

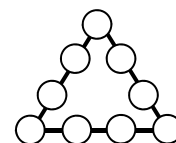
1. Пусть a, b, c, d положительные числа, причем $ab = cd$. Доказать, что $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} \geq 2$.

2. Большое количество людей совместно пыталось помножить на 9 четырёхзначное число “тысяча с чем-то”. При умножении столбиком материализовалась поговорка “шесть на ум пошло, семь с ума сошло” - как только шесть “шло на ум”, так сходило с ума семь человек. Какое максимальное число людей могло сойти с ума в результате выполнения этой операции?

3. В произвольном треугольнике ABC на продолжении стороны AB за точку B откладывается отрезок $BB_1 = AB$, на продолжении BC откладывается $CC_1 = BC$ и на продолжении CA – отрезок $AA_1 = CA$. Найти площадь треугольника с вершинами A_1, B_1, C_1 , если площадь исходного треугольника равна S .

4. На замкнутом в кольцо велотреке на равном расстоянии друг от друга находятся три велосипедиста. Они стартуют одновременно и в одном направлении. Первый велосипедист догоняет второго через 12 минут, а третьего – через 18. Может ли оказаться, что третий велосипедист едет быстрее второго? Если да, через сколько минут от начала движения произойдет первый обгон?

5. В кружки (см. рис.) расставлены по одному натуральные числа от 1 до 9 так, что сумма чисел на каждой стороне треугольника равна 21. Докажите, что число 3 стоит в вершине треугольника.



6. Треугольник ABC – равнобедренный ($AC = CB$) углы при основании равны 50° . Внутри треугольника ABC взята точка M так, что угол MAB равен 10° , а угол MBA равен 30° . Найти угол MCB .

7. Решить уравнение $x^4 - 15x^2 + 6x + 8 = |3x - 1| - |x^2 - 3|$.

8. Доказать, что число $\frac{4^{2n-1}+1}{5}$ а) целое для $n > 0$, б) составное для $n > 2$.

9. Вокруг круглого стола расставлены n стульев, k человек ($n > k$) по очереди рассаживаются на них. Первый человек садится куда угодно, а каждый последующий выбирает наибольший промежуток из незанятых стульев и садится посередине его (если промежуток состоит из четного числа стульев, то выбирается любое из двух центральных мест). При каких k и n все люди окажутся на равном расстоянии от своих соседей?

1. Необычный шахматный конь ходит буквой “Г” на n клеток в одну сторону и на $n + 1$ клетку в перпендикулярном направлении (ход обычного коня получается при $n = 1$). За какое наименьшее число ходов необычный конь попадёт на соседнюю клетку (т.е. клетку, имеющую общую сторону с исходной), находясь на бесконечной доске?