

Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Физика»
заключительный этап
2024-2025 учебный год
10-11 классы
Разбор задач

Пояснения к критериям оценивания.

Для получения полного балла по каждому пункту критериев в решении должен присутствовать закон, уравнение, неравенство, идея или прием, подходящий **конкретно** к данной задаче и записанный **верно**. При наличии общей формулировки или ошибки по данному пункту выставляется балл меньше максимального, включая 0 баллов. Решения далекие от авторского оцениваются вне критериев.

Задача 1. (15 б.) Два железных ($^{56}_{26}\text{Fe}$) шарика по 1 молю атомов каждый находятся на большом расстоянии друг от друга. Под действием падающего на них света каждый из шариков потерял примерно равное количество электронов. В определенный момент оказалось, что сила взаимодействия шариков стала равна 0. Найдите количество электронов N , которое потерял каждый из шариков к этому моменту. Влиянием гравитации других тел пренебречь. Электрическая постоянная $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$, гравитационная постоянная $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$, Заряд электрона $e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

Возможное решение:

Масса шариков в данном случае численно равна их молярной массе. Запишем баланс сил, действующих на каждый из шариков.

$$G \frac{M_{\text{Fe}}^2}{R^2} = k \frac{N^2 e^2}{R^2}$$

Выразим количество электронов

$$N^2 = \frac{G}{k} \frac{M_{\text{Fe}}^2}{e^2}$$
$$N = \frac{M_{\text{Fe}}}{e} \sqrt{\frac{G}{k}} \approx 3 \cdot 10^7$$

Критерии оценивания:

Масса шариков равна их молярной массе.	3
Правильно записана сила гравитации.	3
Правильно записан закон Кулона.	3
Выражение для числа электронов (не обязательно, в случае правильного численного ответа засчитывается)	3
Численный ответ.	3

Задача 2. (17 б.) Кусок олова сбросили без начальной скорости с высоты 13500 м над поверхностью планеты без атмосферы. Полет до поверхности планеты занял 73.5 с. Упав, он абсолютно неупруго ударился о поверхность планеты. Какая часть олова расплавилась,

если 90% теплоты, выделившейся при ударе было поглощено оловом? До удара температура олова была 32 °С. Удельная теплоемкость олова 230 Дж/(кг·°С), удельная теплота плавления олова 59 кДж/кг, температура плавления олова 232 °С. Считать, что радиус планеты много больше высоты, с которой падал кусок олова.

Возможное решение:

Запишем закон сохранения энергии. В данном случае, поскольку удар был абсолютно неупругим, можно считать, что вся кинетическая энергия куска олова E перешла в тепловую энергию Q . Так как здесь отсутствует вязкое трение воздуха, вся потенциальная энергия куска олова (отсчитываем от поверхности планеты), находившегося на высоте $H = 13500$ м, перешла в кинетическую. Тогда можем записать

$$E = Q$$

Введем обозначения: m – масса куска олова, g – ускорение свободного падения, c – удельная теплоемкость олова, λ – удельная теплота плавления олова, $\Delta T = 200$ °С – изменение температуры олова от начальной $T_1 = 32$ °С до температуры плавления $T_2 = 232$ °С, t – время падения, α – искомая расплавившаяся доля массы олова.

Тогда потенциальная энергия куска олова до падения

$$E = m g H$$

$$g = \frac{2H}{t^2} = 5 \text{ м/с}^2$$

90% (то есть 0.9) всего выделившегося тепла пошло на его нагревание до температуры плавления и на фазовый переход

$$0.9Q = mc\Delta T + \alpha m\lambda$$

Подставив два первых уравнения в четвертое и сократив массу, получим

$$0.9gH = c\Delta T + \alpha\lambda$$

Отсюда искомая расплавившаяся часть олова

$$\alpha = \frac{0.9gH - c\Delta T}{\lambda} = 0.25 = 25\%.$$

Критерии оценивания:

Тепловая энергия равна кинетической энергии или изменению потенциальной энергии.	4
Найдено ускорение свободного падения.	3
Уравнение теплового баланса.	4
Выражение для доли олова, которая расплавилась (не обязательно, в случае правильного численного ответа засчитывается)	3
Численный ответ.	3

