

Задачи олимпиады им. Фридендера, 8-11 класс

12 апреля 2026

Задача 1. Даны три целых числа, сумма которых равна 2026. Может ли каждое из них делиться нацело на сумму двух остальных? Если да, найдите все возможные тройки таких чисел.

Задача 2. Корни квадратных уравнений $x^2 - 2px + q_1 = 0$ и $x^2 - 2px + q_2 = 0$, $q_2 > q_1$ являются четырьмя различными последовательными членами арифметической прогрессии.

а) Чему может быть равно p при $q_1 = 7$; $q_2 = 15$?

б) Найдите условия, которым удовлетворяют коэффициенты, в общем виде.

Задача 3. В стране 170 населённых пунктов – 20 городов и 150 посёлков. Каждый город соединен дорогами со 100 или более населенными пунктами, каждый посёлок – с 11 или менее населенными пунктами. Страна разделена на 36 областей. Доказать, что есть область, в которой нет дорог между населенными пунктами этой области.

Задача 4. В треугольнике ABC точки P и Q – основания высот, проведенных из вершин B и C соответственно. Проведём окружность через вершину B , точку Q и ортоцентр H . Пусть отрезок PQ касается этой окружности в точке Q . Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный.

Задача 5. Ученый с мировым именем Иннокентий имеет 4 разные монеты, причем они могут быть и несимметричными (то есть вероятности выпадения орла и решки у монеты могут не совпадать). Он установил, что вероятность выпадения чётного числа орлов при подбрасывании всех четырех монет равна вероятности выпадения нечетного их числа. Можно ли утверждать, что среди этих монет есть хотя бы одна симметричная?