

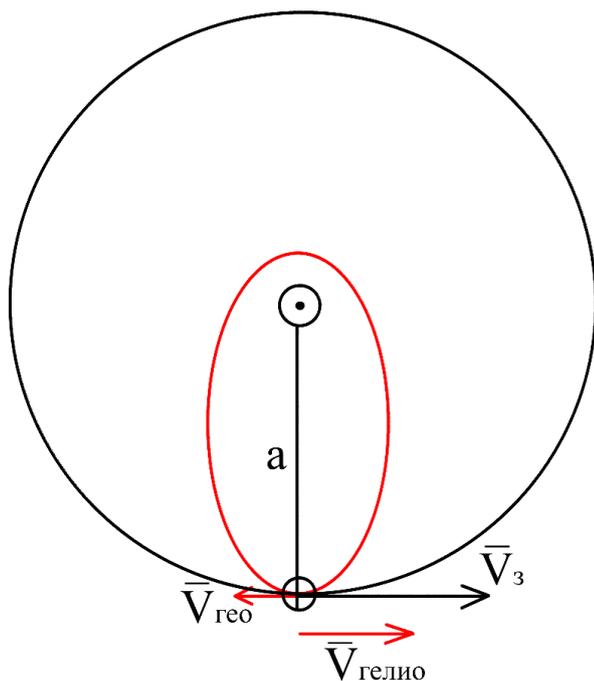
**Межрегиональная предметная олимпиада КФУ по астрономии,
заключительный этап, 2025/26 учебный год**

10-11 класс

Краткие решения.

11.1. Запуск межзвёздной миссии «Алараф» состоялся 21 июня 2126 года, в день летнего солнцестояния. Зонд был отправлен в направлении звезды β Девы (Алараф) с экваториальными координатами $\alpha=11^{\text{h}} 52^{\text{m}}$ и $\delta=+01^{\circ} 46'$. Чтобы преодолеть гравитацию Земли, геоцентрическая скорость зонда составляла 11.2 км/с (вторая космическая для Земли). Считая, что после вывода на орбиту и достижения параболической скорости зонд двигался с выключенными двигателями в направлении точки назначения, опишите его дальнейшую траекторию и определите параметры гелиоцентрической орбиты. На рисунке схематически изобразите Землю, Солнце и орбиту зонда. (20 баллов)

Решение: Для наблюдателя в Северном полушарии в день летнего солнцестояния Солнце находится в точке с координатами: $\alpha = 6^{\text{h}}, \delta = +23^{\circ} 26'$. Помимо этого стоит помнить, что Солнце имеет координаты $\alpha = 0^{\text{h}}, \delta = 0^{\circ}$ и $\alpha = 12^{\text{h}}, \delta = 0^{\circ}$ в дни весеннего и осеннего равноденствий соответственно. Так как направление на звезду Алараф по координатам близко к точке осеннего равноденствия, то можно считать, что зонд был запущен в плоскости эклиптики. (3 балла)



Также стоит обратить внимание, что разница прямых восхождений (угол) Солнца и Аларафа составляет: $\alpha_c - \alpha_\delta = 12^{\text{h}} - 6^{\text{h}} = 6^{\text{h}} = 90^{\circ}$. То есть запуск зонда перпендикулярен направлению на Солнце, а также, исходя из координат, противоположен направлению движения Земли. (3 балла при наличии словесного описания или соответствующих обозначений на рисунке)

В связи с малостью эксцентриситета земной орбиты, будем считать ее круговой. Скорость планеты направлена по касательной к орбите и равна $V_3 = 29.8$ км/с. (Данное значение можно получить по одной из формул: $2\pi a/T$; $\sqrt{2GM_e/a}$ или просто вспомнив его. За любой из вариантов можно получить 1 балл)

Схематичный рисунок запуска миссии «Алараф».

Черным цветом изображена орбита Земли;
Красным – орбита зонда и его скорости.