Задача 3. (17 б.) Две плоские пластинки толщиной 3 см каждая из пористых материалов прочно соединены между собой своими большими гранями. Плотность первого и второго материалов в сухом состоянии одинакова, однако каждый кубический сантиметр материала подводной части первой пластины впитывает в 2 раза больше воды, чем материал второй пластины. Впитыванием воды надводной частью пластин пренебречь. Если система будет плавать в воде так, что первый материал будет снизу, то равновесная глубина погружения составит 4 см. Если конструкцию перевернуть, то через продолжительное время глубина погружения будет 2 см. Найдите плотность материала пластинок в сухом состоянии. Плотность воды 1000 кг/м^3 . Процесс впитывания воды полностью обратим. Ширина и длина пластин значительно больше толщины, и система в обоих случаях плавает таким образом, что плоскость пластинок горизонтальна.

Возможное решение:

Запишем баланс сил, действующих на плавающее тело в двух случаях. Приравняем вес тела и силу Архимеда. Глубины погружения в первом и втором случае обозначим за h_1 и h_2 соответственно, толщину пластины за d . Массу воды, которую впитывает 1 м^3 материала второй пластины, обозначим за a . Искомую плотность обозначим за ρ , плотность воды ρ_w .

$$2d\rho + 2ad + (h_1 - d)a = 2d\rho + ad + ah_1 = \rho_w h_1$$

$$2d\rho + ah_2 = \rho_w h_2$$

Здесь мы сократили ускорение свободного падения и площадь пластин. Вычтем второе уравнение из первого и найдем a

$$a = \rho_w \left(\frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_2 + d} \right) = 400 \text{ кг/м}^3$$

Найдем ρ из второго уравнения

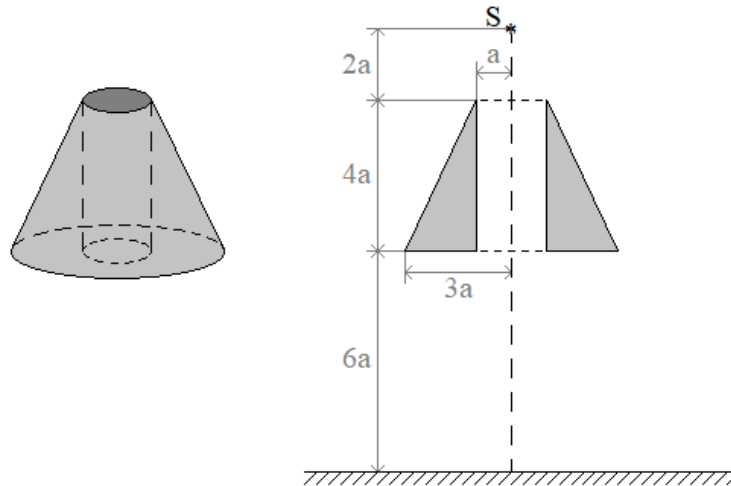
$$\rho = \frac{h_2(\rho_w - a)}{2d} = 200 \text{ кг/м}^3$$

Критерии оценивания:

Вес тела выражен через плотности в двух случаях.	4
Записана сила Архимеда в двух случаях.	4
Записан баланс сил по вертикали в двух случаях.	4
Аналитическое выражение для плотности пластин (не обязательно, в случае правильного численного ответа засчитывается)	3
Численное значение плотности пластин.	2

