

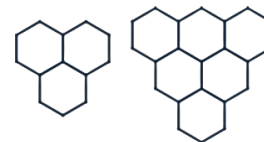
Задачи олимпиады им. Фридендера, 8-11 класс

13 апреля 2025

Летняя школа-лагерь "Квант"-2025 объявляет набор школьников 6-10 класса по направлениям "Физика", "Математика" и "Информатика". Регистрация открыта для всех школьников, подробности на сайте школы <https://malun.kpfu.ru/kvant>. Победители и призеры математической олимпиады Фридендера будут зачислены в Летнюю школу-лагерь "Квант" без дополнительного конкурсного отбора (необходима регистрация).

Задача 1. Число умножили на сумму его цифр, получили 2025. Найдите все такие числа.

Задача 2. Фараон Админхотеп решил построить треугольную пирамиду из шестиугольных блоков. В ее верхнем ярусе должен быть 1 блок, во втором сверху – 3 блока, в третьем – 6 и т.д. То есть в каждом ярусе номер n блоки укладываются в виде треугольника со стороной n .



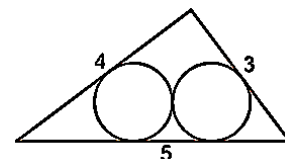
а) Докажите, что на пирамиду из n ярусов понадобится $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ блоков.

б) В какой-то момент надзирающий за строительством писец Нетот записал, что выложено несколько полных ярусов, причем использовано $7/8$ всех блоков. Не ошибся ли он?

Задача 3. Для строительства храма богу Тоту нужны блоки двух типов: кубы весом 2,3 т и колонны весом 2,5 т. Заказ передан в две каменоломни. За месяц в первой каменоломне сделали больше блоков, чем во второй. Зато во второй блоки имели больший суммарный вес. Какое наименьшее общее количество блоков могли сделать за это время каменоломни?

Задача 4. Писец Нетот записал в своих мемуарах: «Фараону Админхотепу на завтрак всегда подавали финики, 11 черных и 14 коричневых. При этом их так раскладывали в два одинаковых сосуда, что вероятность не глядя вынуть черный финик из случайно выбранного сосуда была равна $2/3$ ». Возможно ли это?

Задача 5. У мастера есть плоская заготовка в виде «египетского треугольника» со сторонами 3, 4, 5. Из неё надо вырезать две одинаковые круглые детали. Каков наибольший возможный радиус таких деталей?



Задача 6. В боксерском клубе 101 человек. Известно, что для любой группы из 50 членов клуба найдется ещё один боксер из оставшихся, который провел хотя бы один бой с каждым из группы. Докажите, что есть человек, который провел хотя бы по одному бою с каждым из 100 остальных участников.