В условии задачи сказано, что геоцентрическая скорость зонда равна: $V_{\text{гео}} = V_2 = 11.2$ км/с. Тогда при переходе в гелиоцентрическую систему необходимо выполнить векторное сложение: $\vec{V}_{\text{гелио}} = \vec{V}_{\text{гео}} + \vec{V}_3$. Или же $V_{\text{гелио}} = V_3 - V_{\text{гео}}$ так как модуль гелиоцентрической скорости равен

разности модулей. Подставив значение, получится: $V_{\text{гелио}} = 29.8 - 11.2 = 18.6$ км/с. (2 балла). Допускается погрешность 0.2 км/с, при указании скорости Земли равной 30 км/с)

Так как $V_{\text{гелио}} < V_3$ (следовательно зонд не улетит за пределы Солнечной системы) и вектор $\vec{V}_{\text{гелио}} \perp a$, то точка старта зонда будет являться афелием гелиоцентрической орбиты. (1 балл) Из чего сразу можно сказать, что афелийное расстояние равно: $Q = a = 1$ а.е. и $V_a = V_{\text{гелио}} = 18.6$ км/с. Параметры орбиты можно найти, используя формулы: $V_a = \sqrt{\frac{GM_\odot}{a}} \cdot \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$ и $Q = a \cdot (1+e)$.

Выразив большую полуось a , как $Q/(1+e)$, подставив это в уравнение скорости и возведя в квадрат, получится: $V_a^2 = \frac{GM_\odot}{r} \cdot \frac{1-e}{1+e} \rightarrow V_a^2 = \frac{(1-e)GM_\odot}{r}$ Из данной формулы можно получить

эксцентриситет орбиты зонда, который равен $e = 0.61$ (2 балла) Вернувшись к подстановке, $a = 0.62$ а.е. (2 балла). Период орбиты считается по третьему закону Кеплера: $T^2 = a^3 \rightarrow T = \sqrt{a^3} \rightarrow T = 0.49$ лет ≈ 179 сут (2 балла)

При получении новой орбиты крайне важно считать перигелийное расстояние для проверки, что тело не столкнется с Солнцем. Используя формулу: $q = a \cdot (1 - e)$, получим $q = 0.24$ а.е. $= 3.6 \cdot 10^7$ км. Так как расстояние больше радиуса Солнца $q > R_\odot$, то столкновения не произойдет. (1 балл)

Получается, что зонд не вылетит за пределы Солнечной системы и будет летать по очень вытянутой эллиптической орбите в плоскости эклиптики. (3 балла за правильный рисунок орбиты зонда относительно Солнца и Земли)

11.2. Когда Бетельгейзе вспыхнет как сверхновая, блеск этой звезды на пике яркости будет сравним с блеском полной Луны. Каков диаметр телескопа, который при визуальном наблюдении Бетельгейзе в этот момент (и равнозрачковом увеличении) давал бы такую же яркость «диска» звезды, как и поверхностная яркость Солнца при наблюдении невооружённым глазом? (20 баллов)

Решение. Поверхностная яркость Солнца – яркость, с которой светит единичная площадка на его поверхности. Угловой размер Солнца составляет $30'$. Значит, что площадь Солнца 900 кв угловых минут и одна площадка светит в 900 раз слабее, чем все Солнце (2 балла).. По формуле Погсона получаем, что звездная величина единичной площадки составляет $m_0 = -26.7 + 2.5 \log(900) = -19.3$ (5 баллов). Далее необходимо найти диаметр объектива телескопа, при наблюдении через который Бетельгейзе с блеском равным блеску полной Луны ($m = -12.7$) будет равен блеску этой площадки при наблюдении невооруженным глазом ($d = 6$ мм). Известно, что светимость зависит от диаметра объектива как $E \sim D^2$ (1 балл). Отсюда имеем, что $m - m_0 = 5 \log(d/D)$. Следовательно, телескоп дает увеличение 21^x , диаметр его объектива будет равен $D = 125$ мм (5 баллов). Далее необходимо учесть, что при определенном увеличении Бетельгейзе перестанет быть точкой. Проверим, не нарушится ли это условие при полученном увеличении (2 балла). Для этого ее наблюдаемый размер должен быть меньше углового разрешения глаза (примем $\beta_0 = 60''$). Дифракционный предел телескопа $\theta = 206265'' \cdot 1.22 \lambda / D = 1''$ (Для $\lambda = 500$ нм) (3 балла).

$\beta = 21 \cdot 1'' = 21'' < 60''$ (2 балла). Значит, что полученное увеличение удовлетворяет условию.