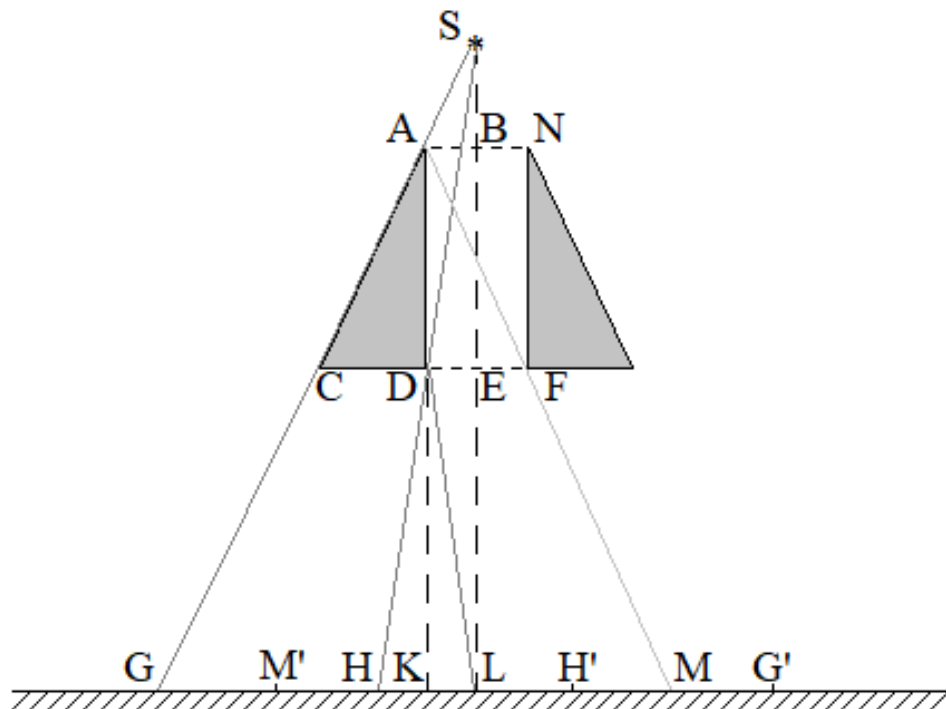
Задача 4. (17 б.) Тело, изображенное на рисунке слева, представляет собой усеченный прямой круговой конус со сквозным цилиндрическим отверстием, одно из оснований которого совпадает с меньшим основанием конуса. Конус расположен над горизонтальной поверхностью таким образом, что его основания параллельны поверхности. На оси конуса

находится точечный источник света S , как показано на рисунке справа (здесь рассматриваемый конус изображен в разрезе). Также на рисунке справа указаны размеры и расстояния в единицах a , где $a = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$ см. Конус выполнен из непрозрачного материала, поверхность стенок отверстия в конусе зеркальная. Найдите площадь тени, отбрасываемой конусом на горизонтальной поверхности.



Возможное решение:

Чтобы определить области горизонтальной поверхности, в которые попадает свет, рассмотрим ход лучей в разрезе конуса через крайние точки.



Луч, идущий через точку A , в силу подобия треугольников ABS и CES (по двум сторонам $\frac{CE}{AB} = \frac{3a}{a} = \frac{ES}{BS} = \frac{4a+2a}{2a} = 3$ и углу между ними $\angle ABS = \angle CES = 90^\circ$), будет «скользить» по поверхности конуса и попадет в точку G . Расстояние точки G от оси конуса, исходя из

подобия треугольников ABS и GLS (по двум сторонам $\frac{GL}{AB} = \frac{GL}{a} = \frac{LS}{BS} = \frac{6a+4a+2a}{2a} = 6$ и углу между ними $\angle ABS = \angle CES = 90^\circ$),

$$LG = 6a$$

Область поверхности слева от точки G будет освещена. Луч, идущий «чуть правее» точки A, попадет на зеркальную поверхность внутри отверстия и отразится от нее под углом к перпендикуляру $\angle NAF = \angle BAS$. Далее отраженный луч пойдет вблизи точки F, которая совпадает с нижним углом противоположной зеркальной поверхности, поскольку треугольники NAF и BAS подобны (по двум углам $\angle NAF = \angle BAS$ и $\angle ABS = \angle ANF = 90^\circ$), из чего следует $FN = \frac{AN}{AB} BS = \frac{2a}{a} 2a = 4a$. Но так как луч идет «чуть правее» точки A, отраженный луч пройдет «чуть левее» точки F, не отражаясь от противоположной стенки отверстия, и попадет в точку M горизонтальной поверхности. Найдем расстояние LM точки M от оси конуса. $\angle NAF = \angle KMA$ (как накрест лежащие), тогда $\angle BAS = \angle KMA$, отсюда подобие треугольников ABS и MKA (по двум углам $\angle BAS = \angle KMA$ и $\angle ABS = \angle MKA = 90^\circ$). Тогда $KM = \frac{KA}{BS} AB = \frac{6a+4a}{2a} a = 5a$.

