

Задания интернет-тура Олимпиады КФУ по математике  
для школьников 8 класса  
(ноябрь 2024 г)

**Задачи с выбором ответов (часть А)**

8.1 (8 баллов). В школьной библиотеке были учебники и словари, причем словари составляли 60% от всех книг. В сентябре было куплено некоторое количество учебников, после чего словари составили 20% всех книг. А в октябре купили ещё словарей, после чего словари стали снова составлять 60% от всех книг. Во сколько раз увеличилось количество книг после двух покупок?

- в три раза
- **в шесть раз**
- в девять раз
- выше нет правильного ответа

8.1 (8 баллов). В рыбном хозяйстве разводили форель и карпов, причем форели было 60%. В понедельник было продано некоторое количество форели, после чего она составила 20% всей рыбы. А во вторник продали некоторое количество карпов, так что форель стала составлять 40% всей рыбы. Какую долю от первоначального количества рыбы продали за эти два дня?

- 25%
- 60%
- **75%**
- выше нет правильного ответа

8.2 (8 баллов). Том и Гек собираются покрасить 4 забора, 20, 17, 10 и 6 метров соответственно. Время работы пропорционально длине, оплата повременная. Перейти к новому забору можно, только закончив покраску предыдущего. Том первым выбирает забор. С забора какой длины ему надо начать, чтобы заработать как можно больше?

- 20 м
- 17 м
- **10 м**
- 6 м

8.2 (8 баллов). Том и Гек собираются покрасить 4 забора, 25, 18, 9 и 7 метров соответственно. Время работы пропорционально длине, оплата повременная. Перейти к новому забору можно, только закончив покраску предыдущего. Том первым выбирает забор. С забора какой длины ему надо начать, чтобы заработать как можно больше?

- 25 м
- 18 м
- 9 м
- **7 м**

8.3 (8 баллов). Число заканчивается на две одинаковые, но не равные нулю, цифры (то есть имеет вид  $x = \overline{...aa}$ ). То же верно для его куба:  $x^3 = \overline{...bb}$ . Какое высказывание верно:

- Описанная ситуация невозможна
- Цифры  $a$  и  $b$  обязательно различные
- Цифры  $a$  и  $b$  обязательно совпадают
- **Цифры  $a$  и  $b$  могут быть как различными, так и совпадающими.**

8.3 (8 баллов). Квадрат числа  $n$  заканчивается на две одинаковые, но не равные нулю, цифры. Какое высказывание верное:

- Описанная ситуация невозможна
- Число  $n$  также заканчивается на две одинаковые цифры
- Число  $n$  не может заканчиваться на две одинаковые цифры
- **Число  $n$  может заканчиваться на две одинаковые цифры, а может и на разные.**

8.4 (8 баллов). На доске написаны четыре различных числа. Вовочка подсчитал все 6 попарных сумм этих чисел. Сколько среди этих сумм может оказаться одинаковых? Укажите наибольшее возможное количество:

- 3
- 4
- 5
- **среди ответов выше нет правильного**

8.4 (8 баллов). На доске написаны четыре различных числа. Любочка подсчитала все 6 попарных сумм этих чисел. Сколько среди этих сумм может оказаться различных? Укажите наименьшее возможное количество:

- 3
- 4
- **5**
- среди ответов выше нет правильного

8.5 (8 баллов). Дана трапеция  $ABCD$  с площадью 28. Точки  $P$  и  $Q$  выбираются произвольно на диагоналях  $AC$  и  $BD$  соответственно. Рассмотрим середины всех отрезков  $PQ$ , они покрывают некоторую фигуру. Площадь этой фигуры равна

- 0
- 12
- **14**
- 28

8.5 (8 баллов). Дан ромб  $ABCD$  с диагоналями  $AC = 8$  и  $BD = 10$ . Точки  $P$  и  $Q$  выбираются произвольно на диагоналях  $AC$  и  $BD$  соответственно. Рассмотрим середины всех отрезков  $PQ$ , они покрывают некоторую фигуру. Площадь этой фигуры равна

- 0
- **20**
- 30
- 40

### **Задачи с открытыми ответами (часть B)**

8.6 (12 баллов). Решите ребус  $K\Phi Y24 = (K\Phi + Y + \Phi)^3$ . Здесь разным буквам  $K$ ,  $\Phi$ ,  $Y$  соответствуют разные цифры, одинаковым – одинаковые ( $K\Phi Y24$  – пятизначное число). В ответе напишите число  $K\Phi Y$ .

**Ответ: 138.**

8.6 (12 баллов). Решите ребус  $(К + П + Ф + У)^4 + 24 = КПФУ$ . Здесь разным буквам К, П, Ф, У соответствуют разные цифры, одинаковым – одинаковые. В ответе напишите число КПФУ.

**Ответ: 1320.**

8.7 (12 баллов). Дан прямоугольник  $ABCD$ . Из точки  $A$  проведена прямая, перпендикулярная диагонали  $BD$ , она пересекает сторону  $BC$  в точке  $M$ . Известно, что луч  $AM$  делит прямой угол  $A$  в отношении  $1 : 2$ . Найти отношение  $AD:BM$ .

**Ответ: 3.**

8.7 (12 баллов). Дан прямоугольник  $ABCD$ . Биссектриса угла  $BAC$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $M$ . Известно, что  $MC$  составляет две трети от  $AD$ . Найти угол  $MAC$ . Ответ записать в градусах (без значка градуса).

**Ответ: 30.**

8.8 (12 баллов). Плоскую деталь размером 12 на 10 разрезали на прямоугольники площади 4 (с целочисленными длинами сторон). При этом общая длина разрезов оказалась равна 116. Сколько квадратов было среди прямоугольников?

**Ответ: 12.**

8.8 (12 баллов). Плоскую деталь размером 10 на 14 разрезали на прямоугольники площади 4 (с целочисленными длинами сторон). При этом общая длина разрезов оказалась равна 140. Сколько полосок шириной 1 было среди прямоугольников?

**Ответ: 24.**

8.9 (12 баллов). Аделаида Ивановна купила три комплекта беспроводных наушников разного типа. Всего она потратила 2400 рублей, причем самые дорогие отличались от самых дешевых на 350 рублей. Ее подруге понравились наушники средней цены, и она решила купить такие же. Сколько денег ей надо приготовить, чтобы наверняка хватило на покупку? Напишите наименьшую возможную сумму в целых рублях.

**Ответ: 917.**

8.9 (12 баллов). Аделаида Ивановна купила три новых наряда. Всего она потратила 12 609 рублей, причем самый дорогой наряд отличался от самого дешевого на 850 рублей. Ее подруге понравился самый дешевый наряд, и она решила купить такой же. Сколько денег ей надо приготовить, чтобы наверняка хватило на покупку? Напишите наименьшую возможную сумму в целых рублях.

**Ответ: 3920.**

8.10 (12 баллов). Рассмотрим числа вида  $n^2 - 2n + 26$  для натуральных  $n$ . Есть ли среди них точные квадраты? Если есть, напишите в ответе наибольший такой квадрат, если нет – напишите 0, если нет наибольшего – напишите  $(-1)$ .

**Ответ: 169.**

8.10 (12 баллов). Рассмотрим числа вида  $n^2 - 4n + 31$  для натуральных  $n$ . Есть ли среди них точные квадраты? Если есть, напишите в ответе наибольший такой квадрат, если нет – напишите 0, если нет наибольшего – напишите  $(-1)$ .

**Ответ: 196.**