Примечание: если при решении задачи участник ошибается в значении термина «поверхностная яркость» и считает полный блеск Солнца, то задача оценивается максимум в 10 баллов по следующим критериям. По формуле Погсона: $E_{\text{Солнце}}/E_{\text{Бетельгейзе}} = 2.512^{-12.7+26.7} = 4 \cdot 10^5$ (4 балла). $E_{\text{Солнце}}/E_{\text{Бетельгейзе}} = (D/d)^2$ (4 балла). Отсюда следует, что $D = 3.8$ м (2 балла).

11.3. Параллакс звезды 8^m составляет $0.015'' \pm 0.005''$. Каково расстояние до звезды и с какой точностью оно определено? (10 баллов)

Решение. Расстояние до звезды $r=1/\pi$, $r=66.67$ пк (5 баллов, из них 1 балл за верную формулу при ошибке в вычислении расстояния). В школьной программе есть два способа оценки ошибки:

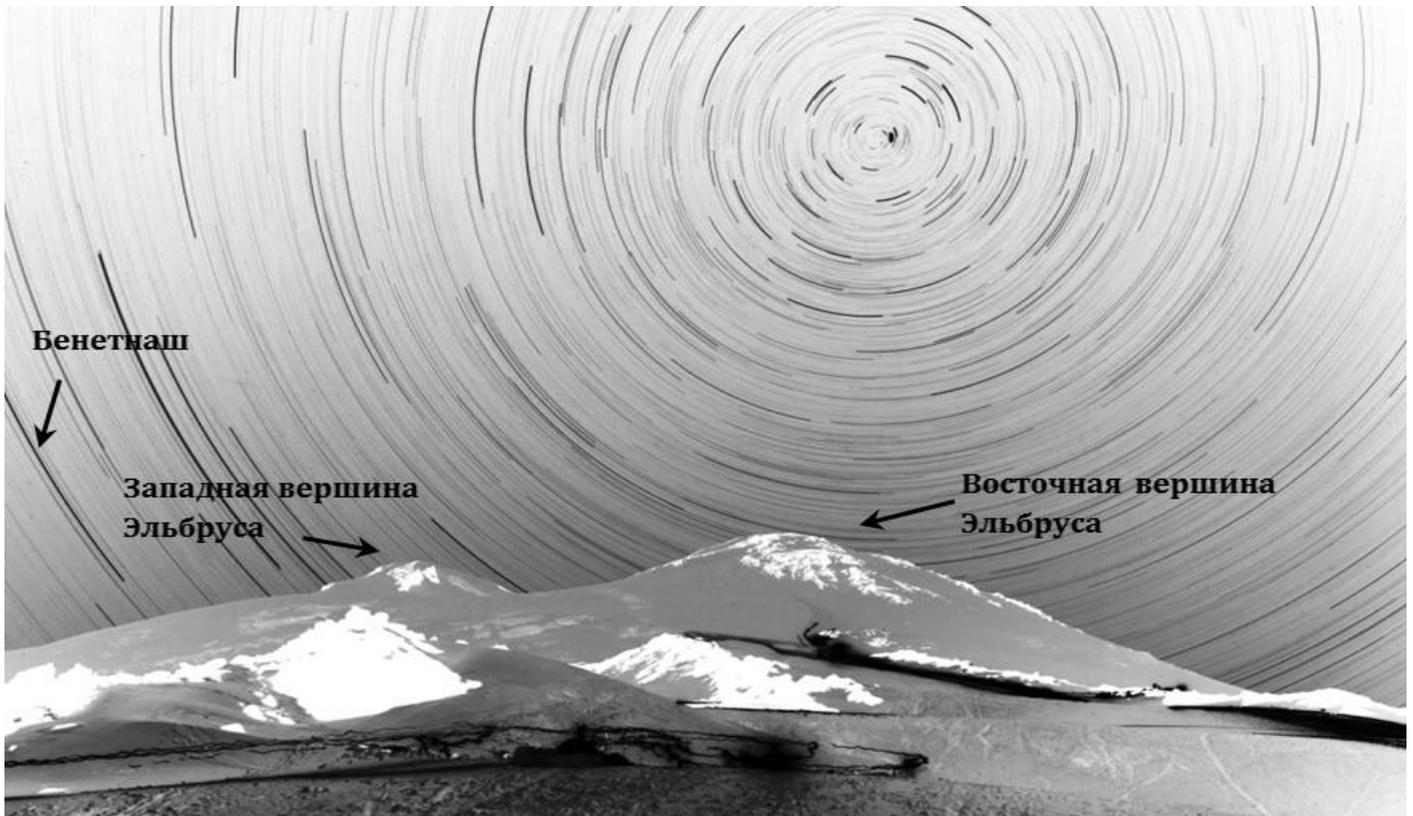
1. Самый простой способ оценить ошибку – посчитать расстояние при предельных значениях π . При $\pi=0.02''$ $r=50$ пк, при $\pi=0.01''$ $r=100$ пк. Таким образом, ошибка в «+» и «-» будет различна: в большую сторону 33 пк, в меньшую – 17 пк. Также очевидно, что десятые и сотые доли парсека в указании расстояния излишни. Ответ: $r=67$ пк $^{+33}_{-17}$ пк (5 баллов, из них 2 – за указание верного количества знаков в ответе).

