \frac{gH - \frac{v_B^2}{2}}{a_M}.$$

Заметим, что $\frac{v_B^2}{2} = a_B h_B = a_B(h - h_M)$. Тогда:

$$a_M h_M = gH - a_B(h - h_M),$$

откуда

$$h_M = \frac{a_B h - gH}{a_B - a_M} = \frac{\left(\frac{\rho_B}{\rho} - 1\right)gh - gH}{\left(\frac{\rho_B}{\rho} - 1\right)g - \left(\frac{\rho_M}{\rho} - 1\right)g} = \frac{(\rho_B - \rho)h - \rho H}{\rho_B - \rho_M}.$$

Тогда высота слоя воды:

$$h_B = h - h_M = h - \frac{(\rho_B - \rho)h - \rho H}{\rho_B - \rho_M} = \frac{\rho H - (\rho_M - \rho)h}{\rho_B - \rho_M}.$$

Искомое отношение:

$$\frac{h_M}{h_B} = \frac{(\rho_B - \rho)h - \rho H}{\rho H - (\rho_M - \rho)h}.$$

Подставим числовые значения (в СИ: $h = 1.1$ м, $H = 0.2$ м):

$$\frac{h_M}{h_B} = 1.2.$$

Критерии оценивания

Критерий	Баллы
Запись второго закона Ньютона для шарика в каждой среде	3
Получение выражений для ускорений a_B , a_M , a	2
Использование кинематических формул для связи скоростей и пройденных путей	3
Составление уравнений для высот h_B , h_M , H через скорости и ускорения	4
Выражение h_M и h_B через заданные параметры	5
Получение отношения h_M/h_B в общем виде	2
Подстановка числовых значений и получение численного ответа	1