$$LM = KM - LK = 5a - a = 4a$$

Луч, идущий через точку D, попав на нижний край зеркальной поверхности, исходя из равенства треугольников DES и DEL (по двум сторонам $ES = EL = 6a$, DE – общая, и углу между ними $\angle DES = \angle DEL = 90^\circ$), отразится от нее под углом к перпендикуляру $\angle EDL = \angle EDS$ и попадет в точку L, лежащую на оси конуса. Лучи, падающие на зеркальную поверхность между точками A и D, отражаясь от нее, будут попадать в точки отрезка LM.

Лучи, идущие от источника между точками D и F, не будут испытывать отражения, а будут падать прямо на поверхность между точками H и H'. Луч, идущий «чуть правее» точки D попадет в точку H поверхности. Из подобия треугольников DES и HLS (по двум углам $\angle DSE = \angle HSL$ и $\angle DES = \angle HLS = 90^\circ$) расстояние точки H от оси конуса

$$LH = \frac{LS}{ES} ED = \frac{6a + 4a + 2a}{4a + 2a} a = 2a$$

В силу симметрии можно сделать вывод, что лучи, падающие на правую зеркальную поверхность между точками N и F, отражаясь, будут попадать в точки отрезка $LM' = LM$. Таким образом, мы имеем три перекрывающихся отрезка: LM и LM' – освещенные отраженным светом, HH' – освещенный прямо падающим светом. Так как $LM = LM' = 4a > LH = LH' = 2a$, отрезок HH' лежит внутри отрезка MM' , и точки M и M' являются границами освещенной части поверхности. Также освещена часть поверхности слева от точки G и справа от точки G'. То есть область тени будет на отрезках GM' и MG' .

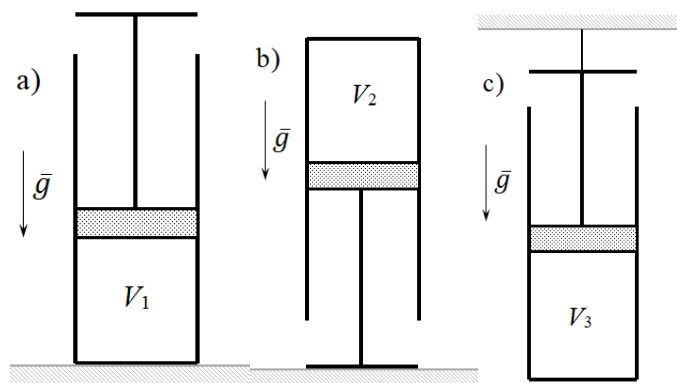
Если мысленно поворачивать отрезки GM' и MG' вокруг оси конуса, то они опишут кольцо с внутренним радиусом $r = LM = LM' = 4a$ и внешним радиусом $R = LG = LG' = 6a$. Площадь кольца можно вычислить как разность площадей внешнего и внутреннего кругов $S = \pi (R^2 - r^2)$. Тогда искомая площадь тени

$$S = \pi (R^2 - r^2) = \pi ((6a)^2 - (4a)^2) = 20\pi a^2 = 20\pi \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)^2 = 80 \text{ см}^2$$

Критерии оценивания:

Качественно установлена форма тени.	3
Найден внешний радиус тени (с обоснованием).	4
Найден внутренний радиус тени (с обоснованием).	6
Выражение для площади тени как площадь кольца.	2
Буквенный и численный ответ.	2

Задача 5. (17 б.) В распоряжении экспериментаторов имеется цилиндрический сосуд массой M с идеальным газом под герметичным поршнем. Поршень может двигаться в сосуде без трения. Поршень массой m оснащен ножкой (см. рис.), представляющей из себя диск на конце оси поршня. Массы поршня и сосуда считаются неизвестными. Если сосуд опирается дном на горизонтальный стол, объем газа равен V_1 (а). Если конструкцию перевернуть, объем установится равным V_2 (б). Если же подвесить систему за ножку поршня, объем газа установится равным V_3 (с). Найдите отношение m/M . Массой газа можно пренебречь по сравнению с массами поршня и сосуда. Температура газа в установившемся состоянии во всех случаях одинакова.