2. Также можно воспользоваться упрощенной формулой распространения погрешностей: $\Delta r/r = \Delta \pi/\pi$. Таким образом $\Delta r=22.22$ пк. Ответ: $r=67 \pm 22$ пк (5 баллов, из них 2 – за указание верного количества знаков в ответе).

11.4. В телескоп, предназначенный для наблюдения звёзд и имеющий систематическую погрешность хода $-10''$ за минуту времени (т.е. отстающий на $10''$ за минуту от звёздного вращения) решили наблюдать Солнце (естественно, используя фильтр!). После того, как на Солнце навелись в 11^h30^m , его скрыли облака, но телескоп продолжал часовое движение. Облака ушли лишь в 15^h30^m . Учтя, что диаметр поля зрения $30'$, а в 11^h30^m центр Солнца был выставлен точно в центр поля зрения, скажите, будет ли в 15^h30^m в окуляр видна хотя бы часть солнечного диска, имеющего радиус $16'$? (20 баллов)

Решение: За 240 минут телескоп «отстанет» относительно звездного вращения на $10 \cdot 240 = 2400'' = 40'$ (5 баллов) и, если бы Солнце двигалось с такой же скоростью, что и звездное небо, то оно полностью вышло бы из поля зрения окуляра. Но скорость вращения Солнца относительно звезд $\approx 1^\circ$ /сутки, или $10'$ за 4 часа, при этом Солнце движется относительно звезд в сторону, противоположную суточному вращению (отстает от него) (10 баллов). Таким образом, относительно Солнца телескоп отстал на $10'$ менее, чем относительно звезд, (отставание от Солнца составило $40 - 10 = 30'$) и край солнечного диска (поскольку его диаметр $32'$) будет виден в окуляр (5 баллов).

11.5 Вам предложен снимок околополярной области неба, выполненный неподвижным фотоаппаратом со склонов Эльбруса. Размеры матрицы фотоаппарата 23.5x15.6 мм. По ширине снимок не кадрировался. Определите широту, на которой располагается Эльбрус. Высота Восточной вершины Эльбруса 5621 м, Западной – 5642 м над уровнем моря. Фотограф во время съёмки располагался на высоте 4100 м над уровнем моря. Расстояние по горизонтали от точки съёмки до Восточной вершины составляло 3500 м. Линия горизонта параллельна нижнему краю кадра. (30 баллов)



Решение:

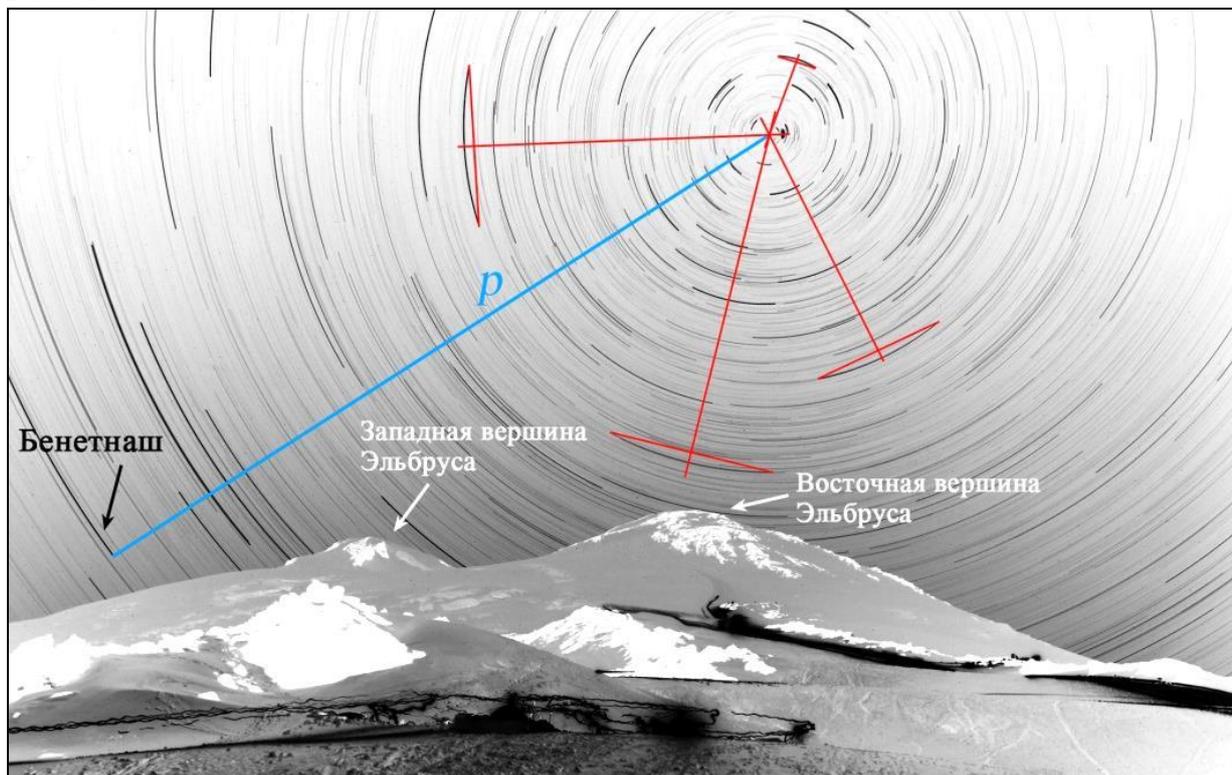


Рис. 2. К определению положения Полюса мира в задаче 9.5.