Возможное решение:

Количество газа и температура во всех случаях одинаковы, и мы запишем уравнение Менделеева – Клапейрона в виде:

$$p = \frac{c}{V}, \quad c = \text{const}$$

Из баланса сил, действующих на поршень или сосуд соответственно, находим давление в сосуде в различных случаях:

$$p_1 = \frac{mg}{S} + p_a = \frac{c}{V_1}$$

$$p_2 = \frac{Mg}{S} + p_a = \frac{c}{V_2}$$

$$p_3 = p_a - \frac{Mg}{S} = \frac{c}{V_3}$$

где p_a – атмосферное давление, S – площадь поршня, g – ускорение свободного падения. Комбинируя эти уравнения получаем искомое отношение

$$\frac{2Mg}{S} = c \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_3} \right),$$

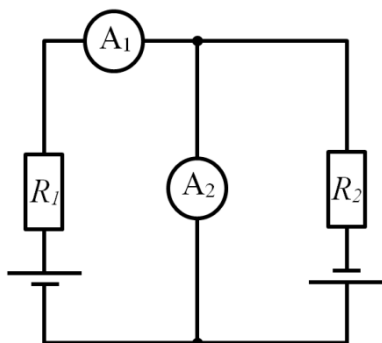
$$\frac{2mg}{S} = c \left(\frac{2}{V_1} - \frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_3} \right),$$

$$\frac{m}{M} = \frac{\left(\frac{2}{V_1} - \frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_3} \right)}{\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_3} \right)} = \frac{2V_2V_3 - V_1(V_3 + V_2)}{V_1(V_3 - V_2)}.$$

Критерии оценивания:

С помощью уравнения Менделеева – Клапейрона давление связано с объемом в различных случаях.	4
Давление связано с массой поршня с использованием баланса сил.	7
Неизвестные исключены из уравнений.	3
Найдено искомое отношение.	3

Задача 6. (17 б.) Представленную на рисунке схему питают две идентичные идеальные батарейки. При каких значениях отношения сопротивлений R_1/R_2 амперметр A_1 показывает в 3 раза больший ток, чем амперметр A_2 ? Амперметры идеальные, сопротивлением проводов пренебречь.



Возможное решение:

Обозначим за I_1 и I_2 токи через амперметры, за i_1 и i_2 – токи через резисторы. Запишем второе правило Кирхгофа для левого и правого от перемычки контуров.

$$i_1 R_1 = I_1 R_1 = \varepsilon$$

$$i_2 R_2 = \varepsilon$$

Первое правило Кирхгофа для узла может быть записано двумя способами в зависимости от направления тока через второй амперметр.

$$a) i_2 = I_1 + I_2$$

$$b) i_2 = I_1 - I_2$$

Подставим выражение для токов через резисторы и разделим уравнения друг на друга.

$$a) 1 = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{I_1 + I_2}{I_1}$$

$$b) 1 = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{I_1 - I_2}{I_1}$$

$$a) \frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{I_2}{I_1} = \frac{4}{3}$$

$$b) \frac{R_1}{R_2} = 1 - \frac{I_2}{I_1} = \frac{2}{3}$$

Критерии оценивания:

Записано Второе правило Кирхгофа или закон Ома для полной цепи для двух контуров.	4
Ток через амперметры связан с токами через резисторы.	3
Рассмотрены оба варианта направления тока в предыдущем пункте.	3
Найдено отношения сопротивлений.	5
Рассмотрены оба варианта направления тока в предыдущем пункте.	2