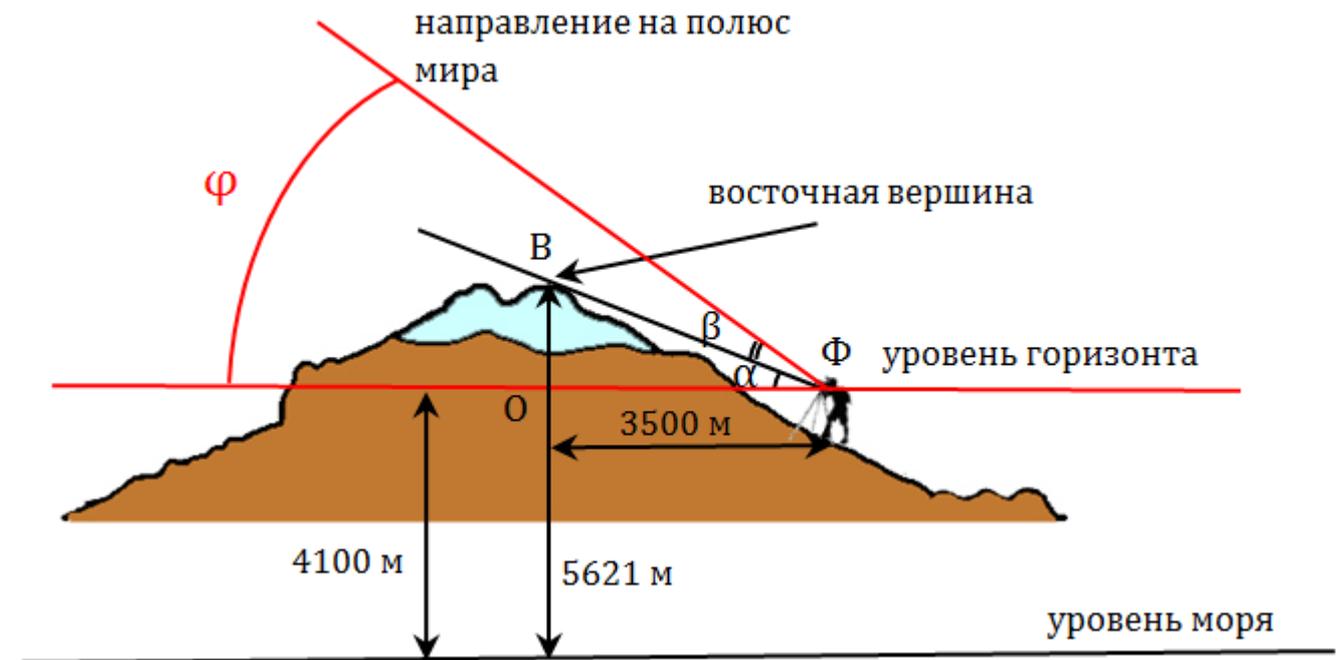


Рис. 3. К определению широты местности в задаче 9.5. Вид на Эльбрус и фотографа с запада.

Изобразим на рисунке фотографа и проекцию вершин горы Эльбрус на вертикальную плоскость, проходящую через линию север-юг (вид с запада на восток) (рис. 3).

Широта местности φ равна высоте полюса мира над горизонтом и складывается из угловой высоты полюса мира над восточной вершиной β и угловой высоты восточной вершины над линией горизонта для фотографа α . (10 баллов – понимание геометрии задачи и верный рисунок)

Для решения определим положение полюса мира на фотографии методом серединных перпендикуляров (рис. 2) (5 баллов определение положения Полюса мира).

Угол α определим из ДФОВ: $\alpha = \arctg \frac{5621 \text{ м} - 4100 \text{ м}}{3500 \text{ м}} \approx 23.5^\circ$ (5 баллов)

Расстояние на фотографии от полюса мира до восточной вершины в 2.1 раза меньше, чем расстояние от полюса мира до Бенетнаша. Его склонение (49.2°) можно примерно вспомнить либо оценить, исходя из того, что между Дубхе и Мераком (крайними звёздами ковша) около 5° . Если и этого не помнить, то можно дать примерную оценку склонения – оно явно больше 35° и не превышает 60° . Для такой оценки пригодится знание неба – край «хвоста» Большой Медведицы не заходит за горизонт в умеренных широтах, опускаясь, при этом, довольно низко. Полученная таким образом оценка ($\approx 45^\circ$) будет иметь низкую точность, но позволит решить задачу. (Любой из указанных методов оценки склонения оценивается в полный балл за этот этап – 5 баллов). Подставляя значения, получим: $\beta = 40.2/2.1 \approx 19.4^\circ$. (2 балла вычисления)

Широта Эльбруса $\varphi = 23.5^\circ + 19.4^\circ \approx 43^\circ$. (3 балла окончательный численный ответ с погрешностью не более 15° , учтя неопределённость знания склонения Бенетнаша. Без оценки склонения Бенетнаша этот этап не оценивается).

Примечание: нелинейностью масштаба по полю зрения (из-за эффекта проекции и дисторсий объектива) пренебрегаем.

Примечание: нелинейностью масштаба по полю зрения (из-за эффекта проекции и дисторсий объектива) пренебрегаем.

Справочные данные:

Продолжительность земного сидерического года $T=365.2564$ средних солнечных суток;
длительность синодического периода обращения Луны 29.5 дня, сидерического – 27.3 дня;

Видимая звёздная величина Солнца -26.7^m ; Луны в полнолуние -12.7^m ;

1 а.е. = $1.496 \cdot 10^8$ км; 1пк=206265 а.е, наклонение экватора Земли к плоскости эклиптики $\varepsilon=23^{\circ}26'$;

Масса Солнца $2 \cdot 10^{30}$ кг; Масса Земли $6 \cdot 10^{24}$ кг,

Радиус Земли 6371 км, Луны 1737 км, Солнца – $6.96 \cdot 10^5$ км;

Скорость света в вакууме $c=299792$ км/с; гравитационная постоянная $G=6.67 \cdot 10^{-11}$ м³/кг·с²..

Диаметр зрачка человеческого глаза бмм.